UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

GILMARA GOMES MEIRA

UM ESTUDO BASEADO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS A PARTIR DO MODELO VAN HIELE E MATERIAIS CONCRETOS E TECNOLÓGICOS NA APREENSÃO DAS TRANSFORMAÇÕES NO PLANO

Campina Grande – PB
2013

GILMARA GOMES MEIRA

UM ESTUDO BASEADO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS A PARTIR DO MODELO VAN HIELE E MATERIAISCONCRETOS E TECNOLÓGICOS NA APREENSÃO DAS TRANSFORMAÇÕES NO PLANO

Projeto de Qualificação de Mestrado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Centro e Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba.

Área de Concentração: Educação Matemática

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Kátia Maria de Medeiros

Campina Grande-PB
2013

GILMARA GOMES MEIRA

UM ESTUDO BASEADO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS A PARTIR DO MODELO VAN HIELE E MATERIAISCONCRETOS E TECNOLÓGICOS NA APREENSÃO DAS TRANSFORMAÇÕES NO PLANO

Projeto de Qualificação de Mestrado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Centro e Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba.

Área de Concentração: Educação Matemática

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Kátia Maria de Medeiros

Banca Examinadora

_____

Prof.ª Dr.ª Kátia Maria de Medeiros (UEPB)

_____

Prof.ª Dr.ª Lilian Nasser (UFRJ)

_____

Prof.ª Dr.ª Rogéria Gaudêncio do Rego (UFPB)

_____

Prof.ª Drº Rômulo Marinho do Rego (UEPB)

RESUMO

MEIRA, G. G. Um Estudo baseado na Resolução de Problemas a partir do Modelo van Hiele e Materiais Concretos e Tecnológicos na Apreensão das Transformações no Plano. 2013.100 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2013.

Pensando nos desafios constantes em relação ao ensino e aprendizagem de Matemática, buscamos por meio dessa pesquisa, entender e até mesmo rever limites e possibilidades viabilizados mediante desenvolvimento de algumas tarefas interativas na sala de aula de Matemática. Dessa forma, queremos compreender quais são as possíveis contribuições ao se trabalhar com resolução de problemas geométricos em atividades auxiliadas por materiais concretos e tecnológicos na apreensão de conceitos de isometria levando em consideração os níveis do modelo van Hiele. Em termos gerais, nosso objetivo é analisar os limites e as possibilidades de resolução de problemas que levam em consideração as fases sequenciais do modelo Van Hiele, a partir de materiais concretos confeccionados e um aplicativo de Geometria Dinâmica, para compreensão do conteúdo Simetria e Isometria com alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública de Cabaceiras - PB. No desenvolvimento prévio da nossa pesquisa, além da preparação teórica, entrevistamos a professora regente da turma, na tentativa de compreendermos o perfil desses alunos para planejamento das atividades. Depois estivemos em contato direto com a turma para aplicação das atividades que foram auxiliadas com materiais concretos, cujo objetivo foi compreender o nível de pensamento geométrico no qual os alunos se encontravam. Para o desenvolvimento dessas atividades, a turma foi organizada em díades, já que uma das nossas propostas é também o trabalho considerando a relevância da interação social. Assim, agimos como meros mediadores das tarefas, sem influenciar nas atitudes e diálogos dos alunos que foram os agentes diretos nas atividades. Para coleta desses dados iniciais, além de observarmos todas as ações dos alunos, utilizamos instrumentos de gravação de áudio e fotografias. Partindo desses resultados prévios, selecionaremos três das díades formadas para darmos continuidade ao trabalho, conforme nossa proposta e objetivos. Para preparação das tarefas a serem propostas à turma para identificação do nível de compreensão geométrica, segundo o modelo de van Hiele, realizamos previamente uma entrevista semi-estruturada com a professora regente a qual identificamos pelo pseudônimo Rita, com o intuito de conhecermos o perfil da turma e dados complementares que nos auxiliaram no planejamento. Nessa entrevista, a professora ressalta parte de suas concepções em relação ao ensino de Geometria, à turma que estamos realizando a pesquisa, ao uso de materiais didáticos e tecnológicos, etc. Tendo em vista os argumentos mencionados pela professora, planejamos todas as propostas e roteiros de atividades e com base nos nossos objetivos, fomos ao nosso campo de pesquisa, onde propomos todas as tarefas, e a turma organizada em díades, desenvolveu as atividades, atendendo nossos objetivos. Dessa forma, foi possível identificar limites e potencialidades da mesma, sobretudo o nível de compreensão geométrica, segundo o referido modelo van Hiele, no qual se encontram, o nível de reconhecimento. Identificamos algumas das díades, pelos pseudônimos: Ana e Cecília; João e Maria; Amélia e Cristina; Juliana e Rebeca; Vitória e Samara e apresentamos o legítimo desenvolvimento de cada uma nas atividades citadas.

Palavras-chave: Resolução de Problemas Geométricos. Modelo de Van Hiele. Materiais Concretos. Materiais Tecnológicos. Ensino Médio.

ABSTRACT

Thinking about the constant challenges in relation to the teaching and learning of mathematics, we seek through this research, understand and even review limits and possibilities made possible by the development of some tasks in interactive classroom mathematics. Thus, we want to understand what are the possible contributions when working with problem solving activities aided geometric concrete materials and technology in the seizure of concepts of isometry taking into account levels of van Hiele model. In general, our goal is to analyze the limits and possibilities of solving problems that take into account the sequential steps of the Van Hiele model from concrete materials and made an application of Dynamic Geometry, to understand the content with Symmetry and Isometry students of the 3rd year of high school in a public school Cabaceiras - PB. In the early development of our research, besides the theoretical preparation, we interviewed Professor ruling class in an attempt to understand the profile of these students for planning activities. Once we were in direct contact with the gang for application of the activities that have been helped with concrete materials, whose goal was to understand the level of geometric thinking in which students were. For the development of these activities, the group was organized in pairs, since one of our proposals is also the job considering the relevance of social interaction. Thus, we act merely as mediators of tasks, without influencing the attitudes and dialogues of pupils who were the direct agents activities. For these initial data collection, and observe all actions of the students, we use instruments audio recording and photographs. Based on these previous results, we will select three of the dyads formed to give continuity to the work, as our proposal and objectives. In preparation for the tasks to be proposed to the class to identify the level of geometric understanding, according to the van Hiele model, we performed a previous semi-structured interview with the teacher conductor which identified by the pseudonym Rita, in order to know the profile of the class and additional data that assisted us in planning. In this interview, the teacher points out part of their conceptions regarding the teaching of geometry, the class that we are conducting the research, the use of instructional materials and technology, etc.. In view of the arguments mentioned by the teacher, all planned and proposed activities and itineraries based on our goals, we went to our field research, we propose where all tasks, and the class organized in dyads, developed activities, meeting our goals. Thus, it was possible to identify the limits and potentials of the same, especially the level of geometric understanding, as that van Hiele model, in which they are, the level of recognition. We identify some of the dyads, by the aliases: Ana and Cecilia, John and Mary, and Amelia Cristina; Juliana and Rebekah Victoria and Samara and present the legitimate development of each of the aforementioned activities.

Keywords: Problem Solving Geometrics. Van Hiele Model. Concrete Materials. Technology Materials. High School.

SUMÁRIO

Sumário

INTRODUÇÃO 8
CAPÍTULO 1 13
1.A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA SALA DE AULA 13
1.1 Resolução de Problemas: características e possibilidades 13
1.2. Resolução de Problemas: Motivação para aprendizagem 15
CAPÍTULO 2 19
2. GEOMETRIA: UM CONHECIMENTO A SER CONSIDERADO 19
2.1. Contextualizando os caminhos da Geometria 19
2.2 Por que é preciso estudar Geometria? 22
2.3 O desafio de ensinar Geometria 23
2.4 O Estudo de Simetrias em múltiplos contextos 25
CAPÍTULO 3 29
3. O MODELO VAN HIELE NA APREENSÃO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS 29
3.1 O Modelo van Hiele: Do que estamos falando? 29
3.2 O uso de artefatos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática 32
3.3 A interação social e argumentação no processo cognitivo 34
3.4 O poder da Comunicação no desenvolvimento das tarefas 37
CAPÍTULO 4 41
4. O PAPEL DOS MATERIAIS CONCRETOS E TECNOLÓGICOS NO ESTUDO DAS TRANSFORMAÇÕES NO PLANO 41
4.1Os Materiais Didáticos Manipuláveis no Estudo das Transformações no Plano 41
4.2. Os Materiais Tecnológicos no Estudo das Transformações no Plano 43
CAPÍTULO 5 46
5. METODOLOGIA 46
5.1 Caminhos metodológicos 46
CAPÍTULO 6 51
6. RESULTADOS PARCIAIS 51
6.1 Que resultados obtivemos? 51
REFERÊNCIAS 65
ANEXOS 69
Anexo 1: Atividade van Hiele (VH) 69

Anexo 2: Folha de Registro 70
APÊNDICE 71
Apêndice 1: Roteiro de Entrevista semi-estruturada com a Professora 71
Apêndice 2: Transcrição e roteiro da Entrevista 72
Apêndice 3: Roteiro de Planejamento das Atividades Iniciais com os alunos para Identificação de Níveis segundo o Modelo van Hiele 78
Apêndice 4: Atividades e Roteiros 82
Apêndice 4.1 Slides auxiliares 82
Apêndice 4.3 II Roteiro de atividades 84
Apêndice 4.4 III Roteiro de atividades 84
Apêndice 5: Atividades desenvolvidas por algumas díades 85
Apêndice 5.1: Atividade 1 – Ana e Cecília 85
Apêndice 5.2: Atividade VH – Ana e Cecília 86
Apêndice 5.3: Atividade - Do que estamos falando? – Ana e Cecília 87
Apêndice 5.4: Atividade VH– João e Maria 88
Anexo 5.5: Atividade - De que forma estamos pensando?– João e Maria 89
Apêndice 5.6: Atividade – Assunto ao Celular – João e Maria 90
Apêndice 5.7: Atividade 3 - Amélia e Cristina 91
Apêndice 5.8: Atividades VH – Juliana e Rebeca 92
Apêndice 5. 9: Atividade - Assunto ao Celular – Juliana e Rebeca 93
Apêndice 5.10: Atividade - Do que estamos falando? – Juliana e Rebeca 94
Apêndice 5.11: Atividades 1 – Vitória e Samara 95
Apêndice 5.12: Atividade – Assunto ao Celular – Vitória e Samara 96
Apêndice 5.13: Atividade - Do que estamos falando? – Vitória e Samara 97

INTRODUÇÃO

Vivendo a experiência de atuar em sala de aula durante minha formação, foi possível perceber que apenas as aulas tradicionais não mais dão conta das demandas formativas, pois observando os alunos percebi que, em maior parte, tratam a disciplina não com sentimento de uma ciência importante e indispensável no seu cotidiano, mas como algo frustrante que só serve para lhes trazer problemas na escola. Assim, mediante práticas e leituras acerca do ensino e aprendizagem de Matemática, sobretudo de Geometria que, em muitas realidades, encontra-se numa situação preocupante em relação às concepções e por vezes às práticas, organizamos nossa proposta de pesquisa. Sabemos, no entanto, que o problema em relação à concepção sobre a Matemática não é de origem atual, na verdade trata-se de algo histórico e social. Grande parte da sociedade vê a Matemática com um sentimento de medo, enxergando-a como fonte de problemas quando, na verdade, trata-se do uma ciência rica em padrões que geram, muitas vezes, soluções. Essa concepção agravou-se de forma a hoje estarmos permeados numa realidade delicada, pois observamos a desmotivação em relação à aprendizagem e a dificuldade em trabalhar quando, na maior parte das vezes, os alunos abominam a disciplina, substituindo a criticidade e reflexões por reclamações e sentimentos de incapacidade.

Pensando nisto, fazemos menção a uma estratégia que remete para o desenvolvimento de um ensino centrado na realidade cotidiana de estudantes de nossa região. Nossa principal hipótese é de que a partir de um trabalho que envolva Geometria por meio de elementos concretos e dinâmicos, os alunos podem desenvolver mais positivamente a visualização e a habilidade de resolver problemas, consequência de um olhar mais crítico em relação à Matemática. Assim, o público alvo para o desenvolvimento da nossa pesquisa será estudantes do 3° Ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual do cariri paraibano.

Diante de algumas experiências que participamos – a exemplos de Programas de Extensão e Estágio Supervisionado, temos notado que muitas dificuldades dos alunos são manifestadas, sobretudo, em relação a conceitos de Geometria. Desde então, passamos a refletir sobre como melhorar a qualidade desse ensino. Outro fator, que também nos fez refletir para seguir trabalhos nessa direção e dar continuidade a estudos dessa natureza, foi a experiência vivida no Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), visto que ao se trabalhar com elementos que fogem dos padrões convencionais, existe a

possibilidade de despertar um maior grau de incentivo nos aprendizes que, na maioria das vezes, carecem de uma dinâmica estimuladora frente aos “desafios” que lhes são postos em sala de aula.

Muitas vezes, os alunos, mesmo em níveis de escolaridade mais elevados apresentam sérias fragilidades nos conceitos da Geometria, não conseguindo identificar pelo menos a nomenclatura ou propriedades dos elementos considerados básicos na Geometria Plana. No entanto, isto vem denunciando as muitas fragilidades nesse estudo, bem como no ensino da Matemática de modo geral. Curiosamente, uma das motivações para o desenvolvimento do modelo de aprendizagem, chamado modelo de van Hiele foram aspectos desse tipo.

É importante levar em consideração a forma como os alunos reagem quando trabalhamos de um modo diferenciado ao que constantemente estão adaptados, pois a disciplina, na opinião da maioria, é algo extremamente complexo e pouco motivante para ser estudada. Por isso, o nosso dever, enquanto educadores matemáticos é tentar suprir algumas das necessidades que são apresentadas, bem como buscar amenizar as angústias pela disciplina que é fruto, certamente, de um estudo insatisfatório.

Frente à situação que se encontra essa aprendizagem, é de uma necessidade suprema a busca de métodos que, possivelmente, venham desenvolver mais o empenho dos alunos para resultados mais significativos, para tal, precisamos atribuir um novo significado ao que é desenvolvido. Conforme Rabelo e Gomes (2012) o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) publicou alguns princípios muito importantes para a Matemática escolar do século XXI, nos quais a ênfase maior é em relação ao currículo, o qual deve ser efetivo e coerente, permitindo que as ideias matemáticas sejam interligadas umas com as outras. Com isso, os alunos poderão adiantar seus estudos e poderão vir a darem respostas a situações diversas em seu dia-a-dia. Assim, os autores argumentam que o foco deve ser a experiência com a qual esses alunos possam ser capazes de construir o conhecimento com maior compreensão.

Portanto, no processo de ensino é crucial ir de encontro com interesses dos alunos e não apresentar respostas prontas, mas mostrar-lhes caminhos para refletirem acerca de possíveis respostas e dessa forma, os alunos poderão tornar-se seres mais autônomos. A melhor forma, talvez, seja fazendo questionamentos, pois, assim, os alunos podem adaptar-se de forma mais reflexiva frente ao que está sendo desenvolvido. Ao tentar solucionar problemas, os alunos precisam criar estratégias, mobilizando conhecimentos adquiridos e a criticidade, pois é um momento, em que raciocinam,

argumentam, mostram sua opinião e/ou entusiasmo frente ao que está sendo desenvolvido, sobretudo, quando há a interação social. Dessa forma, quando se depara com um ensino exploratório, possivelmente, desenvolverá mais positivamente as competências matemáticas. Acreditando, na Geometria como parte indispensável no estudo da Matemática, a qual oportuniza o desenvolvimento de pesquisas, favorece no entendimento de conceitos e prioriza outros caminhos de interpretação, é que a consideramos como tópico primordial para o desenvolvimento de nossa pesquisa.

Os desafios que a educação brasileira enfrenta, atualmente, exigem dos pesquisadores e educadores a busca metodologias que possam despertar o interesse do aluno no processo de ensino e aprendizagem. Para tanto, é importante que o ensino esteja interligado com as necessidades do aluno. Nesse sentido, é fundamental utilizar tarefas que venham a contribuir para o desenvolvimento, criatividade e reflexão, levando em consideração o nível de compreensão geométrico e as fases sequenciais apresentadas pelo Modelo Van Hiele.

Com essa concepção, propomos um estudo na intenção de explorar a Geometria a partir de materiais concretos manipuláveis e de um aplicativo de Geometria Dinâmica, que possam auxiliar no estudo das transformações no plano, já que daremos ênfase ao estudo de simetria, translação, rotação e reflexão, que são conceitos importantes para o desenvolvimento dos alunos. Para tal, formulamos a seguinte indagação: *Quais as contribuições ao se trabalhar na sala de aula com resolução de problemas geométricos em atividades mediadas por materiais concretos e tecnológicos na apreensão de conceitos de isometria levando em consideração o nível de compreensão segundo o modelo van Hiele?*

Baseando-nos na hipótese, inicialmente citada, elencamos alguns dos principais objetivos, visando, de modo geral, analisar os limites e as possibilidades de resolução de problemas que levam em consideração o nível de compreensão do modelo van Hiele, a partir de materiais concretos confeccionados e um aplicativo de Geometria Dinâmica, para compreensão do conteúdo Simetria e Isometria com alunos do 3º ano do Ensino Médio.

Com este intuito, elencamos os seguintes objetivos específicos:

- Analisar a concepção da professora regente da disciplina em relação ao ensino e aprendizagem da Geometria e possíveis procedimentos didáticos utilizados em suas aulas;
- Identificar o nível, segundo o modelo van Hiele, em que os alunos se

encontram com relação à Geometria;

- Propor atividades com a resolução de problemas geométricos utilizando materiais concretos, para a verificação do nível de pensamento geométrico dos alunos;
- Propor atividades com a resolução de problemas geométricos utilizando o aplicativo de Geometria Dinâmica para a verificação do nível de pensamento geométrico dos alunos;
- Analisar a forma que os alunos interagem e se comunicam no desenvolvimento das tarefas;
- Verificar o nível de desenvolvimento pensamento geométrico ao final das atividades propostas.

Sabe-se que o conceito de simetria desde muitos anos serve de inspiração para o homem em suas atividades, certamente, por isso, na atualidade, ela é encontrada com frequência na música, em esculturas, em outras ciências e nas artes em geral e tem o papel de harmonizar obras e construções, dessa forma, contribuindo para tornar a estética agradável para quem as observa. Esse fator, no entanto, faz parte da natureza humana, pois o homem vive a procura de aperfeiçoar suas realizações.

Mesmo em meio à importância e utilidades, nota-se que o estudo de simetria e isometria é ainda explorado de modo insuficiente. Em alguns casos em que são "desenvolvidos", limita-se unicamente à exploração de eixo – vertical e horizontal o que torna o estudo pouco interessante. Existem variados fatores para que isto assim ocorra, alguns põem a culpa no material que não dá subsidio para realizar um bom trabalho, outros usam o fato da má formação ou do tempo insuficiente de aulas. No entanto, é importante que aos aprendizes seja dada a oportunidade de explorar esse conhecimento que é tão belo e relevante em aspectos geométricos, o que deveria ser bem desenvolvido desde o início do Ensino Básico.

No capítulo 1, nossa atenção é voltada para a resolução de problemas, apresentando um aporte teórico sobre essa rica metodologia. No capítulo 2 enfatizamos a relevância crucial que há no ensino e aprendizagem da Geometria, vista como uma ciência rica em conceitos e metodologias. No capítulo 3, damos ênfase ao modelo van Hiele, ao uso de artefatos, à interação social e à comunicação matemática no decorrer das tarefas. No capítulo 4, enfatizamos o potencial dos recursos didáticos manipuláveis e tecnológicos.

No capítulo 5, apresentamos a metodologia preponderante do nosso trabalho. Neste capítulo mostramos os possíveis caminhos para obtenção dos dados da nossa pesquisa. Por fim, no capítulo 6apresentamos alguns dos resultados parciais, os quais oportunizaram o traçar de novas metas. Neste capítulo identificamos a professora regente pelo pseudônimo Rita e algumas das díades, cujo desenvolvimento foi citado, são identificadas por: Ana e Cecília; João e Maria; Amélia e Cristina; Juliana e Rebeca; Vitória e Samara. O desenvolvimento de cada uma, originalmente se encontra no Apêndice 5.

CAPÍTULO 1

1. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA SALA DE AULA

A resolução de problemas é de uma riqueza peculiar quando trabalhada de forma legítima em suas diversas instâncias. Essa afirmação pode ser mais bem compreendida quando observamos, no decorrer desse capítulo, as muitas teorias que apontam a necessidade de sua inserção em sala de aula, assim como as possíveis vantagens e particularidades.

1.1 Resolução de Problemas: características e possibilidades

Se tratando da resolução de problemas, sabemos que embora seja de um valor supremo para o trabalho com conteúdos matemáticos e desenvolvimento intelectual, muitos são os desafios para inseri-los nas aulas de Matemática, em consequência de muitos fatores, entre tais se encontra o baixo nível de conhecimento por grande parte dos alunos da escola pública brasileira, particularmente as da rede estadual e municipal que, na maior parte de sua vida escolar a atividade mais frequente ou a única foi e possivelmente continua sendo a resolução de exercícios, o que é insuficiente mediante as cobranças sociais atuais.

