IV FÓRUM POTIGUAR DAS LICENCIATURAS EM MATEMÁTICA
IV ENCONTRO REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
Trajetórias de Formação Docente: Elos e Reflexos do Saber Matemático

Santa Cruz, 03 a 05 de outubro de 2013

TRABALHANDO A FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS A PARTIR DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS

Cleidison Cândido da Silva
Universidade Federal da Paraíba
cleidison_ufpb@hotmail.com

Roberto Mariano de Araujo Filho
Universidade Federal de Pernambuco
roberto.araujofilho@ufpe.br

Samilly Alexandre de Souza
Universidade Estadual da Paraíba
samilly.alexandre@gmail.com

Eixo Temático: Formação de professores e o Ensino Matemática.

Resumo: O objetivo desse minicurso é oferecer aos professores, estudantes do curso de Matemática e interessados na área, condições teóricas e metodológicas na formulação e resolução de problemas matemáticos. A estrutura do minicurso é voltada especialmente para a formação e a melhoria da prática pedagógica, pois a referida temática ainda é pouco abordada no contexto escolar. Usaremos como aportes teóricos e metodológicos algumas referências apresentadas por Dante (2000), Medeiros e Santos (2007), Santos (2007) e apresentaremos também o esquema de George Polya. Serão apresentados aos participantes do minicurso alguns materiais manipulativos encontrados em nosso cotidiano, no intuito de expormos materiais didáticos de baixo custo como indica Lorenzato (2010). Ao mesmo tempo ofereceremos meios para que haja contextualização nas elaborações dos problemas desenvolvidos nas atividades por meio de materiais de apoio, pois segundo os PCN (1998) e as OCEM (2006) as questões de Matemáticas trabalhadas pelos professores em sala de aula precisam apresentar ações mais contextualizadas. As atividades elaboradas e apresentadas durante o minicurso serão direcionadas para o Ensino da Geometria espacial e plana. Aproveitaremos para ressaltar umas questões pertinentes ao ensino da Geometria no currículo da Matemática. Os problemas elaborados pelos cursistas durante as atividades também serão apresentados e socializados para turma, no intuito de avaliarmos se realmente houve uma compreensão e um bom aproveitamento acerca da formulação de problemas matemáticos. Durante o minicurso estará aberto o espaço de discussão e avaliação para que possamos refletir sobre algumas vivências e aprendizagens da temática abordada nesse trabalho. A avaliação do minicurso acontecerá durante todo o processo tanto pelos cursistas como também pelos ministrantes.

Palavras chaves: Formulação e resolução de problemas; Ensino de geometria; Materiais manipulativos.

1 INTRODUÇÃO

O presente minicurso vem trabalhar com a comunidade acadêmica e interessados na área da Educação Matemática, a formulação e resolução de problemas geométricos, abordando pontos pertinentes acerca do Ensino da Geometria no Brasil e a utilização do uso de materiais manipuláveis nas aulas de Matemática.

É de conhecimento público que os documentos oficiais destinados a Educação Básica do nosso país é claro e objetivo quando se trata do ensino da Matemática, ressaltando que o trabalho com a resolução de problemas matemáticos é um estratégia bastante eficaz e que deve ser levada em consideração pelos professores em suas aulas.

Dante (1996) destaca em uma de suas citações que o livro didático ainda apresenta uma grande deficiência em relação ao seu uso e que existem pontos que precisam ser revistos pelos educadores.

> Erros conceituais, ênfase em assuntos irrelevantes, excesso de exercícios monótonos e repetitivos que visam apenas à mecanização, problemas-padrão que não exigem raciocínio e relacionamento de ideias, atividades que não têm sentido algum para o aluno (DANTE, 1996, p. 89).

Seguindo essa mesma linha de pensamento, é observável que poucos são os livros que apresentam bons problemas matemáticos para serem trabalhados em sala de aula com os alunos. Pensando nisto, é preciso que os professores possuam uma capacidade para analisar e avaliar a forma como são apresentados os problemas nos livros didáticos de Matemática. E mais ainda, é preciso que eles possuam criatividade suficiente para formular seus próprios problemas matemáticos.

Para melhor estruturarmos o texto organizamos a nossa discussão partindo, inicialmente, de uma abordagem histórica da Geometria, por entendermos que os profissionais desta área precisam situar a matemática como uma prática social. Em seguida, apresentamos o aporte teórico acerca da formulação e resolução de problemas matemáticos explorando conteúdos da Geometria e algumas atividades com reflexões teóricas do modelo adotado. Ao final trazemos algumas sugestões de atividades práticas que utilizam material manipuláveis de baixo custo e que possa explorar a criatividades dos presentes na elaboração de problemas matemáticos contextualizados.