Na resolução de problemas, é muito importante a compreensão de texto, isto é, saber interpretar, considerar possíveis estratégias para resolução, o que demanda um leque de conhecimentos prévios. Conforme salienta os Princípios e Normas para Matemática Escolar do NCTM (2008, p. 394) "*a predisposição para a resolução de problemas inclui confiança e vontade de empreender novas e difíceis tarefas*". Esse fator é justificado pela necessidade de inovação, tendo em vista que, na maior parte das vezes, o ritmo e metodologia em algumas aulas de Matemática têm causado acomodação e rejeição com relação ao estudo da disciplina.

A ideia de que o professor explica o conteúdo e o aluno exercita a aplicação do mesmo, data desde o século XIX. D'Ambrósio (2008) salienta que, embora haja tantos fundamentos para o legítimo uso da resolução de problemas, essa ideia equivocada permeia há mais de 150 anos o ensino da Matemática. Sabemos que a influência de George Pólya foi primorosa para o desenvolvimento da resolução de problemas na sala

de aula, pois sua proposta era de um ensino que criasse oportunidades para que os alunos refletissem, pensassem matematicamente e construíssem o conhecimento.

> Pólya estudava o trabalho de investigação dos matemáticos e propunha um ensino que criasse oportunidades para que os alunos se comportassem como matemáticos, investigando problemas abertos e desafiantes para todos. Esse aspecto da proposta pedagógica de Pólya se perdeu na tentativa de inseri-lo em livros texto. (D'AMBROSIO, 2008,p. 1).

Era também uma recomendação de Pólya e Dewey, que os professores trabalhassem a resolução de problemas ao invés de manter um ritmo curricular, cheio de procedimentos e conceitos, o que na realidade pouco ou insuficientemente se concretiza. Na verdade, a resolução de problemas é possível desde as séries iniciais, quando surgem na literatura infantil situações-problema de investigação para as crianças. Dessa forma, em qualquer nível é possível que o professor proponha atividades de resolução de problemas para envolver as capacidades cognitivas dos alunos. De acordo com D'Ambrosio (2008), há pesquisas que apontam que alunos que resolvem problemas, conseguem serem bem sucedidos em avaliações de nível Nacional e Internacional.

Como em qualquer atividade, na resolução de problemas, o planejamento é fundamental, pois no envolvimento da proposta os alunos podem fazer conjecturas que levem a novos problemas, por isso, é necessário que o docente esteja bem preparado. Com base nos Princípios e Normas para Matemática Escolar do NCTM (2008) para que aconteça a resolução de problemas com sucesso, é indispensável o conhecimento de conteúdos matemáticos, de estratégias de resolução de problemas, a capacidade de auto regulação, e uma predisposição para a colocação e resolução de problema. Nesse sentido, os professores são muito exigidos, por serem os responsáveis em desenvolver meios que influenciem no desenvolvimento do conhecimento e estratégias matemáticas, assim podendo praticar uma variedade de heurísticas. De acordo com Medeiros (2001) um problema para receber essa denominação precisa de fato ser desafiador para o aluno, levando-o a pensar, argumentar, buscar caminhos de solução o que, com certeza, não é uma tarefa imediata.

Na Resolução de Problemas as regras do contrato didático, sem dúvidas, influenciam muito nas atitudes dos alunos, que querem resolver tudo deforma rápida através de um procedimento explícito, importando, muitas vezes, somente encontrar uma resposta. Segundo a autora, os exercícios que ela classifica por problemas fechados, são muito tradicionais nas aulas de Matemática e é inserido no processo de ensino e aprendizagem de uma forma que limita a criatividade dos alunos pela forma como são apresentados, ou seja, apresenta um contexto muito limitado, palavras que

dizem de imediato a operação a ser utilizada e quase sempre são propostos a partir de um conteúdo exposto. Enquanto que os problemas bem elaborados, chamados de problemas abertos, propicia que os alunos pensem não de forma linear, mas com um olhar crítico e reflexivo. Conforme argumenta Medeiros (2001) esses tipos de problemas podem ser desenvolvidos em grupos o que pode diminuir o medo e aumentar as chances de produção mais eficientes.

De acordo com Allevato (2008) nos problemas abertos são explorados múltiplos caminhos para se chegar à solução, enquanto que nos problemas fechados tudo já é pré-determinado, ou seja, tanto a situação inicial quanto a resposta para o problema são pré-determinados.

Devido à grande atenção que hoje se dá a essa metodologia, em virtude do seu rico potencial para o ensino e aprendizagem, muitas pesquisas têm avançado nessa área e mostrado a eficácia de explorar atividades com resolução de problemas em sala de aula, um exemplo disto é um trabalho desenvolvido em um grupo da UNESP – Rio Claro/SP na coordenação da Profª Drª Lourdes de la Rosa Onuchic, onde o trabalho acontece de forma bastante considerável segundo as orientações oficiais e é denominado por Ensino – Aprendizagem - Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Segundo Allevato (2008) a expressão composta pelas palavras ensino - aprendizagem - avaliação, tem o objetivo de expressar uma concepção em que ensino e aprendizagem devem ocorrer de forma simultânea no processo de construção do conhecimento, tendo o professor por guia e os alunos por co-construtores desse conhecimento. Nessa perspectiva, o ensino aprendizagem de um determinado tópico matemático, inicia com um problema que expressa aspectos chave desse tópico e, assim, técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema proposto, enquanto que a avaliação em relação ao desenvolvimento dos alunos é feita de forma contínua (ALLEVATO, 2008).

1.2. Resolução de Problemas: Motivação para aprendizagem

Foi a partir dos anos de 1990 que a inserção da resolução de problemas começou a ganhar certa força nas aulas de Matemática, viabilizada pela proposta curricular que também envolvia outras propostas como a Modelagem e o trabalho com Investigações, o que pôde influenciar uma dinâmica mais inovadora nas aulas de Matemática, pois os

alunos não estavam envolvidos apenas em um processo de regras e procedimentos, mas viam-se inseridos em um meio que provocava reflexão, desenvolvimento autônomo e interação, sendo, portanto, uma forma de os alunos apresentarem características do seu pensar matemático.

De acordo com D'Ambrósio (2008) pesquisas como projeto Quasar nos EUA, tem apontado que alunos que resolvem problemas conseguem um respaldo mais positivo em avaliações de porte nacional e até mesmo internacional, para tal é importante propor problemas que leve os alunos a pensarem e por em prática o pensar matemático, despertando inclusive a criatividade. Entretanto, é necessário um cuidado especial por parte do professor, que deve ter amplo conhecimento sobre como trabalhar a resolução de problemas, pois do contrário toda a essência da proposta pode ser invalidada e o que é posto como problema pode tornar-se exercício, com pouco significado para os alunos.

Quando o ensino é centrado apenas em sua característica tradicional, as atitudes dos alunos são apresentadas de forma passiva perante a aprendizagem. Segundo Medeiros e Santos (2007), o ensino tradicional inibe o espírito criativo do aluno, para tal é necessário que haja uma reflexão mais crítica em relação ao modelo que está sendo desenvolvido em sala de aula. Nesses termos, é imprescindível o despertar de uma visão mais esclarecida em relação à Matemática, em que os alunos poderão aprender através do seu desenvolvimento, criatividade, comunicação, etc. Estando o aluno a trabalhar nessa dinâmica, possivelmente ocorrerão mudanças nas concepções e papéis tanto do professor, quanto dos alunos que se sentirão autores da história.

Sabemos que os exercícios ou problemas fechados exigem um grau de criatividade irrelevante, pois leva o aluno a uma aplicação direta, pouco motivantes não despertando o suficiente, para um pensamento mais criterioso. Isto significa que o aluno nessa situação, não passa de um mero reprodutor de procedimentos, o que pouco ou nada desperta para criatividade em Matemática.

Problemas mais elaborados, que envolvem a realidade do aluno, que o façam pensar mais criteriosamente, possivelmente despertam um maior interesse que, por sua vez, gera maior entusiasmo despertando, com isso, a criatividade e, provavelmente, contribuindo para uma aprendizagem mais dinâmica e significativa. Gontijo (2006) ressalta que os problemas que motivam para criatividade, são aqueles que levam os alunos a raciocinar.

> Os problemas, para que possam motivar o aluno e despertar sua criatividade, não podem se caracterizar como aplicação direta de algum algoritmo ou fórmula, mas devem envolver invenção e/ou criação de alguma estratégia particular de resolução, pois, essa competência [matemática] não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica (GONTIJO 2006, p. 6).

O fato de propor problemas pertinentes, segundo o interesse dos alunos, pode deixar o ensino de Matemática mais interessante, uma vez que o aluno sente-se mais envolvido e desafiado a resolver a situação proposta, entretanto, isto não é uma tarefa simples, precisa de interesse e conhecimento por parte do professor para que ele possa motivar e orientar os alunos no desenvolvimento da tarefa. Assim, conhecer o aluno, bem como sua realidade, é muito positivo no sentido da elaboração das propostas a serem desenvolvidas em sala de aula, pois o interesse do aluno é primordial para um desenvolvimento de um ensino mais satisfatório.

Dessa forma, ao propor atividades de resolução de problemas em sala de aula, é essencial que a proposta seja bem formulada e que o professor tenha grande domínio do que estar a realizar. De acordo com Brown e Walter (2005) uma pequena mudança de frase ou contextualização frente à situação, pode extrair o brilho do problema. No processo de resolução de problemas, os autores dizem ser necessário não apenas conhecimento, mas também coragem para que todos possam encontrar desafios significativos. Assim, no processo de resolução de problemas em sala de aula de Matemática, se faz necessário acreditar na construção do conhecimento, no empenho dos alunos e na proposta de interação e partilha de saberes.

Um fator que merece muita atenção é o modo em que o professor deve executar sua prática, pois o padrão rotineiro por si só, já não dá mais conta. Dessa forma, a reflexão sobre a prática pode permitir uma nova visão em relação à Matemática. De acordo com Cesar, Oliveira e Teles (2004) o fato de o docente oferecer novas oportunidades aos alunos, bem como acreditar em seu potencial, pode resultar em avanços bem significativos.

> A conexão professores-alunos-conhecimento é, assim, reforçada por um novo contrato didático que valoriza a persistência na busca de novas soluções para a situação, bem como capacidade argumentativa e crítica dos estudantes e do raciocínio que eles usam. Assim, torna-se fundamental que o professor tenha uma melhor compreensão das potencialidades dos alunos, permitindo estas surgir através de tarefas com marcas sociais que promovam conflitos sócio-cognitivo mais rapidamente. (CESAR, OLIVEIRA e TELES, 2004 p. 61).

Os alunos podem ser criativos, entretanto, necessita-se de um favorecimento de oportunidades para que essa criatividade seja despertada. D'Ambrósio (2008) nos diz que a modernidade em termos tecnológicos, favoreceu muito para as oportunidades de aprendizagem, que vão muito além das que podem ser obtidas através do tradicional papel e lápis. Schoenfeld (1996) considera como bons problemas, aqueles que são relativamente acessíveis e que possam ser resolvidos, ou pelo menos abordados, por vários caminhos. Assim, ele argumenta que os problemas e as suas soluções devem servir como introduções a importantes ideias matemáticas e de forma particular, os problemas abertos, é uma maneira de fazer matemática.

Portanto, a concepção de problemas é relativa em relação ao nível de escolaridade e de pensamento. De acordo com Dante (2010) o que é problema para alguns, pode não ser para outros e assim o mais importante é fazer o aluno pensar, desenvolver e assim adaptar-se a enfrentar situações novas, buscando sempre caminhos de interpretação e ação. As Orientações Curriculares Nacionais, por exemplo, argumentam que ao término do Ensino Médio se espera que alunos tenham conhecimento necessário para usar a Matemática a fim de compreender e resolver problemas diversos da Matemática e do cotidiano, além de problemas oriundos de outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2006). Dessa forma, a resolução de problemas é uma alternativa viável e possível de ser desenvolvida tanto individualmente, quanto em pequenos grupos, importando, sobretudo que os alunos trabalhem de forma ativa.

CAPÍTULO 2

2. GEOMETRIA: UM CONHECIMENTO A SER CONSIDERADO

Nesse capítulo, enfatizamos sobre o ensino e aprendizagem de Geometria, sua importância e especificidades no desenvolvimento do estudo de Matemática, bem como possíveis desafios em seu ensino. Além disso, sublinhamos aspectos relacionados a simetrias em seus múltiplos contextos.

2.1. Contextualizando os caminhos da Geometria

Infelizmente os problemas em relação ao ensino e aprendizagem de Matemática já é algo que persiste há muito tempo em âmbito mundial e se agrava em países como o Brasil, no qual a educação ainda não foi plenamente democratizada. Os maus resultados em avaliações da disciplina, embora lamentáveis, já não são nenhuma novidade. De acordo com Rabelo e Gomes (2012) a situação é ainda mais drástica quando o assunto é Geometria, mais especificamente, nos itens de resolução de problemas. Um dos pontos em relação ao ensino e aprendizagem da Matemática, elencado no Relatório Nacional (DGIDC 2005), segundo abordagem de Rabelo e Gomes (2012, p. 7) é o de que é necessário "*focalizar esse processo de ensino/aprendizagem na resolução de problemas não rotineiros que permitam utilizar todas as competências adquiridas*." De acordo com os autores, todos os anos letivos, escolas ou professores podem desenvolver o mesmo currículo de forma diferente, uma vez que, o professor é que é o artífice daquilo que será posto em prática.

A Geometria, entretanto, representa uma parte muito importante do conhecimento matemático e foi uma ciência construída culturalmente desde os primórdios da civilização humana, tendo conexões e aplicações estreitas com a nossa realidade física. Notamos que quando ela é trabalhada, normalmente é utilizada como pré-requisito para assuntos posteriores vistos na escola, porém a ênfase em trabalhá-la a partir da realidade dos estudantes é pouco explorada. Essa realidade, por sua vez, pode ser modificada visto que nos dias atuais há uma viabilidade maior de explorar o conhecimento geométrico, seja por meio de materiais didáticos manipuláveis ou por meio dos recursos tecnológicos, que mesmo com limitações está muito mais favorável se comparado há uma década, graças a uma diversidade de fatores, tais como a formação, as condições de trabalho consequências da modernização, entre outros fatores preponderantes.

Essa ciência é chamada dedutiva pela sua forma de apresentação e encaminhamentos lógicos e, por muito tempo, foi ensinada na sua forma dedutiva. Ela formava a base das Ciências Exatas, da Engenharia, da Arquitetura e do desenvolvimento tecnológico. Contudo, a partir da metade do século XIX o Movimento da Matemática Moderna (M.M.M.) fez com que esta Geometria, tão rica em conceitos e filosofia, fosse desvalorizada pelos matemáticos, restringindo-a em um exemplo de aplicação da Teoria dos Conjuntos e da Álgebra Vetorial (KALEFF, 1994). Assim, a geometria euclidiana foi sendo excluída do ensino regular, bem como dos cursos de formação de professores, trazendo consequências sofridas até hoje. De acordo com Crowe e Thompson (1994) no século XIX, poucas pessoas chegaram à escola secundária ou mesmo tinham contato com a Geometria Euclidiana.

A forma como a Geometria vem sendo desenvolvida há muitos anos, tem gerado muitos impasses, por ser rotineiramente trabalhada de modo muito linear, convencional e, consequentemente, pouco significante. Mediante isso, os alunos apresentam sérias dificuldades de visualizar, reconhecer e demonstrar. Assim, ensino e aprendizagem têm acontecido de forma descompactada, estando os aprendizes, muitas vezes, a generalizar casos particulares. Conforme Dreyfus e Hadas (1994) os alunos devem ser levados a considerar diferentes casos para, posteriormente, decidir se a afirmação é verdadeira ou falsa. Os autores asseguram que o sucesso do aluno, frente ao que estuda permite reforçar a motivação para aprender de forma mais significativa. Segundo Leivas (2012) é necessário que a aprendizagem de Geometria esteja centrada em um processo que envolva visualização e manuseio de materiais concretos.

O desenvolvimento do pensamento geométrico precisa ser desenvolvido desde as séries iniciais para que o aluno possa evoluir de forma mais efetiva. De acordo com Leivas (2012, p. 28) "*o conceito deve ser formado de forma reflexiva e consciente, produzindo sentimento de certeza a partir da auto evidência*". Com isso, percebemos a necessidade que há no desenvolvimento de atividades exploratórias e questionamentos que levem ao conceito, não descartando o posicionamento individual dos alunos.

A ideia central para modificar o quadro em que se encontra o trabalho com a Geometria, não é criar uma sequência de algoritmos para que eles possam "ganhar" habilidades para resolver questões, e sim buscar meios nos quais possam se sentir mais motivado para a aprendizagem, dessa forma, criando o hábito de pesquisar, questionar, refletir e investigar mediante sua prática. Por essa razão, é muito importante valorizar o que o aluno é capaz de fazer e incentivá-los a progredir, sem interferir diretamente em

suas realizações. Conforme podemos notar na figura abaixo, o pensamento geométrico envolve muitas particularidades relevantes e fundamentais para o desenvolvimento intelectual.

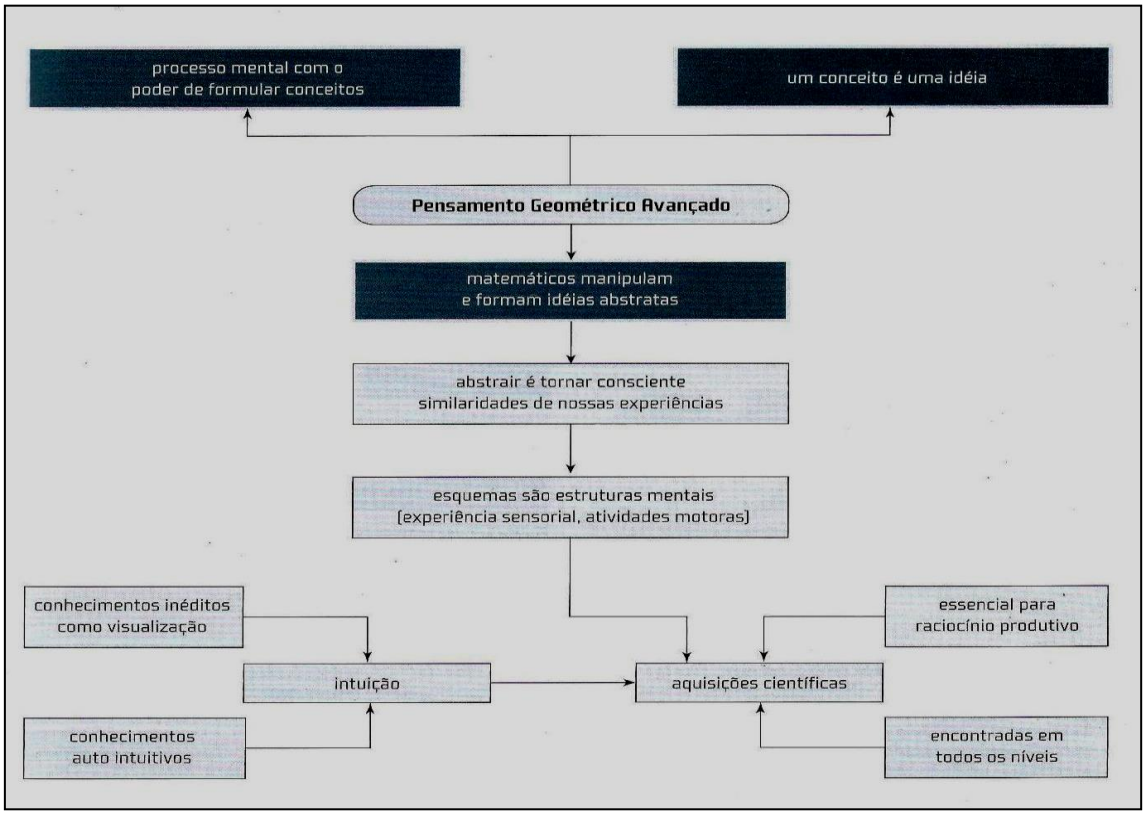


Figura 01: Mapa conceitual de pensamento geométrico avançado – Fonte: LEIVAS (2012, p. 29).

Dentre os objetivos educacionais se faz necessário à inserção de aspectos que favoreça o processo criativo. A Matemática, por exemplo, é fruto de uma construção que requer, sobretudo, criatividade, estratégias e habilidades que surgem a partir de um processo. Gontijo (2007) deixa claro que cabe à escola, de modo especial, a função de estimular o desenvolvimento da criatividade. O autor salienta ainda, que a ausência de uma visão crítica a partir de um planejamento estratégico pode comprometer uma das finalidades da Lei Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9394/96 (Brasil, 1996) Art. 2º) que estabelece para a educação brasileira, favorecer o pleno desenvolvido do educando seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho.

2.2 Por que é preciso estudar Geometria?

Os programas de ensino, desde as séries iniciais até o fim do Ensino Médio, dentro do padrão Geometria, deveriam capacitar todos os alunos a analisar características e propriedades de formas geométricas bidimensionais e tridimensionais e desenvolver argumentos matemáticos sobre relações geométricas, além de especificar posições e descrever relações espaciais usando geometria analítica e outros sistemas representacionais e aplicar transformações e usar simetria para analisar situações matemáticas. Crowe e Thompson (1994) dizem que diferentemente do que fez Euclides, considerando triângulos, círculos e poliedros isoladamente, a Geometria das transformações atenta para as rotações, translações e reflexões, isto é, em movimentos rígidos denominados simetrias.

Embora não nos detemos especificamente para a Teoria dos Grupos é possível estabelecer fortes e importantes relações entre as transformações geométricas e essa Teoria. Conforme sugere os autores tomando por base o quadrado e um quarto de giro no sentido anti-horário é evidente que a localização de cada vértice mudará. Dessa forma, o vértice A ocupará o lugar do vértice B, posteriormente, o vértice B ocupará o lugar do C, o C do D e por último o D do A, isso é gerado a partir do movimento de rotação, semelhante ao esquema exposto na figura abaixo.

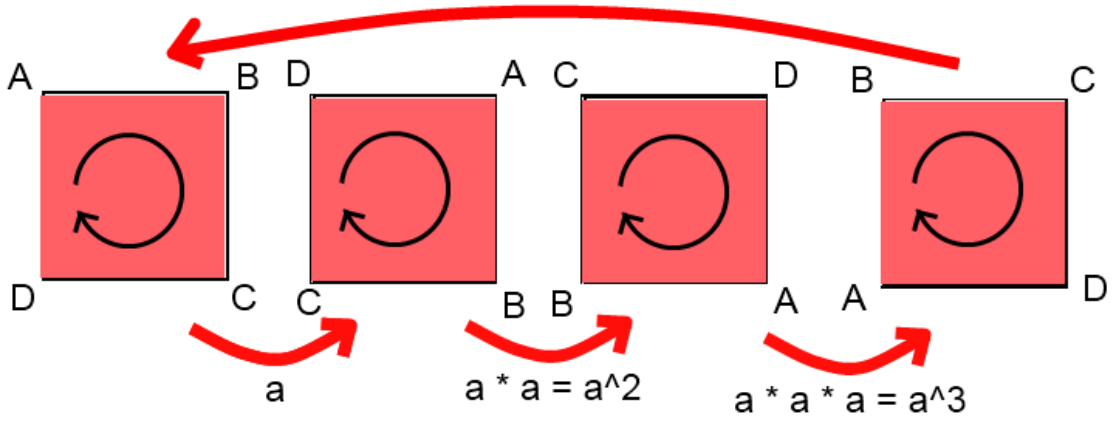


Figura 02: Movimento de rotação no quadrado. Fonte: http://paralysisbyanalysis52.wordpress.com/2012/02/24/algebra-abstracta-introducao-a-teoria-de-grupos

Crowe e Thompson (1994) denominam essa rotação por f, consequentemente duas delas são denominadas por f^2, o que deve ser entendido, mais especificamente, como uma composição de funções. Outras rotações são também possíveis para a mesma figura, como f^3, f^4 o qual não tem nenhum efeito sobre o quadrado. Mas os autores

adiantam que existem outras quatro isometrias possíveis para o quadrado no estudo da Teoria dos Grupos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997 sugerem a inclusão de alternativas relativas a metodologias para o ensino de Geometria, mas não apontam muitas possibilidades para que isto ocorra. Então, na busca de opções, encontramos nas recreações geométricas, quando convenientemente planejadas, recursos pedagógicos enriquecedores e eficazes na construção do conhecimento. Três aspectos podem justificar seu uso em sala de aula: o caráter lúdico, o desenvolvimento de técnicas intelectuais e a formação de relações sociais que é de extrema importância para o desenvolvimento do aluno.

Portanto, as ideias geométricas são úteis para representar e resolver problemas em outras áreas da Matemática e até mesmo em situações do mundo real. Assim, seu ensino deveria estar integrado, sempre que possível, com outras áreas, pois as representações geométricas podem ajudar os alunos a dar sentido à área, às frações, aos histogramas e aos dados colhidos. Os gráficos podem servir para conectar a Geometria e a Álgebra. Além disso, quando aos alunos de qualquer nível, são dadas oportunidades de trabalhar com coisas que não seja apenas abstração sem significado prático, o estímulo para aprendizagem é certamente maior, consequentemente esse fator pode facilitar o trabalho docente.

2.3 O desafio de ensinar Geometria

Sabemos que não é tão simples envolver a maioria dos alunos nas aulas de Matemática, isto porque eles criam um conceito mal elaborado em relação ao sentido da disciplina, achando em sua maioria, difícil e pouco motivante. Isto acarreta uma sequência de problemas que se agravam no decorrer dos anos de escolaridade e os alunos criam possíveis bloqueios que interferem no seu desenvolvimento intelectual em relação ao conhecimento matemático.

De acordo com Dreyfus e Hadas (1994), a maior parte das dificuldades observadas nos alunos, está relacionada com a forma como é organizado o raciocínio e construída argumentações lógicas. O ato da argumentação troca de ideias e reflexão, são necessidades fundamentais no ensino, porém é mais uma problemática, porque na maioria dos casos o tempo de aulas é insuficiente, a maioria dos professores está preocupada em cumprir o programa e os alunos em ser aprovados, mesmo que não

tenham aprendido muita coisa. Esta é uma realidade “comum”, em grande parte das escolas públicas do nosso país.

Entretanto, as dificuldades não é um caso particular apenas da maioria das escolas públicas do Brasil, mas até mesmo alunos mais adiantados da *hight school*, apresentavam dificuldades no que se refere à argumentação ou demonstração. Partindo disto, Dreyfus e Hadas (1994) formularam seis princípios, que embora pareçam claro para os matemáticos é algo de difícil compreensão para a maior parte dos alunos. Segundo os autores, esses princípios serviram de base para considerações pedagógicas que orientaram para um curso de Geometria Euclidiana, desenvolvido com alunos da nona série da *hight school*.

Os princípios formulados pelos autores e que estamos denominando por P1, P2, P3, P4, P5, P6 foram os seguintes:

> “P1. Um teorema não tem exceções. Dize-se que uma afirmação matemática é correta somente quando é correta em qualquer circunstância concebível. P2. Mesmo afirmações “óbvias” têm de ser provadas. Em particular, uma demonstração não pode ser construída com base nos aspectos aparentes da figura. P3. Uma demonstração deve ser geral. Porém, um contra-exemplo é suficiente para refutá-la. P4. As suposições de um teorema devem ser claramente identificadas e distinguidas das conclusões. P5. A recíproca de uma afirmação correta não é necessariamente correta. P6. Figuras complexas são constituídas por componentes básicos cuja identificação pode ser indispensável numa demonstração.” (DREYFUS E HADAS, 1994 p. 61).

Portanto, temos nossos deveres enquanto educadores, e entre tais estar a responsabilidade de seguirmos em busca de meios que possam favorecer o andamento das aulas, possibilitando a diminuição das dificuldades apresentadas pelos alunos em diversos conteúdos da Matemática

É natural que nem todos tenham graus de abstração similar, uma vez que cada um aprende no seu próprio ritmo, podendo se identificar ou não com os conteúdos ou tarefas propostas, o que depende muito da forma como é abordada cada situação em sala de aula. Entretanto, é importante, sobretudo, preparo perante o que deve ser proposto, pois estímulo e entusiasmo podem ser fatores valiosos para o rendimento em sala de aula.

Pensando no ensino de Matemática, particularmente de Geometria, percebemos que, apesar de tantos trabalhos desenvolvidos com essa temática, o problema permanece e grande parte dos alunos ainda apresentam muitas dificuldades de raciocínio e visualização, sobretudo quando pensamos na resolução de problemas. Portanto, é muito

importante que aos alunos, desde as séries iniciais, seja dada oportunidades de pensarem a partir da visualização e manipulação. De acordo com os Princípios e Normas para a Matemática Escolar do NCTM (2008), por meio das representações e da construção de formas tridimensionais em duas dimensões e construção de formas tridimensionais, a partir de representações a duas dimensões, os alunos poderão compreender as características das formas. Com apoio de ferramentas tecnológicas, podem concentrar-se nas decisões a tomar, na reflexão, no raciocínio e na resolução de problemas. Nesse sentido, a variedade de representações, de formas e de recursos pode ser muito útil no enriquecimento de sua aprendizagem, pois poderão reconhecer semelhanças e diferenças através de um trabalho investigativo.

2.4 O Estudo de Simetrias em múltiplos contextos

De acordo com Contador (2011) o termo Simetria vem da palavra grega Symmetria ou justa proporção ou justas medidas, isto é, corresponde a partes situadas em lados opostos de uma linha de um plano ou ainda distribuídos em volta de um centro, de forma a apresentar regularidade nessa distribuição.

O estudo de simetria, apesar de sua relevância é pouquíssimo desenvolvido no Brasil, ao contrário de escolas da Europa e dos Estados Unidos (RÊGO et al, 2006). É importante explorar as simetrias com os estudantes levando-os a adaptarem-se a uma visão mais observadora e crítica diante das percepções nos mais variados campos em que a Matemática se faz presente.

Rêgo et al (2006) aponta quatro tipos de isometrias que são *translação, rotação, reflexão* e *glissoreflexão*. Os autores apresentam as seguintes definições:

> Translação é o mais simples dos motivos, compreende a duplicação do motivo padrão obtido pelo deslocamento de cada ponto deste a uma distância fixa, na mesma direção e no mesmo sentido de um feixe de retas paralelas. A reflexão é a duplicação do motivo, onde se considera uma reta como referência a qual é chamada eixo de simetria e a rotação compreende o movimento de todos os pontos do motivo padrão em torno de um ponto chamado centro de rotação, dessa forma, considera um ponto entre 0° e 360° (RÊGO et al 2006, p. 63 - 64).

A glissoreflexão, também conhecida por *Translação refletida* se caracteriza por ser uma translação do motivo seguida de uma reflexão.

Segundo Bastos (2007, p. 24) "*uma transformação geométrica é sempre uma função bijetiva, de um espaço nele próprio, ou mesmo uma correspondência biunívoca*

do conjunto de todos os pontos do plano ou do espaço sobre si próprio". Parece algo extremamente complexo, mas a prática dos próprios alunos vai gerando significados.

É inadmissível em meio às muitas necessidades práticas que sejamos descartadas ou posto em segundo plano os conceitos de transformações geométricas, isto se evidencia nas falas dos mais diversos alunos, até do ensino superior que desconhecem o termo transformações geométricas, seja no plano ou no espaço. Bastos (2007, p. 23) lamenta o fato de alguns professores não darem o valor necessário ao estudo das transformações geométricas, pois estão, na maioria das vezes, preocupados com outras abordagens que julgam ser mais importantes e destaca que, no Ensino Fundamental e Médio, quando são vistos semelhanças, operações com números complexos ou comparação de gráficos e figuras da mesma família, deveria ser feita uma ligação com as transformações, podendo assim, aprimorar melhor a compreensão por ser um campo rico de conexões, uma ferramenta muito útil para demonstrações, para resolver problemas e para raciocinar sobre o plano e o espaço.

Os efeitos visuais causados pela transformação geométrica podem despertar a criatividade. Certamente por isso, diversos artistas se apoderam dos mais variados efeitos causados por elas, exemplo típico, são os famosos mosaicos de Escher, nos quais pavimentações regulares no plano ganham um efeito de transformação concebida pela arte, conforme apresentado na figura abaixo.

Figura 03: Mosaico circular com borboletas – Fonte: http://imagenscomtexto.blogspot.com.br/2010_10_01_archive.html

Diante da singular importância do ensino de Geometria, especificamente as transformações geométricas, torna-se necessário repensar sua finalidade em sala de aula e desmistificar alguns "pré-conceitos" para que tal ensino não se limite à apresentação de definições, nomes e propriedades, mas desenvolva a habilidade e a motivação para

resolver problemas, escolares ou não, favorecendo o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo, tornando-se assim, mais eficiente e prazeroso, tanto para o aluno quanto para o professor.

Mesmo em meio à crucial importância do estudo da Geometria, sabemos que pouca coisa mudou no passar dos anos no Brasil, apesar de tantos recursos que favorece para acontecer um ensino mais produtivo. Muitas são as formas de produzir conhecimento geométrico em sala de aula e para a sala de aula, o que Andrade e Nacarato (2004) chamam de tendências didático-pedagógicas, as quais devem ser aproveitadas na tentativa de suprir as carências de tal ensino.

Conforme pesquisa dos autores, os Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs) dos períodos de 1987 a 2001 têm apontado um considerável número de trabalhos que apresentam essa natureza de possibilidades. Muitos desses trabalhos trazem as seguintes características: atividades de experimentações por meio de manipulações de objetos concretos; representações a partir de desenhos e construção de modelos; resolução de problemas; construção de conceitos pelo aluno através da produção e negociação de significados; contextos de provas e argumentações, além de trabalhos que visam a discutir o pensamento geométrico num enfoque teórico ou epistemológico (ANDRADE e NACARATO 2004, p. 62). Dentre os sete primeiros encontros, cujos Anais foram analisados, o que mais se destacou no que se refere ao desenvolvimento da Geometria foi o V ENEM, pois foi a partir dele que se identificou a emergência de novas abordagens didático-metodológica.

O conceito de simetria, embora tenha grandes importâncias nas mais diversas áreas, é ainda explorada de modo insuficiente. Em alguns casos nos quais os conceitos são “desenvolvidos” limita-se unicamente à exploração de eixo – vertical e horizontal, o que torna o estudo pouco interessante e com sentido muito limitado. Existem variados fatores para que isto assim ocorra, alguns põem a culpa no material que não dá subsidio para realizar um bom trabalho, outros usam o fato da má formação ou do tempo insuficiente de aulas. Enfim, são muitos comentários que levam ao não desenvolvimento do conceito, no entanto, é necessário que os discentes tenham ciência da relevância de tal conceito o qual deve ser bem desenvolvido desde o início do ensino básico.

Pessoa (2010) salienta a fundamental importância de os professores terem clareza do conceito de simetria, além de saber que atividades são ideais propor para que os alunos tenham a possibilidade de desenvolver o conhecimento das transformações

geométricas. Portanto, necessita-se que as atividades sejam criativas, motivando os alunos a refletir, buscar, criar e, consequentemente, construir o conhecimento de modo mais autônomo a partir de um processo dinâmico.

CAPÍTULO 3

3. O MODELO VAN HIELE NA APREENSÃO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS

Nesse capítulo, daremos ênfase ao Modelo van Hiele que apresenta seu grau de relevância em relação ao nível de abstração particular dos alunos bem como possibilita um caminho de orientação para o planejamento. Além disso, falaremos sobre artefatos nas aulas de Matemática bem como sobre a relevância da interação social e planejamento no desenvolvimento de trabalhos dessa natureza.

3.1 O Modelo van Hiele: Do que estamos falando?

Dina van Hiele Geldof e Pierre Marie van Hiele preocupados com a frequência na qual os alunos se confundiam nas interpretações geométricas, como por exemplo, no reconhecimento de que um quadrado é um retângulo, criaram o modelo conhecido mundialmente por *Modelo van Hiele*, esse que tem a função de orientar a formação e assim avaliar as habilidades do aluno. O modelo é composto por cinco níveis de compreensão, os quais, segundo Crowley (1994) descrevem características do processo de pensamento.

Lorenzato (1995) destacava que ainda era pouco conhecido o modelo van Hiele aqui no Brasil. E com o passar dos anos, observamos que pouca coisa mudou, pois a maior parte dos docentes em atuação não sabe de que trata o referido modelo nem seu objetivo. As ideias preliminares desse modelo, objetiva que os alunos avancem a partir de uma sequência de níveis de interpretações dos conceitos. Assim, os avanços de um nível para outro deverá ocorrer por meio de um desenvolvimento planejado de atividades, uma vez que o progresso dos níveis de compreensão geométrica depende, mais especificamente, de uma aprendizagem adequada à idade do aluno.

O *nível 0* (zero) ou 1º nível, denominado “visualização” é o mais elementar, nesse nível os alunos simplesmente percebem o espaço como algo em torno deles. Aqui muitos discentes já são capazes de comparar e nomear figuras geométricas, apenas por sua aparência. Já o *Nível 1* (um), chamado Análise, começa com uma análise dos conceitos geométricos, o reconhecimento das propriedades e o uso dessas propriedades

para resolver problemas. Por exemplo, a descrição de um paralelogramo a partir de suas propriedades. Mas os alunos nesse estágio ainda não têm maturidade suficiente para estabelecer relações entre propriedades e não entendem definições.

No *Nível 2* (dois), chamado de Dedução informal, os alunos iniciam um maior grau de abstração, pois já conseguirão estabelecer inter-relações de propriedades de figuras e reconhecer as classes. No entanto, os aprendizes formulam argumentos informais, mesmo não compreendendo o significado das definições ou axiomas. O *Nível 3* (três) denominado Dedução, é compreendido como o momento no qual os alunos começam a compreender o processo dedutivo das demonstrações, sendo a dedução uma maneira de estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático. Enquanto o *Nível 4* (quatro) rigor é o momento no qual os sujeitos apresentam maior capacidade de compreender demonstrações formais, como por exemplo, Geometria não euclidiana. Para Pierre Van Hiele os três primeiros merecem maior atenção.

Segundo Crowley (1994) os Van Hiele propuseram cinco fases sequenciais de aprendizado, que são: 1. *Interrogação/informação,* na qual existe diálogo entre professor e alunos, na proposta de desenvolverem atividades envolvendo os objetos de estudo do respectivo nível, nesse sentido leva-se em consideração o conhecimento prévio dos discentes, e o professor os orienta na direção dos estudos; 2. *Orientação dirigida,* nessa fase eles exploram conteúdos através do material sugerido pelo professor. Então com a realização das atividades os alunos compreenderão as estruturas características do nível; 3. *Explicação,* os estudantes tomam por base as explicações anteriores e expressam trocando suas visões sobre o que observaram. Nessa fase o papel do professor é orientá-los no uso de uma linguagem precisa e adequada; *4. Orientação livre***,** essa é a fase de tarefas mais complexas, na qual poderão ser organizadas com muitas pessoas, ou que podem ser concluídas de diversas maneiras ou não, como o trabalho com tarefas abertas; 5. *Integração,* que os alunos reveem e sumarizam o que aprenderam com o objetivo de formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações (CROWLEY, 1994), assim, ao término dessa fase os alunos adquirem um maior grau de abstração.

De acordo com Nasser e Sant'anna (2010) a melhor forma de reconhecer em que nível o discente está raciocinando é através da observação direta do seu modo de raciocinar e de suas estratégias ao resolver os problemas. Para tanto, recomendam atividades que levem os estudantes a pensar, desenvolver estratégias e mostrar suas respostas como melhor alternativa na identificação do nível de Van Hiele, sob o qual

eles estão raciocinando. Com isso, o professor deve estar muito atentamente observando tudo que eles falam e desenvolvem. No quadro abaixo, podemos observar algumas características e exemplos de cada nível, apresentado por Nasser e Sant'anna (2010, p. 7).

Nível de van Hiele	Características	Exemplos
1º Nível (Básico) Reconhecimento	Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global.	Classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios
2º Nível Análise	Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas.	Descrição de um quadrado através de propriedades: 4 lados iguais, 4 ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos.
3º Nível Abstração	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra. Argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.	Descrição de um quadrado através de suas propriedades mínimas: 4 lados iguais, 4 ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo.
4º Nível Dedução	Domínio do processo dedutivo e das demonstrações; reconhecimento de condições necessárias e suficientes	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
5º Nível Rigor	Capacidade de compreender demonstrações formais. Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma geometria finita.

Figura 04: Quadro ilustrativo dos Níveis segundo Van Hiele - Fonte: Nasser e Sant'anna (2010, p. 7)

De acordo com Andrade e Nacarato (2004) esse modelo influenciou pesquisas desenvolvidas, principalmente na UFRJ no ambiente computacional da Geometria Dinâmica do Geometer's Sketchpad, o qual permite a exploração das características de figuras geométricas, a exploração de Geometria Analítica, representações de cálculo ou equações no plano cartesiano. Portanto, os conceitos de visualização, representação, imagens mentais e outros, caracterizam a relevância da Geometria mais experimental e de sua inserção no currículo das escolas.

Os jovens, em sua maioria, apresentam grande familiaridade frente aos meios tecnológicos. Esse fator pode ser aproveitado muito positivamente na sala de aula, a exemplo de aplicativos para explorar conteúdos de Geometria, a qual é de importância singular para compreensão, representação e visualização. Além de recursos dessa natureza, Veloso, Bastos e Figueirinhas (2009) apontam a real importância de

proporcionar experiências com o uso de materiais concretos manipuláveis, os quais, assim como qualquer outro recurso, precisam estar de acordo com o nível de escolaridade e a idade dos aprendizes. Portanto, a partir desses instrumentos, os autores chamam atenção para o estudo das transformações geométricas que, se bem planejado pode render muitos e bons resultados.