2 O ENSINO DA GEOMETRIA

Espaço, figuras, medidas, formas, axiomas, teoremas, conceitos, propriedades entre outras mais, são pontos de estudos da Geometria, área da Matemática cujo objeto de estudo é o espaço e as figuras que podem ocupá-lo. É uma ciência que se desenvolve naturalmente no indivíduo no seu dia a dia e que deve ser aprimorada durante seu desenvolvimento educacional. À nossa volta podemos observar as mais variadas formas geométricas. Nesse sentido, a aprendizagem geométrica é bastante importante para o desenvolvimento dos alunos, pois como afirma Fainguelernt (1995, p.1 *apud* Santos, 2007), esta área da matemática tem por função ativar as estruturas mentais do indivíduo, possibilitando a passagem do estágio das operações concretas para o as operações abstratas.

O ensino da geometria permite que as pessoas pensem com mais lógica e abram suas mentes para uma capacidade de raciocínio, permite o conhecimento e a exploração do espaço em que vivemos, favorece as descobertas dos estudantes, as identificações das formas geométricas e o desenvolvimento do pensamento crítico e autônomo dos alunos.

Analisando a geometria na Educação Básica, podemos observar que durante muito tempo, a escola não procurou estimular os alunos para essa percepção da geometria no ambiente em que vivemos, a maioria dos alunos desse nível de ensino apresenta grandes dificuldades nesta área do conhecimento matemático, Santos (2007). Outro fator que culmina no abandono do ensino dessa área da matemática é a falta de preparo dos professores com relação aos conceitos e procedimentos geométricos, pois como remete o próprio Lorenzato (1995) são inúmeras causas que provocam esse acontecimento, uma delas é a falta de conhecimentos específicos da Geometria pelos próprios professores, ou seja, o professor não poderá ensinar o que ele nunca aprendeu.

Ao atentarmos e refletirmos para os documentos oficiais percebemos nos PCN (BRASIL, 2002, p. 120) que:

> Usar as formas geométricas para representar ou visualizar partes do mundo real é uma capacidade importante para a compreensão e construção de modelos para resolução de questões da Matemática e de outras disciplinas. Como parte integrante deste tema, o aluno poderá desenvolver habilidades de visualização, de desenho, de argumentação lógica e de aplicação na busca de solução para problemas.

Mas, infelizmente essa não é a realidade evidenciada em nossas pesquisas referentes à Educação Básica. Com base em nossa experiência docente em Matemática percebemos que quando a geometria é discutida com alguns alunos do Ensino Médio, por

exemplo, estes apresentam uma dificuldade muito grande em entender os conceitos e aplicações desse conteúdo, resultantes de uma aprendizagem não significativa acerca da Geometria.

Neste sentido falta por parte do ensino um maior estudo e incentivo para o aluno ampliar seu conhecimento e adquirir o domínio do objeto e suas relações com o espaço. Assim, como evidencia Filho (2002, p.17 *apud* Machado, 2010, p.16), a escola herda mais esse papel:

> A linguagem geométrica está de tal modo inserida no cotidiano, que a consciência desse fato não é explicitamente percebida. É dever da escola explicitar tal fato a fim de mostrar que a Geometria faz parte da vida, pois vivemos num mundo de formas e imagens.

As diversas habilidades que os estudantes poderiam adquirir para seu desenvolvimento acabam sendo limitada a memorização de fórmulas para a resolução de exercícios e uma futura avaliação. Essas concepções precisam ser mudadas e a escola deverá assumir o papel fundamental de provocar essas mudanças do pensamento geométrico.

Procuramos atualmente, novas propostas metodológicas que facilitem o ensino e a prática dos conteúdos disciplinares na matemática. Ao concluir o Ensino Básico é esperado que os alunos estejam preparados para atender as demandas que serão apresentadas em seu cotidiano e em especial, situações que envolvam a Geometria, já que este é o ramo da Matemática que explora o meio ao qual o ser humano vive. Podemos evidenciar ainda mais essa questão nas sugestões para os professores contidas nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio - OCEM (BRASIL, 2006, p. 69).

> Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do quotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico.

Na maioria desses documentos oficiais, é dada uma ênfase maior com o trabalho de resolução de problemas matemáticos. Partindo desse pressuposto, desejamos motivar os professores para praticarem e apropriar-se dos conceitos da Geometria para que estes possam trabalhar com a formulação e a resolução de problemas a partir de matérias manipuláveis.

3 FORMULAÇÂO DE PROBLEMAS

Existem varias metodologias que podem ser usadas para melhorar o ensino e aprendizagem da Matemática na sala de aula, dentre elas: a resolução de problemas, a modelagem matemática, o uso da história, de vídeos educativos, de jogos e várias outras. Nosso trabalho em especial tem como ênfase enquanto professores pesquisadores desenvolvermos possíveis metodologias para que os alunos se interessem e envolvam-se no estudo da geometria.