3.2 O uso de artefatos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática

Dentre os artefatos[1] que os seres humanos têm o poder de demonstrar, a língua seja oral ou escrita tem uma grande validade, pois exprime as formas de pensamentos. O ato de escrever uma expressão oral a torna mais propiciadora ao desenvolvimento e ampliação de pesquisas, isto porque o que é expresso de forma escrita pode ser reformulado e, ao mesmo tempo, pode também ser mais compreensível para quem lê e observa.

De acordo com Bussi e Mariotti (2010) o que se pode concluir da discussão complexa sobre a implicação do desenvolvimento da escrita e do seu uso, é o que se refere ao papel desempenhado por tal artefato no surgimento do chamado pensamento racional, ou seja, o pensar com base em ideias abstratas, e raciocínio dedutivo. Dessa forma, se concretiza a distinção entre a expressão escrita e a oral. Com isso, se apresenta a distinção entre a Matemática formal e informal, que é reafirmado a partir do estudo desenvolvido por Nunes, Schlimann e Carraher (1993), conforme sublinha Bussi e Mariotti (2010).

A Matemática em meio à sua dinâmica cumpre esse papel de possibilitar a reflexão sobre as representações que são possíveis. Os artefatos podem ser entendidos e utilizados na Educação Matemática também como artefatos concretos, a exemplo dos materiais didáticos estruturados (Tangram, Material Dourado, blocos lógicos, ábaco, etc.), materiais de desenho, de medidas, jogos e desafios matemáticos, entre outros.

Nos dias atuais um dos tipos de artefatos mais comuns e úteis à atuação humana são os recursos da tecnologia que abrange significativamente as possibilidades de trabalho dentro da própria ciência. Na Educação, sobretudo destaca-se as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), pois favorece o trabalho dos professores e a

---

Abrange vários tipos de objetos produzidos por seres humanos através dos tempos: sons e gestos, utensílios e implementos; orais e escritas formas de linguagem natural; textos e livros, instrumentos musicais; ferramentas das tecnologias de informação e comunicação. (BUSSI & MARIOTTI, 2010).

aprendizagem dos alunos. Noss e Hoyles (1996, apud BUSSI e MARIOTTI, 2010) ressaltam que ao enfatizar a perspectiva da comunicação, a função de mediação do computador está relacionada com a possibilidade de criar um canal de comunicação entre o professor e o aluno baseado em uma linguagem compartilhada. O pensamento por sua vez, tem uma natureza mediada, o que, de acordo com Vygotsky, é executada por meio dos artefatos (objetos, instrumentos, sistemas de signos, etc.) nos levando ao pensamento como uma prática social.

Os jovens, em sua maioria, apresentam grande familiaridade frente a esses recursos, o que pode ser aproveitado de forma bastante positiva na sala de aula, a exemplo de aplicativos para explorar conteúdos de Geometria, a qual é de importância singular para compreensão, representação e visualização.

Na orientação das tarefas o apoio do professor é primordial, entretanto, é necessário cuidado em relação à forma de mediar e observar a disposição dos alunos na atividade e, para isso, torna-se importante conhecer bem algumas possibilidades, tais como: público alvo, a realidade dos alunos, o tempo e os recursos disponíveis que podem ser bem observados na citação de Bishop e Goffree (1986), abaixo. Do contrário, a situação proposta pode perder sua eficácia, evidenciando um descontrole em sala de aula. Nesse sentido, um termo de ordem é o planejamento, uma vez que a partir dele o professor pode organizar e prever limites e possibilidades para o desenvolvimento da tarefa, por meio do conhecimento em relação à realidade de atuação.

Para acoplar o grau de valor, qualquer atividade humana precisa de planejamento e objetivos, para tal deve-se deixar muito clara a proposta aos alunos e organizar, segundo as possibilidades, para que sejam alcançados os objetivos pretendidos.

> "Qualquer professor tem de aprender a lidar com os vários constrangimentos, que reduzem as possibilidades dentro da sala de aula, tais como o tempo, o espaço, o livro de texto, o programa, mas dentro destes constrangimentos, o aspecto mais importante para o professor é conhecer bem os alunos, para que seja capaz de imaginar e avaliar os potenciais valores de qualquer tarefa para eles." (BISHOP e GOFFREE 1986, p. 15)

Os autores defendem a proposta da realização de trabalhos em grupos, no qual haja engajamento e interação para formar uma rede de partilha de conhecimentos.

Portanto, a Matemática como uma ciência rica e caracterizada pelos padrões abstratos, em termos de aprendizagem não se diferencia de outras ciências, o que

significa dizer que a forma de aprender mais eficiente é a prática contínua. Não há uma regra que determine especificamente como aprender cada conteúdo, mas a regra de ouro nessa situação é a prática e a reflexão sobre a mesma, pois de nada adianta solucionar uma diversidade de equações ou mesmo manipular diversificados objetos se não houver uma pensamento criterioso acerca das realizações.

3.3 A interação social e argumentação no processo cognitivo

A interação social e cultural tem uma importância primordial quando se refere ao desenvolvimento cognitivo humano. Concomitante a isto, Bussi e Mariotti (2010) enlaçado à definição de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) dada por Vygtsky, argumentam que o desenvolvimento é possível, em virtude de uma colaboração entre um indivíduo, cuja atitude cognitiva apresenta um potencial em relação à mudança, e outro indivíduo (ou uma coletividade) que intencionalmente cooperam para realizar uma tarefa ou para perseguir um objetivo comum.

A partilha de significados com a interação no processo contínuo de aprendizagem tem um destaque singular, uma vez que professor e alunos aprendem de forma simultânea, a partir de trocas, diálogo, opiniões, etc. E de fato, isto precisa ocorrer para que se tenha uma clareza mais original do modo de compreensão dos estudantes.

As argumentações frente ao que se trabalha, merecem uma observação apurada, pois o ideal para a Educação Básica não é especificamente demonstrações formais e sim uma construção conjunta com base nos argumentos dos alunos e na formalização adequada do professor. Garnica (2002, apud ANDRADE e NACARATO 2004, p. 65) questiona que a forma de argumentação é a prova rigorosa ou demonstração formal, envolta em paradoxos, mas com intuito de firmar a veracidade das afirmações matemáticas. Desta forma, não se trata de um formalismo ou não, mas das diferentes formas de argumentações postas na sala de aula, o que deve gerar argumentos para, por meio da negociação, se chegar a uma adequação geral, afinal de contas, são as demonstrações que dão subsidio a teoria geométrica.

Sabemos que os indivíduos têm em sua essência uma espécie de "instinto social", uma vez que ele sempre estar a aprender e interagir socialmente, por isso, o ato de compartilhar experiências pode proporcionar maior aprendizagem. Bussi e Mariotti

(2010) se fundamentando em abordagens vygotskiana, explicitam que a relação entre o interno (ou psíquica) e processos externos (relacionados à interação social externa) é uma questão de longa data em psicologia, onde modelos diferentes foram desenvolvidos.

> Numa perspectiva vygotskyana, o uso de palavras e formas de discurso pode ser interpretado de acordo com a suposição geral de que um desenvolvimento da criança é uma apropriação progressiva e uso reflexivo de modos de comportamento que outros utilizados com relação a ela. (BUSSI e MARIOTTI, 2010).

Portanto, é sempre importante, levar em consideração o nível de abstração e o que se espera dos alunos frente às atividades. O ato de ensinar e aprender Matemática não são uma tarefa definitiva, pronta e acabada, e sim um processo em contínua construção que requer preparação, esforço e vontade para bem realizar, pois é um processo de mediação entre professor e aprendiz. Condizente a isto, Pessoa (2010) aponta, baseado no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico, que no processo de ensino e aprendizagem de Matemática aluno e professor têm papéis cruciais, sendo que o primeiro assume uma participação mais ativa na construção do saber, enquanto o professor se constitui como organizador e dinamizador da aprendizagem. No ponto de vista da autora, o desenvolvimento e valorização de tarefas exploratórias e investigativas, são capazes de possibilitar o entrecruzar de dimensões importantes no que se refere às aprendizagens matemáticas, bem como criação de dinâmicas comunicacionais, mediante discussão e reflexão da atividade desenvolvida.

O fazer para acoplar seu grau de valor requer justificação e reflexão diante as construções, pois pensamento e críticas perante o que é desenvolvido podem ser de grande eficácia para o desenvolvimento mais adequado das realizações humanas. O pluralismo de ideias, a troca de saberes fruto das interações sociais, são bem sugestivos para a ampliação e o desenvolvimento do ato contínuo de refletir e justificar os procedimentos desenvolvidos nas tarefas.

A teoria de Vygotsky é centrada na formação social da mente que, por sua vez, enfatiza a mediação cultural por meio de indivíduos. Essa formação social baseia-se na linguagem, na fala e na relação entre o indivíduo e o meio e assim, considera-se que a aprendizagem acontece pela interação entre esses indivíduos e meio social ou cultural, conforme apresento no seguinte mapa conceitual.

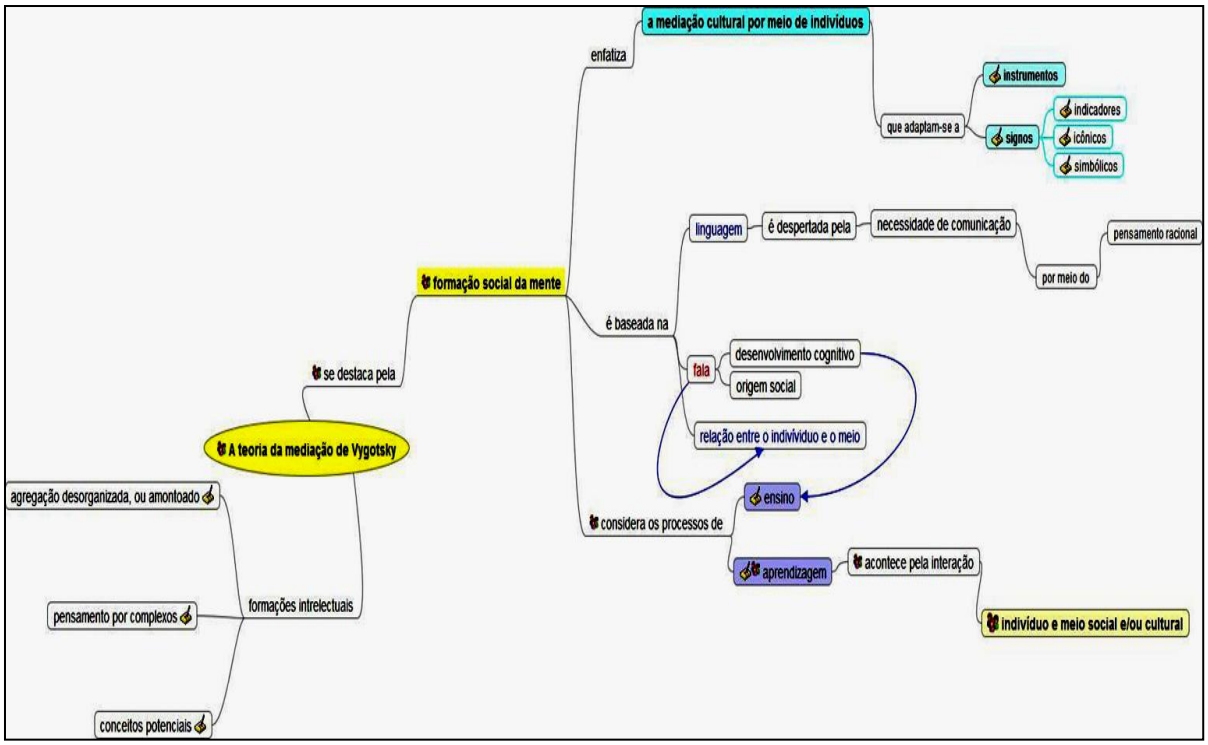


Figura 05: Mapa conceitual: A teoria da mediação de Vygotsky – Mapa: Gilmara Gomes Meira

Baseado na concepção de Pessoa (2010) o processo de interação social entre os alunos é de uma importância singular, pois amplia a possibilidade da construção colaborativa dos saberes em organizar e clarificar o pensamento matemático dos estudantes. O professor, portanto, precisa ser um observador e orientador do processo de realização dos estudantes, uma vez que a aprendizagem matemática está intimamente relacionada ao tipo de tarefa proposta e ao modo de mediação do professor e seu acompanhamento no decorrer das atividades desenvolvidas pelos alunos. De acordo com a autora, quando o professor se apresenta dessa forma, a tendência é incentivá-los a prosseguir e a ultrapassar possíveis dificuldades, sem que interfira em seu raciocínio, dessa forma promovendo o confronto de estratégias e argumentações perante os entes envolvidos.

Prender atenção dos alunos nas aulas de Matemática na Educação Básica é um desafio constante, pois a maior parte dos alunos apresenta um sentimento de desinteresse por diversos motivos. Segundo a maior parte deles, trata-se de uma disciplina complexa, rotineira, cheia de regras que e às vezes leva à desmotivação. Realmente a Matemática exige um pensar mais cauteloso do aluno, entretanto a prática contínua e a motivação que leva o aluno a conhecer a beleza matemática, certamente são fatores preponderantes para determinar parte da aprendizagem, uma vez que ninguém pode gostar de algo que não conhece como ressalta Lorenzato (2006).

De acordo com Nasser (2007) não é uma tarefa fácil fazer com que os alunos raciocinem nas aulas, uma das possíveis estratégias para despertar o raciocínio é a cobrança de justificativas das respostas, pois muitas vezes os alunos respondem às questões sem muito compromisso, o que é insuficiente para avaliar seu nível de conhecimento ou pensamento matemático. É de extrema valia a legítima expressão daquilo que se pratica, uma vez que as respostas justificadas poderão sustentar um modo de avaliação mais adequado e até mesmo reflexão sobre a prática de forma mais propícia. A autora sublinha que "*a habilidade de argumentação deve ser construída, por meio de atividades constantes e específicas (p. 2)*". Temos observado que a atividade que ainda prevalece, pelo menos na maior parte das vezes, é a resolução de exercícios, os quais certamente são insuficientes para construção da habilidade de argumentar. Essa ação repetitiva deixa uma grande lacuna em relação à reflexão, pois o que mais importa no verídico processo de ensino e aprendizagem não é apenas o fato de resolver as tarefas, mas, sobretudo o modo como aconteceu à resolução.

Quando pensamos no Ensino Fundamental e Médio, o poder argumentativo do alunado ainda carece muito de uma visão crítica, frente ao estabelecido, pois poucos conseguem argumentar e mesmo assim quando se posiciona, o argumento está aquém do esperado para o nível de escolaridade, o que é bastante preocupante, pois a sociedade apresenta muitas cobranças frente à constante modernidade e requer seres críticos, que pensam e argumentam, frente aos avanços ou retrocessos.

A interação social tornou-se uma alternativa de relevante valia, visto que pode favorecer para um compartilhamento de saberes, assim, a natureza das tarefas é determinante para uma integração mais propícia. O trabalho em díade, citado por Cesar, Oliveira e Teles (2004) torna-se de extrema importância, porque viabiliza uma mudança nas práticas pedagógicas, valorizando assim, uma participação mais ativa dos alunos no processo de apropriação do conhecimento.

3.4 O poder da Comunicação no desenvolvimento das tarefas

De acordo com Fonseca (2009) a comunicação é um meio no qual há uma articulação, organização e consolidação do pensamento. Com base nisso, a autora esclarece que o compartilhar de ideias se dá de vários modos e pode ser oralmente e por escrito, a partir de gestos, desenhos, objetos, e símbolos. Assim, numa aula de

Matemática os alunos estão em constante comunicação, mesmo que essa não se dê de modo formal, todas as experiências são válidas e, por essa razão, devem ser muito bem aproveitadas para, a partir dos processos de interação e ação, os alunos se adequarem à uma linguagem mais precisa do ponto de vista matemático. Para tanto, é muito importante que seja dada a oportunidade desta experiência ser desenvolvida desde as séries iniciais, já que é o início de tudo, onde a criança começa a abstrair e desenvolver seu poder cognitivo.

É uma alternativa, talvez interessante que o professor em seu planejamento, possa pensar em caminhos nos quais sejam dadas maiores oportunidades para a comunicação fluir em sala, pois na maior parte das vezes essa atitude cabe quase que de forma específica ao professor, enquanto o alunado é basicamente passivo. Um meio que possivelmente ameniza essa situação é o desenvolvimento de novas metodologias, nas quais os alunos participem ativamente das atividades, podendo assim expressar seu pensamento por meio da comunicação.

Enquanto literaturas internacionais apontam o expressivo desenvolvimento de trabalhos que envolvem a criatividade em Educação Matemática, literaturas revelam que no Brasil esse estudo ainda encontra-se em um estágio muito resumido. Segundo Gontijo (2006) essa realidade é prejudicial, uma vez que as produções acadêmicas são poucas e, com isso, surgem desafios em relação à pesquisa em criatividade em Matemática, inclusive em relação à definição. Uma das definições que explica o termo de uma forma mais concisa é a apresentada por Makiewicz (2004, apud GONTIJO 2006) em que esclarece que o termo criatividade refere-se à atividade de construção, modernização e complementação do sistema de conhecimento através da percepção de regularidades, sensibilidade a problemas, formulação de hipóteses e elaboração de justificativas para proposições. Nesse sentido, a criatividade surge a partir da construção humana, raciocínio e visão crítica que surge mediante o pensamento abstrato.

De acordo com Fonseca (2009) o partilhar de ideias em pequenos ou grandes grupos é de grande importância dentro do processo de ensino e aprendizagem, pois todos ganham, seja a partir da apresentação de ideias adequadas e fundamentadas ou mesmo incipientes ou incorretas. Segundo a autora isso acontece porque com a sua participação ativa na discussão, os alunos têm a oportunidade de melhorar, adequar, refinar e desenvolver a compreensão do seu próprio pensamento, integrando aspectos diferenciados que outros apresentaram. Esse argumento se fortalece com o que aponta o National Council of Teachers of Mathematics (2000) ao dizer que a comunicação em

sala de aula deve incluir vários aspectos, tais como: *partilhar o pensamento e as ideias, ouvir os outros, colocar questões, pedir esclarecimentos, explicar e justificar* (NCTM, 2000 apud FONSECA 2009, p. 3). De fato, esses fatores podem surgir por meio da interação social, comunicação e resolução de problemas na sala de aula de Matemática que induz os alunos a refletirem perante seu desenvolvimento e argumentação, estando o professor a avaliar de forma mais propícia por meio da observação direta, da comunicação, criatividade e diálogo dos alunos e entre os alunos.

Portanto, se faz necessário criar um ambiente em que os alunos em todos os níveis de escolaridade, sejam desafiados a pôr em prática seus argumentos, desenvolvendo a criticidade e seu poder de comunicar-se matematicamente.

Quando temos o objetivo de realizar um bom trabalho, onde a meta seja a aprendizagem, a comunicação entre o professor e os alunos é de grande valia. Esta comunicação seja oral ou escrita revela muito sobre cada um deles e, conforme Pessoa (2010, p. 28) "*a partir da comunicação o aluno explicita suas ideias matemáticas envolvidas nas experiências geométricas que são realizadas"*. Isto pode ser primordial até no modo de avaliar, pois aquilo que o aluno expressa é o que ele pode abstrair durante o trabalho que desenvolveu.

A criatividade é de uma relevância suprema, pois muitas vezes, a partir de simples atividade e mesmo de forma inconsciente se descobrem ideias fantásticas para serem apuradas no campo da Matemática, o que pode despertar o interesse por estudos geométricos.

No momento da exploração de uma tarefa em sala de aula é possível fazer muitos questionamentos, provocando o diálogo dos alunos envolvidos, a experimentação e a manipulação podem dá lugar para o envolvimento dos alunos e percepção de propriedades e conceitos diversos nas figuras geométricas.

Segundo Bishop e Goffree (1986, p. 18) "*possivelmente, os professores de Matemática deveriam considerar mais deliberadamente o uso e a exploração de atividades em pequenos grupos"*. Quando o assunto é a discussão em sala, os autores sublinham que a melhor forma para a ação, não é cadeiras separadas em filas e sim em uma forma na qual o professor e todos os alunos interajam conjuntamente. Com a comunicação entre todos os participantes, certamente é muito eficiente para esclarecimentos e uma partilha de significados matemáticos mais propícios.

> ”A interação, partilha de ideias e negociação de significados entre os alunos, inerentes às atividades geométricas em causa, podem constituir também um excelente meio para desenvolver a comunicação matemática, podendo assim desenvolver nos alunos capacidades de autonomia e confiança.” (LATAS 2012, p. 9)

A forma de comunicação utilizada entre os alunos nos momento da exploração das tarefas, sua forma de linguagem ajuda na identificação do envolvimento e dos conhecimentos prévios, visto que são características que podem auxiliar no processo de avaliação.

CAPÍTULO 4

4. O PAPEL DOS MATERIAIS CONCRETOS E TECNOLÓGICOS NO ESTUDO DAS TRANSFORMAÇÕES NO PLANO

Neste capítulo, o nosso objetivo é apresentar fundamentos que asseguram a importância de aparatos didáticos nas aulas de Matemática, abordando relevância, limites e possibilidades com relação à exploração de conceitos matemáticos.

4.1 Os Materiais Didáticos Manipuláveis no Estudo das Transformações no Plano

Em virtude da tamanha desvalorização do ensino e aprendizagem de Geometria, muitos pesquisadores têm apontado à necessidade de estratégias dinamizadoras que possivelmente possam suprir as grandes lacunas que sua ausência causa no decorrer da aprendizagem matemática. Hoje em meio às tantas ferramentas tecnológicas está visivelmente mais viável a exploração de um ensino mais qualificado nos mais diversos níveis de escolaridade. Veloso, Bastos e Figueirinhas (2009) apontam a real importância de proporcionar experiências com o uso de materiais manipuláveis, os quais, também precisam estar de acordo com o nível de escolaridade e a idade dos alunos. Nesse sentido os autores chamam atenção para o estudo das transformações geométricas em particular o de simetria, que pode ser bem mediado aliando a tecnologia aos recursos concretos manipuláveis.

Muitos recursos didáticos possibilitam o estudo de isometrias e simetrias de modo dinâmico, no qual o professor orienta e os alunos fazem as experiências de modo que consigam serem críticos e refletir com base no trabalho desenvolvido. Veloso, Bastos e Figueirinhas (2009, p. 24) apresentam alguns recursos possíveis para fazer esse estudo, tais como espelhos e miras, papel transparente, dobragens e furos apontando também viabilidades e limitações. Por exemplo, os espelhos planos possibilitam fisicamente modelar a transformação reflexão, a qual com sua composição são possíveis obter todas as isometrias. Mas esse instrumento possui limitações, pois conforme os autores salientam, ele transforma um semiplano (ou semiespaço) no semiplano (ou semiespaço) complementar, em vez de transformar todo o plano nele próprio e outra limitação é que mesmo sendo possível a obtenção à transformação de uma figura pela composta de duas ou três reflexões, posicionando precisamente dois ou três espelhos, não é possível eliminar do campo visual a figura intermédia. Já o papel transparente é

considerado um recurso eficaz, uma vez que o mesmo permite construir figuras transformadas de outras pelas isometrias, pois permite modelar: rotações, translações e reflexões, proporcionando assim a compreensão de aspectos importantes das transformações.

As dobragens e furos, apresentada pelos autores são também considerados bons recursos que ao contrário dos espelhos, permite intervir dos dois lados do eixo modelando dessa forma, a transformação de todo o plano em todo o plano, além da possibilidade de furar, para evitar as imagens intermédias em composição de reflexões. No entanto, os autores chamam atenção para a ação dos furos simétricos, pois enquanto o assunto não estiver bem dominado não é indicado fazê-lo, visto que os aprendizes podem confundir a interpretação ou mesmo levantar falsas hipóteses. Os Princípios e Normas para Matemática Escolar do NCTM (2008, p. 29) apontam como facilitador no estudo das Transformações Geométricas os recursos tecnológicos, os quais são atualmente mais viáveis e possibilita um trabalho mais dinâmico. "*Os programas informáticos de Geometria Dinâmica permitem a experimentação com família de objetos geométricos, com um especial relevo nas transformações geométricas*." (PNME 2008, p. 29).

O estudo e aplicação das Transformações Geométricas são de uma relevância peculiar e, por isso, deve ser explorada em diversas situações matemáticas, uma vez que existem muitas possibilidades para esse desenvolvimento que por poucas vezes é aproveitado. Esses Princípios e Normas para Matemática Escolar do NCTM (2008) apresentam algumas possibilidades para realizar trabalhos que envolvam as Transformações no Plano, salientando que, inicialmente, os alunos podem trabalhar os conceitos de transformações através de espelhos dobraduras e representações gráficas. Mais tarde, as ideias tornam-se mais formais e sistematizadas e, no ensino secundário, os alunos devem aprender diversas formas de representação das transformações, incluindo o uso de matrizes para indicar como as figuras são transformadas num sistema de coordenadas no plano e a notação das funções. Tais Normas salientam que "*em todos os níveis de ensino a ênfase adequadamente atribuída ao tema da simetria fornece aos alunos discernimento no campo da Matemática e no da arte e estética*" (p. 46). Assim, os alunos devem compreender os efeitos da composição de transformações e sua relevância em situações matemáticas.

4.2. Os Materiais Tecnológicos no Estudo das Transformações no Plano

Frente ao avanço tecnológico e a variedade de recursos que atualmente pode ser disponibilizado nas escolas, tornou-se muito mais prático desenvolver certas estratégias para as aulas de Matemática, podendo assim, ser favorável no desenvolvimento do ensino e aprendizagem dos alunos, uma vez que, pelo menos em aspectos de visualização as ferramentas tecnológicas podem auxiliar muito positivamente. Conforme argumentos dos Princípios e Normas para a Matemática Escolar do NCTM (2008, p. 195) a tecnologia proporciona oportunidades adicionais para os alunos alargarem a sua capacidade de raciocínio espacial, além disso, os programas de Geometria Dinâmica propiciam um ambiente onde os alunos podem explorar relações e formular e testar conjecturas. Dessa forma, percebemos que a tecnologia dá um direcionamento mais adequado e relação à Matemática que os alunos devem aprender desde que o professor esteja preparadamente no comando.

Conforme o que é apresentado nesses Princípios e Normas para Matemática Escolar do NCTM (PNME 2008) a tecnologia não é para ser utilizada como substituta à compreensão e intuição elementar e sim, poderá e deverá ser utilizada para estimular essa compreensão e intuição, favorecendo a aprendizagem matemática dos alunos. Dessa forma, a tecnologia pode favorecer o empenho e desenvolvimento dos alunos que apresentam certas limitações em termos de atenção, não é que ela vai substituir o professor de Matemática, mas pode ser uma fonte de grande inspiração nas aulas. Em virtude das possibilidades que os meios tecnológicos apresentam, os professores podem avaliar de modo mais significativo, uma vez que os alunos mostram suas percepções e estratégias matemáticas. Nesse sentido, o professor presta também um papel de grande relevância ao auxiliar seus alunos no desenvolvimento das tarefas, podendo assim ampliar os conhecimentos, pois mesmo com o poder das ferramentas tecnológicas que possibilita o acesso a modelos visuais, muitos alunos não apresentando familiarização com os recursos, o professor cumpre um papel fundamental, não apresentando uma sequência de algoritmos, mas orientando seus passos para o amplo desenvolvimento perante a proposta.

Esses Princípios e Normas anteriormente citados estabelecem que a tecnologia enriquece a extensão e a qualidade das investigações, ao fornecer um meio de visualizar noções matemáticas sob múltiplas perspectivas e assim constitui um contexto para as

discussões entre os alunos e o professor acerca dos objetos visualizados e dos efeitos das diversas transformações dinâmicas que a tecnologia permite.

De acordo com Medeiros (2012) na modernidade em que vivemos, as tecnologias estão muito atuantes em nosso cotidiano e, por essa razão, a escola e o professor precisam, além de conhecer os recursos, dominá-las. Assim, a autora considera que os diferentes recursos tecnológicos como meio facilitador, uma vez que são motivadores para um ensino e uma aprendizagem matemática atualizados.

O uso do computador é de grande importância no ensino e na aprendizagem, entretanto, se faz necessário um domínio adequado dessa ferramenta por parte de quem dela faz uso. Conforme Allevato (2008) o computador é um recurso que privilegia o pensamento visual, entretanto não implica na eliminação do algébrico.

Sabemos que a visualização é extremamente importante para formação de conceitos, principalmente quando o assunto é Geometria, pois a partir dela os alunos observam, questionam e refletem. Isto, sem dúvidas auxilia o professor no entendimento sobre o nível de pensamento desses alunos. De acordo com D'Ambrósio a tecnologia em meio à sua modernidade é um vasto e rico campo de exploração, no qual os alunos podem ser levados a um mundo de investigações favoráveis.

> A tecnologia cria um espaço de investigação que junta o lúdico, o visual, e o dinâmico! Os alunos de hoje se sentem à vontade nesse espaço, e poderão transcender de um mundo escolar com motivação puramente extrínseca para um mundo matemático pessoal e repleto de motivação intrínseca. Criando assim um novo relacionamento entre o aluno e a matemática. (D'AMBROSIO 2008, p. 6)

As Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) embora sejam muito eficientes no processo de ensino e aprendizagem, assim como é comum no dia a dia das pessoas, ainda não é explorada de forma adequada e, por vezes, faltam oportunidades para que essas ferramentas, especificamente o computador, sejam utilizadas de forma efetiva. Segundo Candeias e Ponte (2008), as propostas curriculares recentes voltadas para o ensino de geometria dão ênfase especial ao uso da tecnologia para o desenvolvimento da disciplina, sobretudo o uso do computador. Os autores alegam a relevância da utilização de aplicativos de Geometria Dinâmica, uma vez que viabiliza a construção de elementos básicos de Geometria Euclidiana (pontos, linhas, segmentos e círculos), bem como suas relações.

O proceder do professor ao trabalhar com as ferramentas tecnológicas é muito eficaz para o desenvolvimento do aluno, pois a forma na qual o docente introduz e

orienta a proposta, pode envolver significativamente a motivação do aluno. Allevato (2008) nos diz que a abordagem visual tem demonstrado facilitar a formulação de conjecturas, refutações, explicações de conceitos e resultados, favorecendo a reflexão.

Sabemos, portanto, que não adianta apenas dispor dos recursos e propor tarefas na sala de aula, mas é preciso, sobretudo, de domínio e motivação para atender aos objetivos que levam ao inrequecimento da aprendizagem, a partir de um ensino mais dinâmico.

Conforme sublinha Allevato (2008) as animações propiciadas por aplicativos, são recursos computacionais bastante relevantes para compreender a construção e o comportamento de gráficos de funções, bem como as transformações no plano.

De acordo com Smole & Diniz (2001) é necessário que o professor apresente atividades inovadoras que estimulem os alunos, afirmando que a prática das atividades em grupos é de extrema importância, pois no momento em que há a interação social o aluno sente-se na obrigação de ser coerente e a discussão entre o próprio grupo é motivo de aprendizagem.

Portanto, permeados em uma realidade que se moderniza a passos largos, se faz necessário uma reflexão sobre a prática e uma possível renovação da mesma, na tentativa de suprir algumas necessidades. Dessa forma, nos alunos é preciso despertar uma nova visão em relação ao papel da Matemática e de suas especificidades a partir de um pensamento formal e reflexivo.

CAPÍTULO 5

5. METODOLOGIA

Neste capítulo apresentamos os caminhos metodológicos que estamos seguindo com nossa proposta de pesquisa. O roteiro da entrevista semiestruturada e planejamento das tarefas que aqui nos referimos, encontram-se nos Apêndices.

5.1 Caminhos metodológicos

Com o desenvolvimento da Educação Matemática, nos últimos anos, é apontada uma série de contribuições favoráveis ao ensino e aprendizagem valorizando atitudes mobilizadoras em sala de aula de Matemática, nas quais o professor tem a função de mediador enquanto os alunos são os agentes das ações. Com base nisto, nossa pesquisa é um estudo de caso, o qual é muito comum em pesquisas dessa natureza e que de acordo com Ponte (2006) acrescenta conhecimento ao conhecimento já existente, na busca de compreender em profundidade o como e os porquês dos fatos. Ao mesmo tempo, o autor salienta que o estudo de caso é de uma eficiência singular para investigar questões de práticas e aprendizagem dos alunos. De acordo com Esteban (2010, p. 181) "*o estudo de caso também foi utilizado a partir de metodologias sob um enfoque nomotético, porém, em relação à pesquisa qualitativa, se enfatiza sua adequação e pertinência ao estudo da realidade socioeducativa*".

Nossa pretensão é propor a análise e o desenvolvimento do estudo de simetria e transformações de isometria, a partir de tarefas organizadas e guiadas a partir do modelo van Hiele. Como material de apoio, deveremos, também, usar um aplicativo de Geometria Dinâmica, que seja de fácil acesso aos alunos participantes da pesquisa, e materiais concretos manipuláveis que venham a subsidiar as tarefas. Dessa forma, as estratégias metodológicas a usarmos deverão ser guiadas pelo referido modelo, o qual nos dará auxílio na metodologia de ensino e planejamento das tarefas.

Nosso campo de pesquisa está sendo uma escola pública estadual, localizada na cidade de Cabaceiras no cariri paraibano, e os participantes para realização da mesma são alunos de uma turma de 3º Ano do Ensino Médio. Nossa pesquisa tem essência diretamente de ordem qualitativa, que é uma das mais eficientes formas de capturar a

realidade empírica, exigindo grande seriedade no que se observa e como observar. Esse tipo de pesquisa assume diversas formas e é conduzida em múltiplos contextos. De acordo com Bogdan e Biklen (1994) as investigações qualitativas privilegiam, essencialmente, a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos de investigação. Além disso, nosso principal interesse não é apenas os resultados, mas, sobretudo, os processos de desenvolvimento, que segundo os autores, é uma característica forte da pesquisa qualitativa. Concomitante isto, o desenvolvimento de todos os processos que envolvem a pesquisa assumirá uma ordem descritiva para demonstração dos fatos.

De acordo com Araújo e Borba (2012) quando priorizamos a compreensão e não apenas os resultados corretos, é importante que se busquem procedimentos como entrevistas, observação participante, e possíveis análises de vídeos, para auxiliar na compreensão a um dado fenômeno. O intuito principal na realização de uma pesquisa é buscar resposta para algo que traz inquietação. Essas respostas nem sempre, são simples de serem encontradas, entretanto, os detalhes precisam ser precisos e bem fundamentados na garantia de um dever mais satisfatório.

Antes do planejamento formal das tarefas para identificação do nível de van Hiele que os alunos se encontram, realizamos uma entrevista semi-estruturada com a professora regente da turma identificada pelo pseudônimo Rita, na intenção de compreender experiências e concepções, bem como, para termos conhecimento acerca do perfil dos alunos para o planejamento das tarefas. Rita falou sobre a turma, suas potencialidades e limitações e do trabalho que desenvolve continuamente com a mesma. Foi um momento muito rico, pois essa professora já acompanhava os alunos desde o Ensino Fundamental, consequentemente apresentou um conhecimento relevante em relação ao perfil da turma, facilitando nosso planejamento para o início da nossa pesquisa empírica.

No decorrer da entrevista identificamos a professora por Rita enquanto que a letra G nos identifica na função de entrevistador. Para coleta de dados da entrevista (Apêndice 2) usamos aparelhos de gravação, e para transcrição das falas usamos as normas estabelecidas por Marcuschi (2007). É muito importante essa aproximação que gera um conhecimento mais aprofundado em relação aos alunos para reconhecimento de potencialidades e limitações, o que facilita o trabalho a ser desenvolvido. De acordo como Latas (2012) a Matemática acessível a uma turma implica, por um lado, que o professor conheça seus alunos, saiba em que nível de compreensão se encontram,

podendo, assim, proporcionar o desenvolvimento de estratégias próprias e, por vezes, informais de raciocínio. Em virtude disto, se evidencia a necessidade do conhecimento cultural e histórico da Matemática.

Tendo nossa pesquisa esta essência, apenas perguntas diretas não dariam conta da análise profunda para o desmembramento e a coleta satisfatória dos dados. Uma das formas de conhecermos em maior profundidade o aluno é proporcionar tarefas nas quais eles sejam forçados a participarem sem receio e um caminho possivelmente viável para isso é a proposta de trabalho em pequenos grupos, pois se houver planejamento as atividades podem ao seu término, apresentar resultados mais satisfatórios, uma vez que um aluno ajuda o outro e assim ambos interagem, dialogam e certamente refletem. Pensando nisso, planejamos um conjunto de atividades para serem desenvolvidas em díades e ganharmos subsídios para identificarmos o nível de pensamento geométrico, segundo o modelo van Hiele, no qual os alunos se encontram. Para tal, levamos todos os materiais concretos necessários para o trabalho dos alunos, tais como sólidos geométricos, figuras planas, placas de isopor revestidas em E.V.A., canudos, tachinhas, etc.

Para organização de atividades, nos apoiamos em Nasser e Sant'anna (2010) com suas propostas de trabalho do Projeto Fundão da UFRJ e na proposta de Oliveira e Gazire (2012) que apresentam módulos de atividades que têm como referência o trabalho de alguns dos mais importantes pesquisadores da teoria de van Hiele.

De acordo com Oliveira e Gazire (2012), Pierre van Hiele argumentava que mesmo usando recursos diversos, a dificuldade dos seus alunos em aprender Geometria era grandiosa e, por vezes, tinha o sentimento de estar falando outra língua que os alunos não tinham conhecimento. Percebemos, porém, que nos dias atuais, apesar de tantos recursos que subsidiam as aulas e os estudos, essa realidade ainda persiste em virtude de muitos fatores, entre tais, se destaca o nível de pensamento dos alunos que, na maioria das vezes, está muito aquém daquilo que estamos desenvolvendo em sala. As autoras também salientam que certos estudos sobre a aquisição da compreensão, fundamentados na psicologia de aprendizagem e de pensamento, também influenciaram no desenvolvimento desse Modelo e Pierre van Hiele passou a dar mais atenção à existência de diferentes níveis de pensamento em relação aos conceitos de Geometria. Portanto, nessa teoria, consideram-se os níveis pelos quais passam os alunos, desde o reconhecimento de formas até a construção de provas geométricas formais.

No decorrer de toda a pesquisa estamos fazendo uma análise global das tarefas desenvolvidas em sala de aula, tendo os alunos como participantes centrais, que são observados em sua totalidade, dado que o objetivo central da nossa proposta é perceber quais são as contribuições de atividades dessa natureza para tais participantes. Dessa forma, a comunicação oral ou escrita, desempenho, interação e criatividade, são fatores preponderantes na nossa análise.

A turma em pesquisa estuda no turno matutino e é então composta por 21 alunos, numa faixa etária que varia entre 16 e 19 anos de idade, residindo 11 na zona urbana e 10 na zona rural do município. A maior parte da turma é composta pelo público feminino e apresenta características que dá indícios de que é um campo produtivo de trabalho, uma vez que há uma interação bem dinâmica entre ambos. Para essa primeira parte de nossa pesquisa empírica, nos fizemos presentes na turma durante dois dias consecutivos, desenvolvendo todas as atividades planejadas (Apêndice 3) em díades e identificando o nível no qual os alunos se encontram com base no modelo van Hiele.

Na segunda parte de nossa pesquisa empírica passaremos a trabalhar possivelmente com três díades que serão escolhidas mediante nossos objetivos e seu desempenho nas atividades de identificação do nível segundo o modelo van Hiele. Assim, iremos propor outras tarefas, auxiliadas com recursos tecnológicos e resolução de problemas para a exploração das transformações no plano e ao término verificaremos o desenvolvimento, rendimentos e os possíveis resultados da nossa proposta conforme os objetivos elencados. Estando permeados em uma observação participante, continuaremos a atuar como mediadores, pois nossa principal atribuição é a de efetivamente orientar e observar tudo que acontece no momento das atividades, para obtenção mais precisa dos dados.

De acordo com Bussi e Mariotti (2010) a mediação é um termo muito comum na literatura educacional. O termo é usado apenas referindo-se a potencialidade de promover a relação entre alunos e conhecimento matemático e, sobretudo relacionado com a realização de uma tarefa. A ideia de mediação em relação às tecnologias é de uma importância singular quando nos referimos a pesquisas dessa natureza, pois está amplamente presente na literatura de Educação Matemática atual.

A sala de aula é um campo muito rico de investigações, por ser o centro das observações, fatos e acontecimentos, por essa razão, deve ser muito bem aproveitado para um desabrochar de pesquisas pertinentes no campo da Educação Matemática.

Portanto, propor atividades matemáticas que desperte o interesse e curiosidade dos alunos é de grande valia, pois dessa forma, eles são provocados a pensar mais, refletir e comunicar-se, o que sem dúvidas, é muito positivo dentro do processo de ensino e aprendizagem.

CAPÍTULO 6

6. RESULTADOS PARCIAIS

Nesta seção, apresentamos um pouco do trabalho desenvolvido, dos resultados obtidos, mediante o desenvolvimento dos alunos nas tarefas propostas. Apresentamos, vestígios da entrevista realizada com a professora regente que identificamos pelo pseudônimo Rita e alguns das atividades realizadas pelas díades, identificando-as pelos pseudônimos: Ana e Cecília; João e Maria; Amélia e Cristina; Juliana e Rebeca; Vitória e Samara. O desenvolvimento específico de cada díade, citada na descrição abaixo, encontra-se originalmente no Apêndice 5.