Acreditamos que a formulação e resolução de problemas pode ser uma metodologia útil para investigarmos a criatividade e as percepções sobre a formulação e a resolução de problemas geométricos no âmbito da Educação Básica a partir de materiais manipuláveis.

No Brasil, infelizmente, encontramos poucos trabalhos que utilizam a formulação de problemas como metodologia de ensino. Encontramos em Dante (1980, 1988) e em Medeiros e Santos (2007) trabalhos relacionados respectivamente a importância de ensinar a formulação e a resolução de problemas aos alunos e a utilização da escrita nas aulas de Matemática.

Em seu livro, *Formulação e resolução de problemas de matemática-teoria e prática*, Dante (2009) trata da forma mais adequada de se propor problemas e de como envolver os alunos em sua resolução. Ele ainda apresenta mais de cem problemas interessantes para o Ensino Fundamental I e diversas situações-problemas contextualizadas. Ponto esse que requer bastante ênfase em nossas praticas pedagógicas, pois como os próprios PCN (1998) abordam, a Matemática precisa expor essa contextualização para que os alunos possam saber onde aplicaram os conhecimentos específicos desta ciência exata de caráter tão abstrato.

Uma definição bem aceita entre os educadores matemáticos para problema é dada por Lester (1982, *apud* DANTE, 2009): “problema é uma situação que um indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução.”

Para Dante (2009) um problema é um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo. O autor ressalta que os problemas podem ser de vários tipos:

- **Exercícios de reconhecimento:** onde o objetivo é fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito;

- **Exercícios de algoritmos:** servem para treinar a habilidade em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos anteriores;
- **Problemas-padrão**: a solução do problema já está contida no enunciado, a tarefa básica é transformar a linguagem usual em linguagem matemática, com o objetivo de recordar e fixar os fatos básicos por meio dos algoritmos das quatro operações básicas. Podem ser simples ou compostos;
- **Problemas-processo ou heurísticos**: sua solução envolve as operações que não estão contidas de forma explícita no enunciado, exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar uma estratégia;
- **Problemas de aplicação**, são chamados também de situações- problema contextualizadas, são aqueles que retratam situações reais do dia a dia e que exigem u uso da matemática para serem resolvidos.

Nesse sentido, é muito importante que os professores saibam trabalhar com problemas nas salas de aula para desenvolver nos alunos a capacidade de resolver situações desafiantes, a interação entre os grupos, a comunicação e o senso crítico. Quanto aos alunos, o uso da leitura e interpretação dos problemas, envolve-nos de tal maneira que eles buscam estratégias para a solução.

Em seu artigo, Medeiros e Santos (2007) afirma que a exploração da formulação de problemas não é uma tarefa comum, nas aulas de Matemática. E mais ainda, ao propor aos alunos que formulem problemas, o professor estar a criar uma nova regra de contrato didático, que traz implícita a necessidade de o aluno ser um produtor de textos. Segundo Brousseau:

> Contrato didático é a relação que determina – explicitamente por uma pequena parte, mas sobretudo implicitamente – aquilo que cada participante, professor e aluno, têm a responsabilidade de gerir e do qual ele será de maneira ou de outra, responsável diante do outro. (Brousseau, 1990, p.9).

Essa é uma metodologia inovadora nas aulas de matemática, visto que ainda encontramos poucos trabalhos relacionados à produção de textos através de formulação de problemas matemáticos nas aulas de Matemática.

Enfim, para Dante (2000) um problema Matemático bem formulado deverá suprir os seguintes requisitos:

- Desafiador;
- Contextualizado;
- Interessante;

- Clareza;
- Objetividade;
- Nível adequado de dificuldade;

Problemas com dados simples e perguntas artificiais podem desmotivar os alunos, por este motivo é necessário que sejam desafiadores. É interessante despertar nos alunos o interesse para resolver problemas desafiadores, pois o que pode ser interessante para um aluno, pode se tornar desanimador e até mesmo frustrante para outro para outro. Por esse motivo o problema também terá que ser claro e objetivo, permitindo que o aluno compreenda o que está sendo exigido na resolução da questão.

4 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas é hoje muito estudada e pesquisada pelos educadores devido à sua grande importância no Ensino de Matemática. Alguns educadores famosos dizem que a Matemática é estudada justamente com a finalidade de ser compreendida e utilizada no dia-a-dia. Ao se referirem à essa utilizações eles defendem que nas maiorias das vezes ela é usada para resolver muitas espécies de problemas. O grande matemático Polya, considerado o pai da resolução de problemas, diz que: A resolução de problemas foi e é a coluna vertebral da instrução matemática desde o Papiro de “RHIND”.