6.1 Que resultados obtivemos?

É um grande desafio o ensino de Matemática, pois além da aversão à disciplina, muitos alunos, mesmo em níveis de escolaridade avançados, carecem de domínio em conceitos fundamentais para o amplo e qualificado desenvolvimento da disciplina, consequência, certamente, de muitos fatores. Concomitante a isto, muitos alunos veem cada conteúdo como algo isolado e não conseguem fazer uma interligação com outros conceitos já estudados, sendo assim prejudicial para o nível de ensino da disciplina ou mesmo da aprendizagem. Quando o assunto é Geometria a situação agrava-se ainda mais, pois muitos dos alunos ainda estão no primeiro nível de pensamento geométrico do Modelo van Hiele, o que é muito preocupante, pois se encontram numa situação muito aquém das necessidades cobradas pelo Ano de escolaridade, sobretudo aqueles que estão na fase final do Ensino Médio. Com isso, devemos instigar os alunos na descoberta de conceitos no decorrer das aulas de Matemática, na tentativa de torná-los mais reflexivos, dentro de um padrão menos descritivo, e muito mais construtivo.

Conforme mencionamos na metodologia, estamos desenvolvendo nossa pesquisa numa turma de 3º Ano do Ensino Médio, relativamente pequena e que tem apresentado resultados produtivos em relação à dinâmica que propomos. Com relação à professora regente que chamamos de Rita, ela atua como docente de Matemática há 10 anos nas escolas públicas do município, sendo atualmente efetiva da rede estadual. Na entrevista (Apêndice 2) ela apresenta parte de suas concepções em relação ao exercício docente, e

destaca a importância que há em trabalhar com recursos didáticos - concretos e tecnológicos, entretanto, ressalta os desafios que existem para inseri-los nas aulas e também das limitações dos alunos, fala sobre algumas experiências com trabalhos desenvolvidos com os materiais concretos, apresentando grande pertinência, para o desenvolvimento da disciplina e empenho dos alunos. Com o posicionamento de Rita frente aos nossos questionamentos durantes a entrevista, podemos planejar mais adequadamente as propostas que foram desenvolvidas.

Conhecendo alguns dados fundamentais da turma, planejamos todo o roteiro atividades e com base nos nossos objetivos descrevemos um pouco da dinâmica do nosso trabalho para obtenção de dados essenciais. Com a permissão da Professora Rita, tivemos nosso primeiro contato direto com a turma para trabalhar as atividades planejadas com o objetivo de identificar o nível, segundo o modelo Van Hiele, em que os alunos se encontram com relação à Geometria. Foi um momento muito importante, pois a turma apresentou características muito relevantes para obtenção dos nossos dados, sobretudo assiduidade. Para o desenvolvimento dessas atividades ficamos na turma cerca de quatro aulas, distribuídas em dois dias consecutivos. No primeiro dia a professora Rita ficou conosco na turma, inicialmente ela explicou aos alunos que estávamos a realizar algumas atividades junto a eles, e ficou a observar.

A escola a qual fazemos referência apresenta uma estrutura pequena e a biblioteca, bem como a sala multimídia funcionam no mesmo espaço. Então havia a necessidade de usarmos alguns slides (Apêndice 4.1) que deram apoio no andamento das tarefas, entretanto, não era possível remover o Data-show para a sala de aula, assim, os alunos foram convidados a vir para a biblioteca onde aconteceu nosso trabalho, entretanto, o espaço foi suficiente uma vez que, a turma é consideravelmente pequena. Nesse dia, faltaram quatro alunos e apenas dezessete estavam presentes. Então iniciamos com a apresentação pessoal, comentários complementares e introdução com questionamentos, para isso, usamos slides na mediação.

Nosso primeiro questionamento foi em relação à concepção matemática, seus anseios e seu papel. No slide apresentamos a seguinte questão: "**MATEMÁTICA: de onde vem todo esse espanto**?". Os comentários foram muitos e variados, alguns alunos disseram considerar *a "pior coisa do mundo"*, outros falaram "*que é bom, mas é muito difícil"*, e outros disseram gostar, pois "*Matemática, Química e Física são disciplinas boas que nos faz pensar*!". Depois perguntamos, especificamente sobre a Geometria, com a seguinte diretriz: "**GEOMETRIA: O que vocês entendem por ela**?" uma das

alunas foi bem objetiva e formal dizendo espontaneamente "*é o estudo das formas*", outros disseram "*é onde estudamos ângulos, áreas, triângulos e etc*." e outros disseram ainda, que nunca haviam estudado. Conforme apresentavam seu posicionamento frente às nossas perguntas insistíamos no surgimento de mais argumentos na tentativa de perceber um pouco de sua familiarização com a Matemática, nesse sentido, o que prevaleceu foi a comunicação oral.

Figura 06: Primeiro encontro com a turma – Foto 1: Gilmara G. Meira

Sendo nossa proposta desenvolver de trabalhos em grupos (díades), perguntamos "**O que vocês pensam do trabalho desenvolvido em pequenos grupos**?". Nesse momento surgiram muitos comentários, pois a maior parte considera muito positivo o trabalho em grupo. De acordo com alguns alunos, trabalhos dessa natureza são melhores, pois os colegas algumas vezes, esclarecem de forma mais específica e simples do que o professor. Esse fato se dá em virtude da aproximação de diálogos e níveis, então a eles explicamos que esse foto acontece, pois o nível entre eles está bem mais próximo do que em relação ao professor, assim a comunicação se aproxima melhor, ou seja, o diálogo se combina.

Com esses argumentos, falamos sobre a importância que há na interação social, desde que o trabalho aconteça de modo autêntico. Assim, laçamos a proposta: "**Que tal fazermos um trabalho em que haja essa interação**?" e todos muito empolgados, concordaram. Assim, pedimos para se organizarem em díades, pois a partir daquele momento tínhamos algumas tarefas a cumprir. Entretanto, estando presentes dezessete alunos, houve a necessidade de formar um grupo constituído por três integrantes, ficando assim organizado sete díades e um grupo com três alunos (foto 2). O nosso

objetivo central mediante essa proposta foi compreender como os alunos reagiam frente às atividades, e compreender seu raciocínio e sua comunicação, para previamente analisarmos o nível de pensamento geométrico deles.

Figura 07: Díades em desenvolvimento - Foto 2: Gilmara Gomes Meira

Quando se organizaram, distribuímos o material e roteiro de atividades para cada uma das díades desenvolverem as tarefas, segundo nossa orientação. A atividade era denominada por **Distinguindo o universo Plano do Tridimensional**, o nosso objetivo foi compreender como os alunos reagem frente às atividades, seu raciocínio e sua comunicação, para previamente analisar o nível de pensamento geométrico deles. A princípio, distribuímos variados sólidos geométricos, deixamo-los à vontade para manipular e levantar argumentos relacionados, em seguida, distribuímos o primeiro roteiro de atividades (Apêndice 4.2) e orientamos que as díades se comunicassem entre si e refletissem respondendo de forma escrita os questionamentos que seguiam.

Ao questionarmos: "**o que vocês consideram sobre o ensino e aprendizagem de Geometria**?" Uma das díades que identificamos pelos pseudônimos Ana e Cecília, afirma: "*o ensino e aprendizagem de Geometria é importante, pois nos permite expandir os conhecimentos sobre o espaço onde estamos e assim propiciar modificações*". Outra díade afirma à mesma questão que: "*a Geometria é importante porque estuda as figuras geométricas e permite que nós venhamos aprender mais*".

Podemos, contudo perceber que a Ana e Cecília pensam no conceito aliado à prática enquanto que a segunda díade se volta mais para o conceito abstrato, vendo-a como caminho para outros conhecimentos. No momento da resposta a essas questões, todas as díades estavam com sólidos geométricos em mãos. Então ao perguntarmos quais as figuras geométricas que observavam, Ana e Cecília afirmaram que eram "*pirâmide e cubo"*, reconhecendo que eram "*sólidos e pertenciam ao espaço"*. Outras

díades disseram ser um "*quadrado"*, quando na verdade estavam falando de cubos e paralelepípedos. Então percebemos que, mesmo ao término do Ensino Médio, muito dos alunos ainda estão na fase de reconhecimento, pois vêem as figuras, e na maior parte das vezes identificam apenas por sua aparência, não levando em consideração seus conceitos e propriedades. Abaixo se encontram fotografias das díades desenvolvendo a atividade.

Figura 08: Alunos em ação atividade **Distinguindo o universo Plano do Tridimensional** – Foto 3: Gilmara G. Meira

Ao questionarmos se existe relação entre os sólidos e as figuras planas, Ana e Cecília responderam: "*sim, pois é a partir das figuras planas que se originam os sólidos*". Enquanto outra díade afirmou: "*sim, pois todas as figuras possuem bases planas*". Vemos então que Ana e Cecília estão com uma visão geométrica em um estágio relevante, percebendo relações e diferenças entre o plano e o espacial, enquanto que a segunda díade encontra-se ainda com uma visão pouco restrita, não reconhecendo que as "bases" são na verdade faces.

Quando terminaram de responder a essas perguntas, entregamos uma nova atividade denominada por atividade VH composta por uma sequência com a ilustração de doze pares de figuras planas e também espacial, segundo orientação de Nasser e Sant'anna (2010) (Anexo 1) e também uma Folha Registro (Anexo 2) na qual as díades identificavam elementos em comum e diferenças entre as figuras.

Percebemos muitas dificuldades para nomear as figuras tanto espaciais, quanto planas, que por vezes eles confundiam. Alguns alunos nos perguntavam continuamente, os nomes, mas não dávamos nenhuma pista, insistíamos em seu poder intelectual, falávamos que deveriam fazer conforme entendiam. Uma aluna gesticulava, apontando a forma do losango e perguntava: "*professora, como é o nome daquela figura assim, (*gesticulando*) que parece o balãozinho de são João*?" e retornávamos a pergunta: o que você estudou sobre essa figura e o que diz sobre ela? Com isso, mesmo algumas vezes não chegando à classificação correta, eram instigados a pensar mais. Essa atividade foi muito positiva, pois os alunos ficavam a todo o momento se questionando. Muitos deles não lembravam a notação das figuras e ficavam preocupados nos perguntando, insistíamos para que eles refletissem e pensassem com base nos conceitos conhecidos, em relação às figuras.

Para o primeiro par de figuras (dois triângulos), a maioria afirmou que ambos são triângulos e a diferença está em relação ao tamanho. Ana e Cecília justificaram que "*ambas são triangulares*" e a diferença está em relação à "*área e altura*". Para o segundo par de figuras (quadrado e retângulo), João e Maria afirmam: "*ambas são quadrado e retângulo*" e em relação a diferenças dizem "*são de faces diferentes*". Percebemos que ainda falta maior esclarecimento em relação às propriedades e conceitos das figuras. As imagens abaixo ilustram alunos desenvolvendo a atividade descrita.

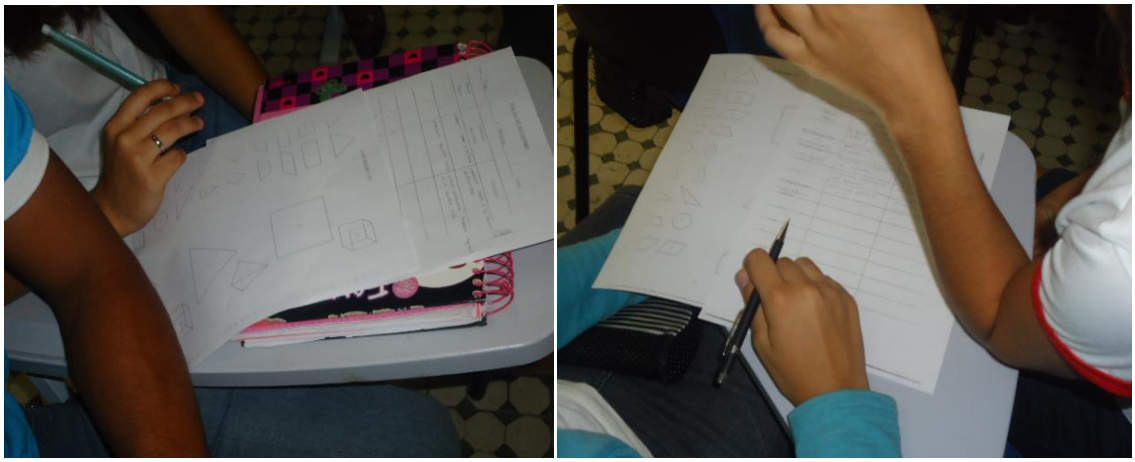


Figura 09: Alunos comparando figuras – Foto 4: Gilmara G. Meira

Para o terceiro par de figuras (um retângulo e um paralelogramo), as díades só conseguiram relacionar como elementos comuns o número de lados e por diferença apenas o tamanho. Percebemos com isso, que a grande maioria dos alunos não apresenta uma visão crítica do ponto de vista geométrico e identificam semelhanças ou diferenças apenas pela aparência das figuras. Por exemplo, a resposta da dupla João e Maria foi: Elementos em comum: "*não tem nada em comum*" Diferença: "*um é mais em pé e o outro tem uma forma mais inclinada*". Percebemos, com essa atividade que a visão geométrica da maior parte dos alunos é muito limitada, pois muitas vezes apresentam grandes dificuldades até mesmo em reconhecer a figura. Nessa mesma atividade, quando apresentados pares de figuras mistas - plana e espacial, muitos apresentaram dificuldades em diferenciá-las. Por exemplo, nos pares de figuras 10 (quadrado e cubo) e 11 (triângulo e pirâmide) havia a necessidade de reconhecimento e diferenciação do bidimensional e tridimensional, entretanto muitos dos alunos só visualizam o plano e quando "diferenciam", dizem que esta diferença está na altura, ou seja, não demonstram compreender que nas figuras planas não há altura.

Portanto, é necessário que haja maior reflexão com relação à forma como os professores de Matemática, estão a comunicar-se nas aulas, pois em muitas situações os alunos não conseguem visualizar de forma diferenciada o plano e o espaço, menos ainda as particularidades que os envolve, isso certamente é motivo de preocupação, pois é necessário que haja no mínimo essa compreensão para dá andamento de forma mais eficiente ao ensino e aprendizagem de Geometria.

No segundo dia de encontro com a turma, tivemos um tempo considerável, cerca de noventa minutos, e isso foi bastante favorável para desenvolverem o restante das tarefas que propomos. Continuamos com a mesma dinâmica, os mesmos grupos de trabalho e no mesmo espaço do encontro anterior, onde na verdade deram continuação ao desenvolvimento das atividades conforme nossa proposta. Para esse segundo momento, nossa primeira proposta foi a atividade que tinha por título **De que forma estamos pensando?** Nosso principal objetivo foi compreender a reação e percepções dos alunos frente à planificação, sobretudo se conseguiam identificar que as figuras geométricas tridimensionais são formadas por elementos já conhecidos do universo bidimensional. Para tanto, levamos os sólidos geométricos e suas respectivas planificações, entretanto sem a identificação do mesmo. Distribuímo-los junto ao roteiro de atividades e os demais materiais necessários para todas as díades formadas. Foi uma

experiência também significativa, pois os alunos a todo tempo manipulavam, observavam, e comparavam, conforme nossa proposta.

Essa atividade pareceu-nos muito favorável em relação ao desenvolvimento dos alunos, entretanto alguns ainda são tendenciosos em termos de comparação. Por exemplo, a díade João e Maria estavam com uma pirâmide de base pentagonal e sua planificação em mãos e ao perguntarmos no roteiro qual era a classificação do sólido, eles responderam que era "*um prisma*" também não conseguiram identificar o número de faces, vértices e arestas de forma correta. Na verdade, conseguiram identificar que a figura plana que corresponde às faces laterais é um triângulo e assim calcularam sua área, entretanto, não calcularam o perímetro. Ao perguntarmos, também no roteiro, qual era a figura plana que correspondia à base eles disseram ser "*um trapézio*", quando na verdade, era um pentágono. Ao término das questões postas no roteiro, pedia-se para elaborar uma ficha resumo contendo todas as informações que podiam identificar na figura e eles escreveram: "*nós conseguimos identificar, que as figuras por mais possuam tamanhos diferentes elas possuem algo em comum. Ex: faces, dimensões, base, entre outros*". Consideramos que é necessário um investimento maior no trabalho com Geometria, pois embora seja uma ciência tão importante no desenvolvimento intelectual, muitos alunos ainda carecem demasiadamente de conhecimentos básicos e fundamentais e apresentam dificuldades em justificar, principalmente de forma escrita.

Outras díades apresentaram um rendimento bem considerável nessa atividade, pois conseguiram classificar os sólidos, seus componentes, etc. Ao término, algumas embora não estejam adaptados ao uso do rigor matemático ou da linguagem formal, conseguiram explicar de forma compreensível, na ficha resumo, o que haviam entendido sobre tal figura. Por exemplo, a díade composta por Amélia e Cristina ao falar de seu sólido (pirâmide de base quadrada), relatou: "*nós entendemos que essa figura plana é um poliedro com 4 faces, 4 arestas, e cinco vértices, onde seus lados formam triângulos, e sua base um quadrado, se pegarmos a sua altura e multiplicarmos com sua base dividindo por dois encontraremos a sua área e a soma dos lados das arestas vamos descobrir o seu perímetro*". Embora, a linguagem não esteja formal, essas alunas quiseram expressar as principais características da figura e a forma de encontrar a área de cada uma das faces laterais e do perímetro dessas faces.

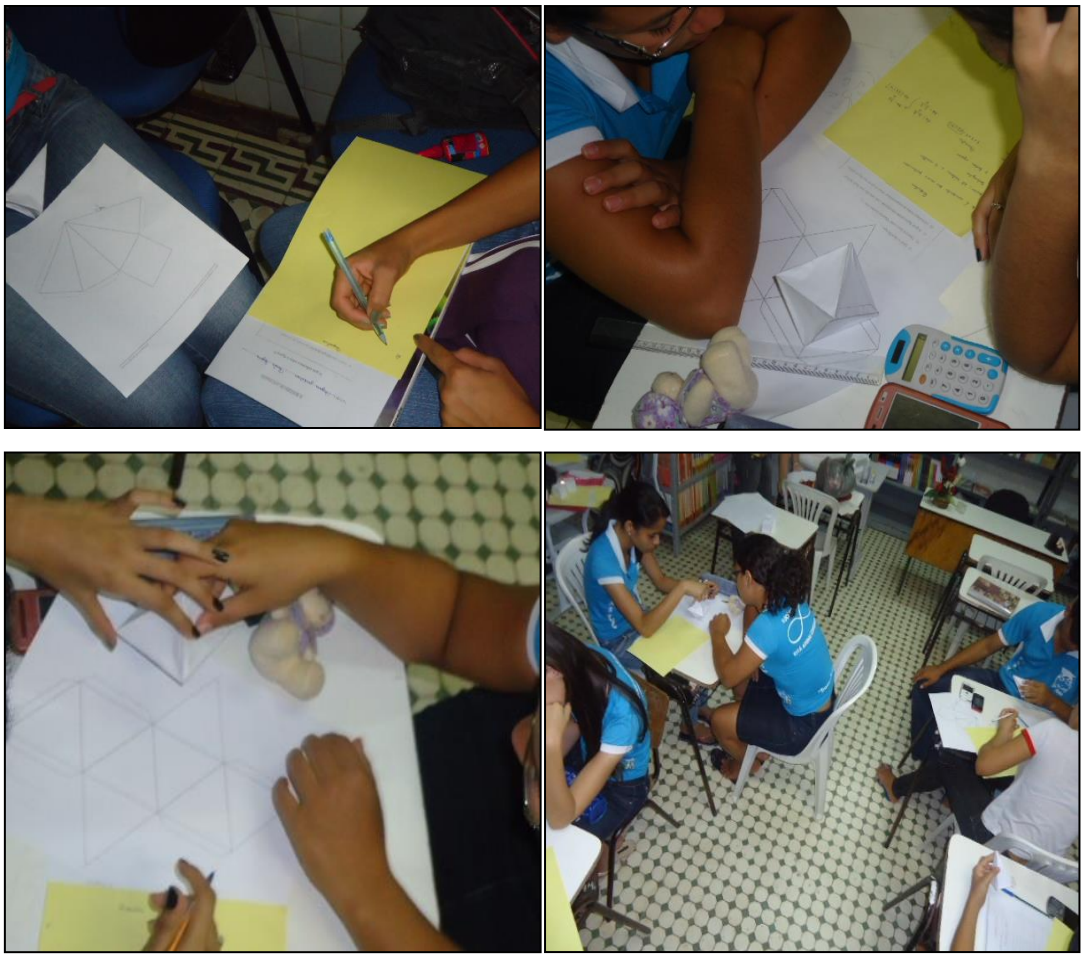


Figura 10: Desenvolvimento da atividade **De que forma estamos pensando?** – Foto 5: Gilmara G. Meira

Então, foi uma atividade mais extensa, porém levou os alunos a interagirem e raciocinar mais fortemente, uma vez que havia uma cobrança maior, pois relacionávamos o plano e o espaço, ao mesmo tempo fazendo-os pensar em conceitos necessários como área e perímetro.

Quando as díades concluíram essa atividade, aproveitamos a situação presente para introduzir a nova proposta de atividade. Então, como quase todos os alunos estavam com o celular sobre a cadeira, na qual estavam sentados, começamos a questionar: **vocês gostam de falar ao celular, verdade**? E todos disseram "SIM", então vamos lançar uma proposta e esta será chamada **Assunto ao Celular**, ou seja, vocês devem construir quadriláteros, usando o material concreto disponível (placas de isopor revestida em E.V.A., canudos e tachinhas) e posteriormente, escolher uma díade para simular falar ao celular, apontando características de sua construção, na intenção de que eles adivinhem qual foi o quadrilátero construído, assim eles não podem ver sua construção. E todos super empolgados, concordaram. Para essa tarefa, nosso objetivo foi contribuir para os alunos desenvolverem sua criatividade e revelassem seu

pensamento geométrico e criticidade. Dessa forma, observaremos a linguagem utilizada, os questionamentos e comunicação entre os grupos. Então distribuímos todo o material necessário, inclusive o roteiro de atividades (Apêndice 4.4).

Nessa tarefa, eles apresentaram-se muito envolvidos, queriam fazer algo diferente, colorido, que chamasse atenção. Juliana e Rebeca explicitaram no roteiro: "*pensamosem fazer quadriláteros intercalados, que formassem entre si, mais quadrados, e também em variar as cores para deixar a figura colorida".* Ao perguntarmos no roteiro como foi feito, as alunas disseram: "*intercalamos os canudinhos para formarmos mais figuras e deixá-la colorida, então dispomos consecutivamente os canudos de forma aleatória*". João e Maria afirmaram: "*pensamos em um dado*" e "*fizemos dois quadrados e quatro retas*" enquanto Vitória e Samara justificaram: "*em um trapézio*" e na pergunta como fizemos, explicitaram: "*em cada junsão dos canudos colocamos as tarrachinhas e na base maior colocamos dois canudos, um por dentro do outro e prendemos os dois com uma tarrachinha*". Portanto, alguns continuam a confundir formas planas e espaciais, não conseguindo expressar que algumas figuras espaciais podem ser compostas por quadriláteros.

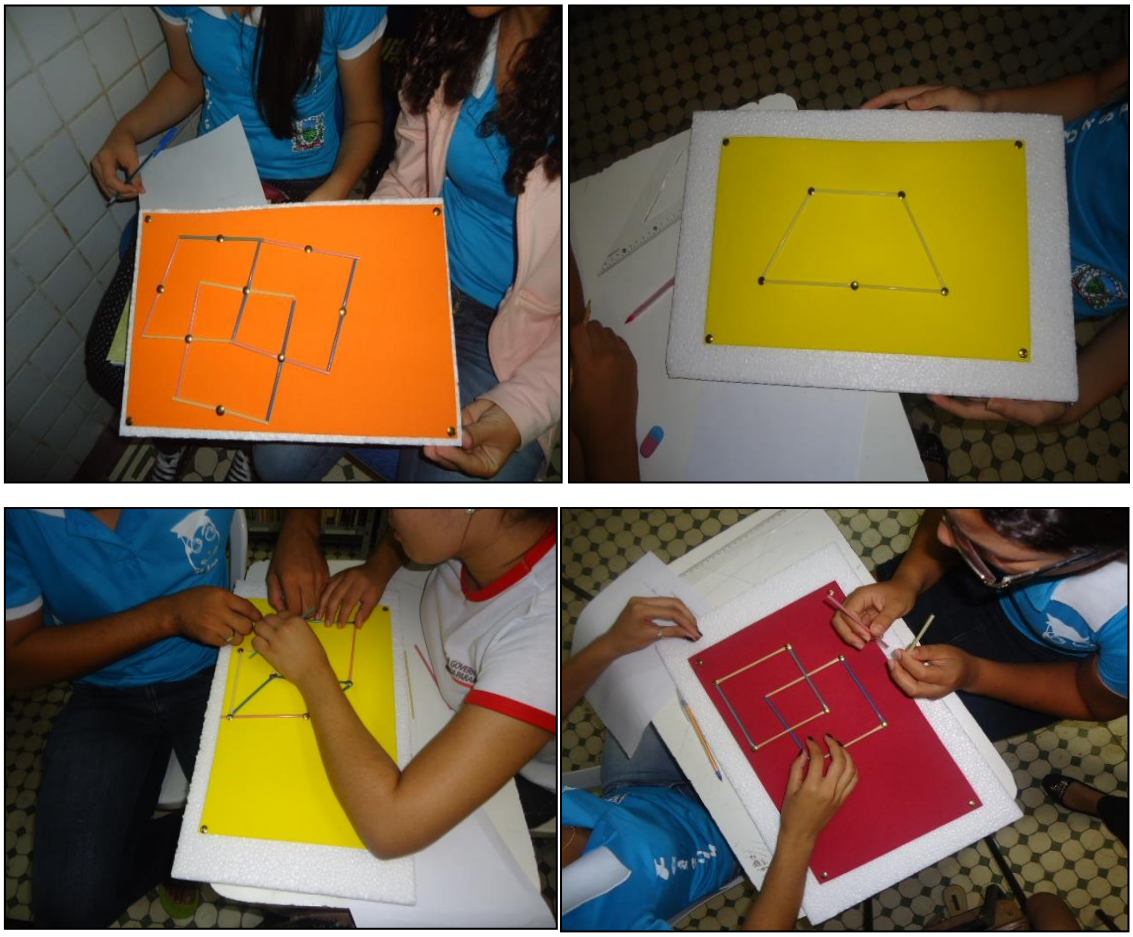


Figura 11: Desenvolvimento da atividade **Assunto ao Celular –** Foto 6: Gilmara G. Meira

Ao concluírem, pedimos que escolhessem uma das duplas para simular falar ao celular sem que eles vissem sua construção e para a dupla escolhida apontar características na intenção de que adivinhassem que quadrilátero haviam construído. Foi, portanto, um momento bem interativo na sala. No início, eles ficaram um pouco confusos ao apontar as características, pois queriam dizer logo o que haviam feito. Então orientamos melhor e mesmo não apontando as características formais, davam indícios do que haviam construído que muitas vezes coincidia com o da dupla que falava ao celular. Foi um momento bem interativo e dinâmico na sala e para eles foi causa de diversão.

Por fim, apresentamos outra proposta simples, porém englobava boa parte dos conceitos já explorados pelas díades. E tal atividade de título: **Do que estamos falando?** Nessa atividade, distribuímos aos alunos uma folha A4 e nela havia um quadrado, um losango e um retângulo colados (nem sempre nessa mesma ordem), e propusemos que identificassem a classificação, conceitos ou relações compreendidas sobre ou entre aquelas figuras. O nosso objetivo central, com o desenvolvimento dessa atividade, foi compreender qual o conhecimento que eles demonstram em relação à Geometria e algumas de suas propriedades a partir de sua comunicação expressa na folha de atividades que chamamos de "cartaz". Assim, nossa pretensão maior é avaliar qual o nível segundo o modelo van Hiele, eles revelam.

Foi mais uma atividade que tiramos muito proveito, pois além dos alunos envolvidos apresentarem-se empolgados com a situação, conseguiram expressar de forma legítima aquilo que entendiam mediante a proposta. Por exemplo, Amélia e Cristina, escreveram a identificação de cada uma das figuras, entretanto não conseguiram relacioná-los, pois só as reconhecia por sua forma e escreveram: "*porque todos possuem 4 lados, ou seja são quadriláteros, mas com formas diferentes. O quadrado tem seus 4 lados iguais, o losango também, mas por sua forma inclinada se diferencia do quadrado. O retângulo também com 4 lados, mas tem 2 maiores e dois menores entre si*". Vitória e Samara escreveram: "*1ª figura: é um quadrado, possui os quatro lados iguais, e um exemplo de um quadrado nós temos a cerâmica de uma casa. 2ª figura: é um retângulo, tem lados paralelos e se parece com uma geladeira. 3ª figura: é um losango, possui duas diagonais e se parece com uma pipa.*" Percebemos que essa alunas quiseram relacionar o conceito abstrato a exemplos reais, inclusive desenharam os exemplos citados. Muito embora sejam exemplos informais, pode ser muito importante para compreensão, pois associam o imaginário ao real, mas é preciso

muito cuidado da parte do professor, para que a Matemática não perca sua originalidade. Conforme percebemos, as alunas Vitória e Samara conseguem compreender alguns conceitos importantes, como os lados paralelos e diagonais.

As alunas Ana e Cecília classificaram as figuras de forma correta, porém confunde-se ao dizer que, por exemplo, que um losango é um balão e que um quadrado é um dado. Para o retângulos escreveram: "*área=b.h, formado por dois quadrados, exemplo de retângulo: um quadro*", em relação ao losango, expressaram: "*formado por 4 triângulos. No meio da figura, forma-se um ângulo de 90° (*traçaram as diagonais da figura e marcaram o ângulo*), exemplo de losango: um balão*" e para o quadrado escreveram: "*calcula-se a área da seguinte forma: A=L² ou A=L.L, possui os 4 lados iguais. Exemplo de quadrado: um dado*".

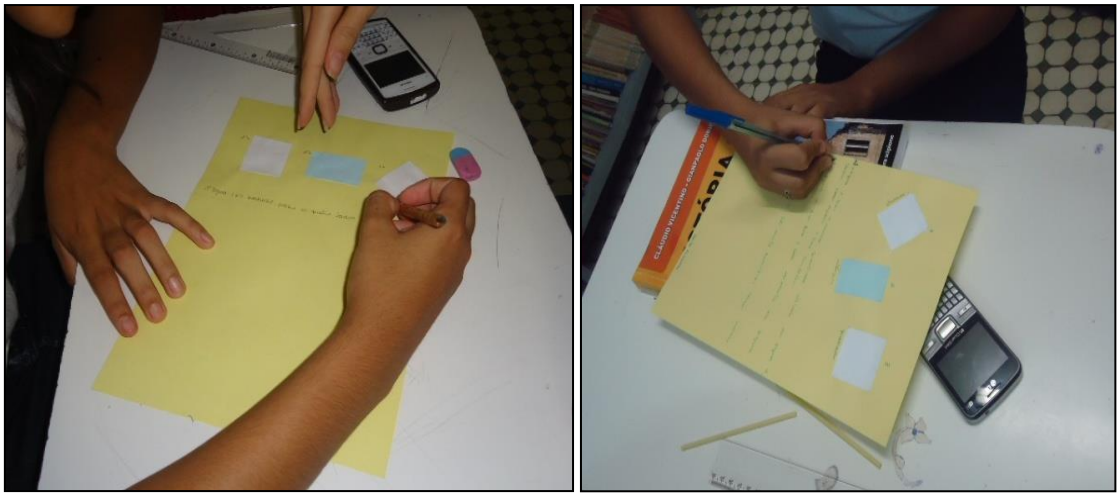


Figura 12: Desenvolvimento da atividade **Do que estamos falando? –** Foto 7: Gilmara G. Meira

Por fim, apresentamos alguns exemplos de figuras no slide, como quadrado ou losango, retângulo, paralelogramo e trapézio e começamos a questionar toda a turma: Quais das figuras são retângulos? Quadrado?; Quais dos segmentos são paralelos? Perpendiculares? Por quê?; Quais dos ângulos são retos? Agudos? Obtusos? Por quê?

Os alunos apontaram para a segunda figura, pois reconheciam como retângulo pela aparência de seus lados e também alguns apontaram o paralelogramo como retângulo e começou a discussão em sala, uma aluna dizia "é sim, se deitá-lo fica do mesmo jeito do retângulo", outros rebatiam "é não, é não! Olha a diferença!", e perguntamos: qual a diferença? Mas não conseguiam responder. Então perguntamos: o que é um retângulo? Alguns responderam: "*é o que dois lados iguais e dois diferentes*". Então outra aluna disse, apontando para o retângulo: "*esse aqui é um retângulo, aquele outro é aquele nominho, como é? Como é? paralelepípedo*". Na verdade, a aluna estava

querendo dizer paralelogramo, entretanto não lembrava a nomenclatura. Depois, ao perguntarmos quais seriam quadrados, disseram a princípio que não havia quadrados, que a primeira figura era um losango, depois afirmaram que seria um quadrado inclinado. Em relação aos segmentos paralelos e perpendiculares, conseguiram identificar facilmente, entretanto, com relação aos ângulos apresentaram maiores dificuldades, pois muitos não lembravam a definição de ângulos agudos ou obtusos. Mas no geral, foi atividade bem aproveitável, os alunos se mostraram bastante assíduos, embora apresentassem suas limitações.

Portanto, em termos gerais, percebemos que ainda há muito que fazer em busca de aperfeiçoar as aulas de Matemática, entretanto, essa experiência nos mostrou que é possível, com planejamento e interesse, mobilizar de forma mais significativa a sala de aula, onde os alunos efetivamente participam, interagem e apresentam seu nível de conhecimento de modo mais legítimo, por meio de suas ações.

Por meio de algumas atividades propostas, é possível que a turma inteira crie situações em que os alunos deixem de participar individualmente e passem a socializarem suas ideais. Assim, é necessária uma atenção especial do professor em situações dessa natureza. Conforme Bishop e Goffree (1986) ao envolver os alunos numa situação desta, os professores podem tentar criar um ambiente descontraído no qual os alunos possam exteriorizar os seus raciocínios, mesmo quando estes não estão corretos.

Embora a turma em pesquisa seja heterogênea o nível de pensamento geométrico dos alunos apresenta muitas semelhanças, alguns apresentam mais facilidade em comunicarem-se de forma oral ou escrita, outros têm maiores dificuldades ou se apresentam timidamente em relação a essa prática. Em relação ao bidimensional e tridimensional notamos muitas carências na diferenciação, pois a maioria tem uma forte tendência em tratá-lo os e raciocinar conceitos de igual maneira. A nomenclatura ou classificação foi também motivo de dificuldade para a maioria, mas o fato de estarem ativos em todas as tarefas propostas foi muito positivo e a interação entre as díades e a turma inteira favoreceu para maiores esclarecimentos, como os próprios afirmaram. Em relação ao nível com base no modelo van Hiele, entendemos que eles apresentam características que demonstram estar no 1° nível básico do modelo van Hiele, chamado Visualização ou reconhecimento, pois reconhecem e compara a nomenclatura das figuras, apenas por sua aparência global, o que de acordo com Nasser e Sant'anna

(2010) são características que marcam o nível de pensamento geométrico, de acordo com o referido modelo.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G. O Computador e a Aprendizagem Matemática: reflexões sob a perspectiva da Resolução de Problemas. Anais do I Seminário em Resolução de Problemas, São Paulo: UNESP: 2008.

ANDRADE, J. A.; NACARATO, A. M. *Tendências Didático-Pedagógicas no Ensino de Geometria: Um olhar sobre os trabalhos apresentados nos ENEMs.* In: Educação Matemática em Revista – nº 17, ano 11 (ISSN 1517-3941), 2004 p. 61 – 69.

BASTOS, R. *Transformações Geométricas*. In: Educação e Matemática: Revista da Associação de Professores de Matemática – Ed. 94 APM, 2007.

BISHOP, A. J. GOFFREE, F. *Perspectives on Mathematics Education (Cap. 8). Org.* B. Christiansen, A. G. Howson e M. Otte e publicado pela editora D. Reidel, em 1986.Tradução: José Manuel Varandas, Hélia Oliveira e João Pedro da Ponte.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.* Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org). Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte, Autêntica Editora, 2012.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: Ministério de Educação/ Secretaria de Educação Fundamental, 1997.

BRASIL. *Orientações Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio*: Ciência da Natureza e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEF, 2006.

BROWN, S., WALTER. M. *The art of problem posing.* (3ª ed). New York: Routledge, 2005.

BUSSI, M.G. B.; MARIOTTI, M. A. *Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective*, 2010. p. 746 – 783.

CANDEIAS, N.; PONTE, J. P. *Geometry learning: The role of tasks, working models, and dynamic geometry software*. In B. Czarnocha (Ed.), Handbook of mathematics teaching research, 2008 p. 387-396.

CÉSAR, M.; OLIVEIRA, A.; TELES, L. *Sharing learning about geometry: peer work in maths classes.* In J. Giménez, G.E. FitzSimons, & C. Hahn (Eds.), *A challenge for mathematics education: toreconcilecommonlities and differences - CIEAEM54* (pp. 339-343). Barcelona: Graó, 2004.

CONTADOR, P. R. M.; *A Matemática na arte e na vida.* 2. Ed. rev. – São Paulo: editora livraria da Física, 2011.

CROWE, D. W.; THOMPSON, T. M. *Alguns usos modernos da geometria.* In: LINDQUIST, M. M. e SHULTE, A. P. (org) Ensinando e Aprendendo Geometria. Tradução: Hygino H. Domingues. Ed. Atual. São Paulo, 1994.

CROWLEY, M. L. *O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico.* In: LINDQUIST, M. M. e SHULTE, A. P. (org) Ensinando e Aprendendo Geometria. Tradução: Hygino H. Domingues. Ed. Atual. São Paulo, 1994 p. 1-19.

D' AMBRÓSIO, B. *A Evolução da Resolução de Problemas no Currículo Matemático.* In Anais do I Seminário em Resolução de Problemas, São Paulo: UNESP: 2008.

DANTE, L.R. *Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática*. São Paulo: Ática, 2010.

DREYFUS T.; HADAS, N. *Euclides deve permanecer – e até ser ensinado.* In: LINDQUIST, M. M. e SHULTE, A. P. (org) Ensinando e Aprendendo Geometria. Tradução: Hygino H. Domingues. Ed. Atual. São Paulo, 1994.

ESTEBAN, M. P. S. *Pesquisa qualitativa em educação: fundamentos e tradições*. Tradução Miguel Cabrera. Porto Alegre: Artmed, 2010 p. 145-209.

FONSECA, L. *Comunicação Matemática na sala de aula - Episódios do 1º ciclo do Ensino Básico*. In: Educação Matemática, nº 103, ESE/IP de Viana do Castelo, 2009.

GONTIJO, C.H. *Resolução e Formulação de Problemas: caminhos para o desenvolvimento da criatividade em Matemática* . In Anais do SIPEMAT**.** Recife, Programa de Pós-Graduação em Educação-Centro de Educação – Universidade Federal de Pernambuco, 2006, 11p.

GONTIJO, C. H. *Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio.* 2007. 194 p. Tese (Doutorado em Psicologia) –Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília, Brasília.

KALLEF, A. M. Tomando o ensino de Geometria em nossas mãos. Revista Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, São Paulo, v. 1, n. 2. p. 19-25 jan/jun. 1994

LATAS, J. *Despertar o pensamento geométrico com a hierarquização de quadriláteros.* In: Educação e Matemática: Revista da Associação de Professores de Matemática. Lisboa, 2012. (p. 7-11)ISSN 0871-7222.

LEIVAS, J. C. P. *Percepção e coordenação visual e motora no desenvolvimento do pensamento geométrico* In: Educação e Matemática: Revista da Associação de Professores de Matemática. Lisboa, 2012. (p. 27-32) ISSN 0871-7222.

LORENZATO, Sérgio. *Por que não ensinar Geometria?* A Educação matemática em revista - SBEM- nº 4, 1º semestre, 1995.

MARCUSCHI, L. A; *Análise da conversação*. 6. Ed – São Paulo: Ática, 2007.

MEDEIROS, K.M. *O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula*. In Educação Matemática em Revista, nº 9/10.SP, SBEM, 2001.

MEDEIROS, K. M.; SANTOS, J. B. *Uma Experiência Didática com a Formulação de Problemas Matemáticos*. In: ZETETIKE – Cempem – FE – Unicamp – v. 15 – n. 28 – jul./dez., 2007.

MEDEIROS, K. M. *Utilizando o Geogebra para explorar a criatividade na formulação e na resolução de problemas geométricos*. In: Anais do 3° Simpósio Internacionais de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEMAT, 2012.

MOREIRA, M. A. *A Teoria da Mediação de Vygotsky*. In: Teorias de Aprendizagem SãoPaulo: EPU 1999 p. 109-122.

NASSER, L. *Argumentação nas aulas de matemática.* In: Boletim Educação Matemática em Foco, UEPB - CCT– DME SBEM/PB Área: Edu. Matemática Ano II – N° 008 set/outubro de 2007 – ISSN: 1981-6979.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. *Geometria Segundo a Teoria de Van Hiele.*2 ed. Rev. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.

OLIVEIRA, M. C.; GAZIRE, E. S. *Ressignificando a Geometria plana no Ensino Médio, com auxílio de van Hiele.* Belo Horizonte, 2012. Disponível em: http://www.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20121128150635.pdf?PHPSESSID=fdb6d12870c8aaf4688b74f0ad0dd734
Acessado em: 14 de maio de 2013.

PESSOA, Paula. *Novo Programa de Matemática – Inovações de práticas e aprendizagens.* In: Educação e Matemática: Revista da Associação de Professores de Matemática – Ed. 109 APM, 2010.

PONTE, J. P. Estudos de caso em educação matemática. *Bolema, 25*, 2006. p. 105-132.