Segundo o esquema de Polya, são quatro as etapas principais para a resolução de problema:

- Compreender o problema;
- Elaborar um plano;
- Executar o plano;
- Fazer o retrospecto ou verificação;

Acredita-se que seguindo essas etapas de forma adequada não implicará que o estudante chegará à resposta correta, mas que terá uma porcentagem um pouco maior para a obtenção de bons resultados, desafiando o aluno a estudar e verificar possíveis estratégias para resolver o problema proposto.

5 ATIVIDADES

Teremos por finalidade trabalhar com os devidos presentes a metodologia de formulação e a resolução de problemas matemáticos referentes ao conteúdo de Geometria, utilizando matérias de apoio em suas atividades. Estes materiais que serão utilizados por tais são pertencentes ao LEPEM/Laboratório de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática da UFPB/Campus – IV, produzidos por estudantes do curso da Licenciatura em Matemática, bolsistas de projetos de extensões e pesquisas.

Todos os materiais manipuláveis utilizados serão de baixo custo, visando que um dos pontos que os professores ressaltam em suas falas geralmente é a falta de investimento das escolas e suas condições financeiras para arcar com materiais didáticos.

5.1 FORMULANDO SEU PRÓPRIO PROBLEMA

A turma será dividida em pequenos grupos a critério dos ministrantes, onde haverá materiais manipuláveis, como por exemplo, tangrans, sólidos geométricos e outros, a disposição de todas as equipes, seguindo orientações, cada grupo irá ficar responsável por um material de apoio e terá como trabalho formular um problema matemático que atenda todos os critérios citados por Dante com base nestes (Materiais Didáticos) MD's.

5.2 TRABALHANDO A RESOLUÇÃO DOS PROBLEMAS

Após a formulação dos problemas, haverá uma troca das questões entre os grupos, de forma que nenhuma equipe continue com o seu problema formulado, pois o outro grupo terá como objetivo trabalhar a resolução de problemas de acordo com o esquema de Polya a partir do problema proposto pela outra equipe.

5.3 APRESENTANDO SUAS RESPOSTAS

Este momento será destinado às apresentações das resoluções obtidas pelos grupos, com a utilização de cartazes, pincéis e quadro. Cada equipe explanará para o restante da turma suas estratégias de resoluções e seus resultados, de forma que todos participem e conheçam as estratégias dos colegas, permitindo também a socialização entre os grupos e possíveis apresentações de outros métodos de resoluções enxergados por outros alunos que não pertença à equipe que estará apresentando.

5.4 TRABALHANDO COM OUTROS PROBLEMAS

Essa atividade também trabalhará as estratégias de nossos participantes nas resoluções de problemas, serão apresentados pelos ministrantes alguns problemas matemáticos abordando conteúdos geométricos para que os presentes cursistas tentem resolvê-los e expliquem suas respostas a todos.

6 AVALIAÇÃO

A avaliação de nosso minicurso acontecerá a todo o momento, desde a apresentação dos aportes teóricos até às atividades práticas, através de discussões e socializações de ideias e estratégias apresentadas pelos cursistas. Durantes essas socializações, é provável, que aconteçam sugestões de uns para com os outros e a partir disso a avaliação irá sendo feita de forma cooperativa.

Por fim, por entendermos que precisamos de documentos que possam registrar esse momento, será entregue aos presentes um questionário avaliativo para que os tais possam avaliar a estrutura do minicurso, os ministrantes, a didática e a metodologia utilizada durante toda apresentação do minicurso.

7. REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais de 5ª a 8ª séries**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEB, 2006.v. 2.

BROUSSEAU, G. **Le contrat didactique: le milieu. Recherches em Didactique des Mathématiques.** Grenoble: La Pensée Sauvage Editions, 1990.

DANTE, L, R. **Livro didático de matemática:** uso ou abuso? Brasília, ano 16, n.69, jan./mar. 1996.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2009.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de Matemática.** 12.ed. São Paulo, SP: Ática, 2000. Matemática: Contexto e aplicações. Vol1. Matemática Ensino Médio. São Paulo, SP: Ática, 2011.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA. **Geometria**. Santa Catarina, ano 3, n. 4, jan./jun. 1995.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio** (PCN +): Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF: MEC, 2002.

LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores.** 3.ed. Campinas, SP: Autores associados, 2010.

MACHADO, R. A. **O Ensino de geometria espacial em ambientes educacionais informatizados: um projeto de ensino de prismas e cilindros para o 2º ano do Ensino Médio**. Mestrado Profissional em Educação Matemática. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2010. Disponível em: http://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/Diss_Ronaldo_Asevedo_Machado.pdf. Acesso em: 01 fev. 2013.

MEDEIROS, K.M. & SANTOS, A.J.B. **Uma experiência didática com a formulação de problemas matemáticos.** In: Zetetiké (UNICAMP), São Paulo, Volume 15, p. 87-118, nº 28, 2007.