PRINCÍPIOS E NORMAS PARA MATEMÁTICA ESCOLAR DO NCTM. Associação dos Professores de Matemática - APM. Tradução: Madga Melo. Lisboa, 2008. ISBN: 978-972-8768-24-9.

RABELO, P. C.; GOMES, A. *Reorganização Curricular da Geometria: Uma Experiência no 6° ano de escolaridade*. In: Quadrante Revista de Investigação em Educação Matemática. Volume XXI/ N° 1/2012. p. 3-27.

RÊGO, R. Et al. *Padrões de Simetria do Cotidiano à sala de Aula.* João Pessoa: ed. Universitária/ UFPB, 2006.

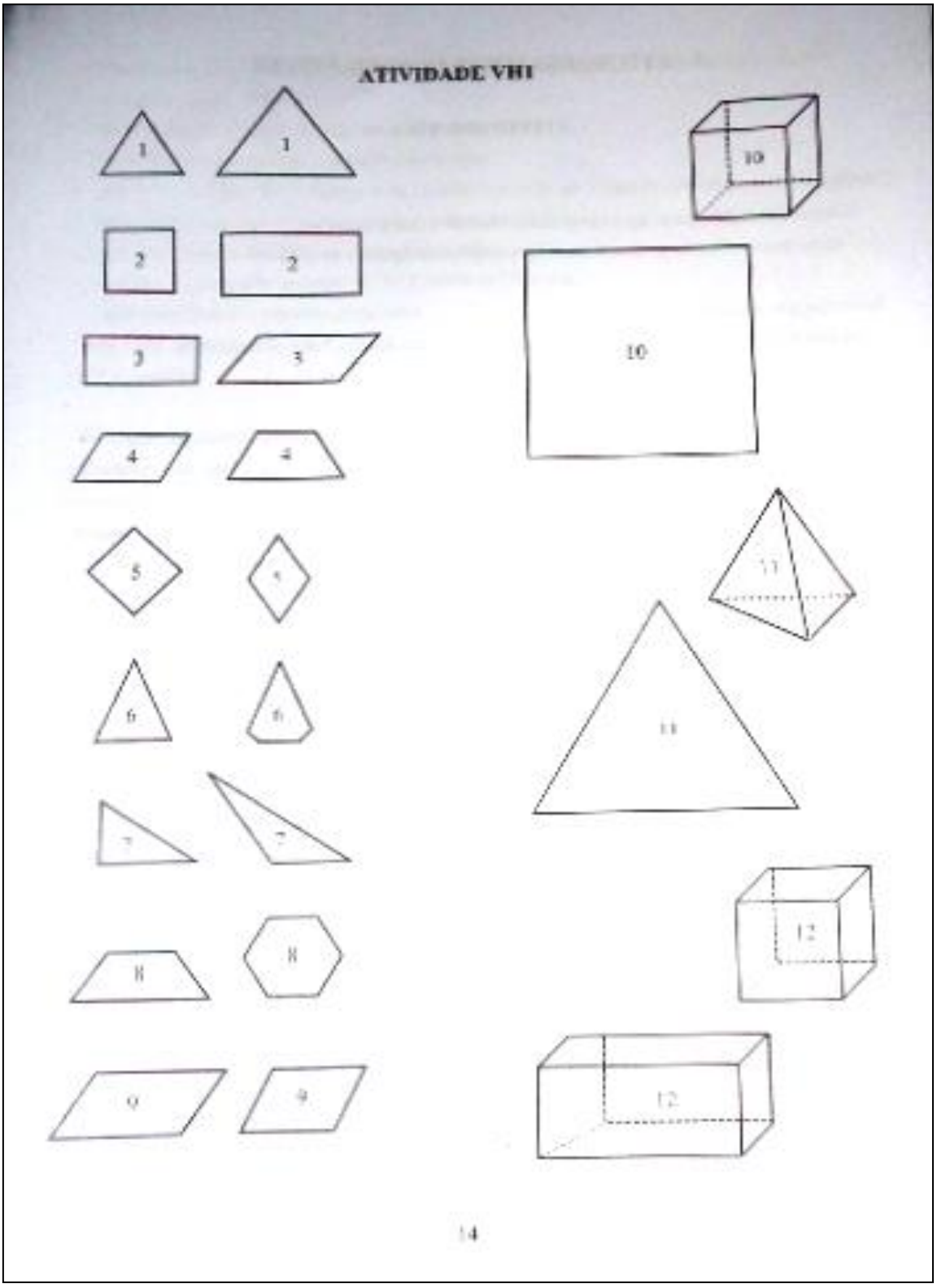
SCHOENFELD, A. *Porquê toda esta agitação acerca da resolução de problemas?* In P. Abrantes, L. C. Leal, & J. P. Ponte (Eds.), *Investigar para aprender matemática* (pp. 61-72). Lisboa: APM e Projecto MPT, 1996. (Artigo originalmente publicado em 1991 na revista ZDM).

SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I. *Ler, Escrever e Resolver Problemas*.
São Paulo: Artmed, 2001.

VELOSO, E.; BASTOS, R.; FIGUEIRINHAS, S. *Isometrias e Simetrias com materiais manipuláveis*. In. Educação e Matemática – Revista da Associação de Professores de Matemática – Ed. 101 APM, 2009.

ANEXOS

Anexo 1: Atividade van Hiele (VH)



Anexo 2: Folha de Registro

FOLHA DE REGISTRO

Nome: _____ e _____ Turma: _____

Pares de Figuras	Elementos em Comum	Diferenças
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

APÊNDICE

Apêndice 1: Roteiro de Entrevista semi-estruturada com a Professora

I. Aspectos de identificação de Experiência docente

1. Há quanto tempo você leciona? Tomando como referência a turma em pesquisa, como avalia sua relação com a mesma?

II. Concepções acerca da Geometria

2. Em relação à Geometria, o que você considera sobre o ensino? Você costuma ensiná-la ou a prática se volta mais para Álgebra?

3. Quando você trabalha com Geometria nesta turma, como acontecem as aulas? O que os alunos argumentam? Como acontece a comunicação matemática entre eles?

III. Concepções relacionadas ao uso de materiais concretos e materiais tecnológicos

4. O que você pensa sobre as atividades com materiais manipuláveis nas aulas de matemática? Estas atividades podem contribuir para o desenvolvimento das ideias matemáticas nos alunos? Você pode falar um pouco sobre algumas das que conhece? Quais desses tipos você costuma utilizar em sua prática letiva?

5. E com relação aos materiais tecnológicos, o que você pensa sobre trazê-los para a sala de aula de Matemática? Você os utiliza em sua prática letiva? Se sim, quais são os mais utilizados? Por quê? Você já utilizou algum objeto virtual de aprendizagem ou aplicativos em suas aulas? De que forma esses alunos reagem quando são propostas tarefas com estes recursos tecnológicos?

IV. O desafio do exercício docente em Matemática

6. Para finalizar, sabemos que a educação e, sobretudo o ensino e aprendizagem de Matemática é mesmo um desafio no nosso país. Mas você, enquanto docente com certa experiência, como idealiza uma sala de aula de Matemática?

Apêndice 2: Transcrição e roteiro da Entrevista

Entrevista Semi-estruturada com a Professora Regente

Essa Entrevista foi realizada em 02 de maio de 2013 as 15 horas e 37 minutos na cidade de Cabaceiras – PB com a professora regente da turma em que estamos desenvolvendo a pesquisa.A professora é identificado pelo pseudônimo **Rita** enquanto que a letra **G** nos identifica na função de entrevistador.

G: Professora Rita, há quanto tempo você leciona?

Rita:*Dez anos! Comecei em 2003.*

G: Tomando como referência a turma em pesquisa, como avalia sua relação com a mesma?

Rita: *Tenho uma, uma relação m::ito boa, até porque eu comec:ei com eles já no 9° ano, então não é uma turma nova pra mim. Comecei com eles já no 9° ano, aí no 1° ano não ensinei a eles, aí no 2° ano ensinei novamente e agora no 3° ano. Então eu já conheço eles já faz algum tempo e a gente tem um relacionamento muito bom!*

G: Essa relação tem lhe ajudado, com relação à metodologia?

Rita: *Em relação à metodologia COM CERTEZA, porque eu já conheço há algum tempo aí dá pra saber aqueles alunos que têm certa dificulda::de, aqueles que são melhores em Matemá::tica, onde avançar, onde ter mais cuidado pra ir mais devagar, com mais detalhes.*

G: Sim, compreendo. Mas com relação à Matemática no geral, como a turma reage, ou pelo menos a maior parte?

Rita: *Essa tu::rma, não é diferente das outras turmas, o que acontece com a maioria das turmas", a maioria dos alunos têm dificulda::de em Matemática. É a realidade! Alguns se destacam, aqueles se destacam normalmente são muito bons (+), poucos sã::o mais ou menos, tiram umas notas boas, outras não se dão tão bem e a maioria INFELIZMENTE, a maioria não se dão bem.*

G: Mas em relação à Geometria, o que você considera sobre o ensino?

Rita: A*h, muito importante! O ensino da Geometria é muito importante. Quando a gente fala do ensino da Geometria no Ensino Médio, aí é, é bem mais aprofundado né' do que no Ensino Fundamental, tem aquela parte de Geometria plana, espacial (+) que:: no caso, o 2° ano os alunos trabalham mais*

com aquelas coisas que tão na realidade deles, que eles convivem, aqueles objetos e tudo mais e Geometria analítica, que é o que eu tava trabalhando com eles agora no 3° ano, é mais abstrato. Mas ela é MUITO IMPORTANTE para o conhecimento da Matemática de uma forma geral.

G: Mas você costuma ensiná-la ou a prática se volta mais para Álgebra?

Rita: *Agora no 3° ano, eu iniciei justamente com Geometria Analítica, entã::o (+) a gente sabe que a parte de Geometria Analítica tem mu::ita álgebra também, muitas equaçõ::es e tudo mais. Mas eu costumo ensinar sim. Agora quando a gente fala em Geometria Plana, a realida::de é que:: o tempo não dá pra ver detalhadamente. Então eu trabalhei a Geometria Plana mais como trabalhos que os meninos desenvolveram, os meus alunos dessa turma desenvolve::u e fize::ram apresentações, construíram os sólidos geométricos. Eles mesmos, é que explicavam pra os outros alunos todos esses conceitos de Geometria. Eu trabalhei (+) nesse sentido, com seminários, não foi aulas expositivas que eu ia lá na frente e explicava pra eles não, foi nesse sentido que eu trabalhei a Geometria. E foi muito proveitoso, foi muito proveitoso porque ele::s (+) uma turma boa de trabalhar, muito boa! Eles deram muito de si nesses trabalhos e:: nos seminários a gente sabe que dá pra aprender mais porque eles estão mesmo de cabeça estudando pra aprender aquilo ali e passar pros (= para os) outros. Então foi bem proveitoso!*

G: Embora em sua fala já dê para entender um pouco como o trabalho é desenvolvido, gostaria que você reforçasse a forma como acontecem as aulas de Geometria nessa turma (3° Ano)?

Rita: *Éh:: Geometria analítica, acontece da forma tradicional mesmo, com aulas expositi:::vas, exercícios que eles resolvem em sala, eu to pegando muitas questões da Geometria que ca::i nos vestibulares, é o que eu to mais usando na sala, porque é um ano de vestibular. Agora, já a Geometria Plana eu costumo trabalhar assim mesmo, com seminário, pra que eles possam (+) trabalhar tanto a parte da::, aquelas coisas de á:rea, volu::me, como também o abstrato, construindo os sólidos/ a Geometria espacial aliás!construindo os só::lidos e tudo. Então, eu trabalho mais os seminários na Geometria Espacial e, na Geometria Analítica trabalho mais com aulas tradicionais mesmo.*

G: Ok! Mas, como você avalia que acontece a comunicação matemática entre eles?

Rita: *Olha (+), sinceramente eu vejo que essa comunicação se dá melhor pra aqueles alunos que têm, vamos dizer assim, mais habilidade com a Matemática, sabe aqueles alunos que GOSTAM mais de Matemática, que se identificam mais com a Matemática e essa comunicação acontece mais, de uma forma mais simples. Praqueles (=para aqueles) que não têm ta::nto, não gostam tanto da Matemática, não tem tanta habilidade, aí não acontece de forma tão simples, porque essa linguagem matemática é um pouco mais complicado. Só quem*

gosta mais de Matemática, mais habituado com isso é que consegue ter, é:: fluir melhor na comunicação matemática.

G: Assim, você percebe que eles, em maior parte, só conseguem se comunicar de modo informal com relação à Matemática?

Rita: *Mais informal mesmo!. Mesmo que a gente esteja falando, por exemplo, de uma elipse, aí eles não costumam muito dizer "ah, isso aqui é uma elipse" eles usam mais a linguagem deles. É como se fosse o que::", um círculo! eles usam até a expressão uma bola achatada ((risos)). Então essa comunicação mesmo, com essa linguagem toda (+), quando falava em secção, usavam muito a palavra corte, sabe" essas coisas assim!*

G: O que você pensa sobre as atividades com materiais concretos nas aulas de Matemática?

Rita: *MUITO IMPORTANTE, nas aulas de Geometria INDISPENSÁVEL! Porque:: ensinar Geometria Espacial no abstra::to fica muito mais complicado dos meninos, dos alunos entender (++). Por exemplo, falar de tronco de pirâmide, um exemplo apenas!quando a gente mostra realmente, constrói, mostra como é o tronco de pirâmide é completamente diferente de falar o que é. Eles, basta mostrar uma figura, que eles já conseguem entender na hora! Sobre secção, quando a gente mostra no concreto, eles entendem na hora, agora fale o que é secção apenas uma definição, eles não ente::ndem nada! Fica muito pouco! Então, é importante DEMAIS, é indispensável, são indispensáveis os materiais concretos.*

G: Estas atividades podem contribuir para o desenvolvimento das ideias matemáticas nos alunos?

Rita: *MUITO, muito! Aí nesse sentido quando eles davam a aula usando o que eles tinham construído, aí sim eles conseguiam falar o que era (+) como os exemplo que eu dei o que era secção aí conseguiam explicar pra os outros alunos direitinho. Mostrando assim no material concreto eles conseguiam explicar, como os exemplos que eu dei, do tronco de pirâmide, aí eles mostravam. Teve até uma equipe que construiu a pirâmide, achei muito interessante esse trabalho! construiu a pirâmide, aí construiu o tronco da pirâmide e colocou um imã, então eles colocavam, faziam a pirâmide completa com o imã que segurava as duas partes depois retiravam a parte de cima e explicavam pros outros (=para os outros) o que seria o tronco, eu gostei muito. Então aí a comunicação matemática sim se desenvolve melhor quando eles pegam o concreto vê o que é realmente e vai explicar para os outros do que se trata. Mas se for só no abstrato não é muito fácil não!*

G: Você pode falar um pouco sobre algumas das que conhece?

Rita: *Os que eu conheço ma::is são, no caso da Geometria Espacial mesmo, os sólidos que, que eles, eles mesmos constroem e:: a gente já ta habituado com eles.São os que eu mais conheço na Geometria e também são o que eu mais uso.*

G: E você trabalhou a maior parte do tempo no Ensino Médio?

Rita: *Não! Na verdade eu trabalhei a maior parte do tempo no Fundamental, depois do concurso é que eu to trabalhando mais no Médio. E no Fundamental eu sempre dei mais aula de Álgebra e pouca Geometria nesse período. Então eu trabalhei pouco com material concreto em Geometria, porque eu dei poucas aulas de Geometria.*

G: Quais os materiais que você mais costuma utilizar em sua prática letiva?

Rita: *O que a gente usa mais é os sólidos ou então, eu também posso usar assim um jogo, jogos que usam Geometria, mas são menos. Eu uso, assim como material concreto mesmo os sólidos geométricos.*

G: E quando você trabalha Álgebra, costuma usar algum material concreto?

Rita: *Eu uso, não com ta:::ntafreqüência, não é tão fácil e mesmo é algo que exige um tempo que a gente muitas vezes não tem, porque eles cobram que seja cumprido um cronograma ne' a gente tem que cumprir todo o programa e tudo mais. Quandoa gente pára um pouco pra trabalhar com material concreto, querendo ou não acaba atrasando bastante, mas os materiais que eu mais uso são os (+), a matemática nos jogos mesmo, é o que eu mais uso na Álgebra e na Geometria os sólidos mesmo.*

G: E com relação aos materiais tecnológicos, o que você pensa sobre trazê-los para a sala de aula de Matemática?

Rita: *Eu acho importante, desde que a pessoa tenha o domínio, ele saiba de fato utilizar esses materiais.*

G: Você os utiliza em sua prática letiva?

Rita: */Não!*

G: Por quê? A escola não dispõe de tantos quanto necessário?

Rita: *Isso! Não disponibiliza o:::, disponibiliza até pouco. Na verdade, assi::m dentre esses materiais tecnológicos, se pode, aí eu creio que ta falando também de data show, vídeo, e tudo mais né" é mais os meninos (eu costumo falar os meninos (risos)), os alunos eles usam bastante nos seminários, é impressionante dizer isso, eles usam um::Ito! Eu não costumo utilizar tanto, porque eu confesso que eu tenho uma certa dificuldade ainda e quanto aos softwares que são interessantíssimos (+) aqueles grá::ficos (+) a gente consegue visualizar principalmente essa parte de Geometria também, equações, tudo na Matemática*

consegue visualizar muito bem com os softwares, mas eu não tenho domínio (+) eu não utilizo porque eu não tenho domínio.

G: Mas mesmo que não sejam softwares, você costuma levar outros recursos? Por exemplo, o Datashow?

Rita: */Pouco.*

G: Calculadora?

Rita: *Aí é interessante até, porque a calculadora deveria ser o principal, vamos dizer assim, objeto tecnológico, mesmo não sendo uma tecnologia tão avançada como outras. Mas eu confesso que uso pouco, por que" os próprios alunos reclamam disso, eles querem usar mais, mas o que é que acontece" a gente vê, infelizmente, que muitos alunos, eles não têm um domínio completo das operações fundamentais, aí eles querem usar a calculadora pra fugir das contas, mas o que acontece" quando eles forem fazer vestibular, outras provas aí, concurso e tudo mais, eles não podem usar nenhum aparelho! Aí vão se deparar com contas que se atrapalham pra fazer o cálculo de cabeça, à mão (++), por esse motivo eu uso pouco a calculadora pra incentivá-los a trabalharem mesmo, fazerem pra se habituarem com os cálculos. Quando eu vejo que:: a turma está bem habituada, ela já consegue desenvolver uma prova, um exercício sem a máquina, conseguem tranquilamente fluir tranquilamente, aí sim eu coloco, porque eu sei que quando não tiver, eles vão conseguir do mesmo jeito. Eu coloco como recurso que vai ajudá-los a diminuir o trabalho.*

G: É que tudo vai depender do objetivo da aula, não é verdade?

Rita: *Isso! E mais nesse início de ano, eu sempre faço essa sondagem com eles e a princípio eu nem trabalho tanto a calculadora por isso.*

G: Em outros momentos em sala de aula, você utilizou algum aplicativo tecnológico?

Rita: *Não! Não utilizei ai::nda não, mas eu espero aprender e utilizar porque eu estudei, eu fiz uma especialização e tinha umas disciplinas sobre essa parte de tecnologia que é muito interessante, só que o tempo é muito curto pra gente aprender e ter o domínio. O Winplot, Geogebra, co:::mo ajudaria se:: no meu caso, se eu tivesse o domínio pra levar pra sala de aula. Mas eu não tenho o domínio, se chegar a algum conteúdo, alguma questão que eu mesma ficar com dúvida na sala de aula, como é que vai ser" terrível! se os alunos vêm a mim e eu também não to sabendo utilizar direito, por isso eu prefiro nem usar.*

G*:* De que forma esses alunos reagem quando são propostas tarefas com estes recursos tecnológicos?

Rita: *Por incrível que pareça eles agem de forma até natural, não é algo que eles fiquem assi::m, como alguns anos atrás boquiabertos, "no::ssa que algo interessante!" Eles já estão tão acostumados que quando a gente leva, mesmo*

alguma coisa voltada pra Matemática, eles acham até mais natural do que eu mesma, porque eu não tenho tanto, não conheço tanto e eles têm uma facilidade de rapidinho, já estão habituados com aquilo ali. Assimilar, de trabalhar com aquilo eles reagiriam, eu vejo que reagiriam de forma bem positiva.

G: Para finalizar, sabemos que a educação e, sobretudo o ensino e aprendizagem de Matemática é mesmo um desafio no nosso país. Mas você, enquanto docente com certa experiência, como idealiza uma sala de aula de Matemática?

Rita: *Ahh... ((risos)) Olha, (+) é um pouco utópico até, ma::s eu idealizaria uma sala de aula, (+) a sala dos meus sonhos a que os alunos já tem o domínio, já que a gente ta falando do 3° Ano, eles tivessem domínio mesmo com aquela Matemática que foi os pré-requisitos, vamos dizer assim! Então eles dominam as operações, equação (+) porque um problema que eu vejo, a gente vai dá um determinado assunto, tu sabes, tu és professora de Matemática, (+) agente vai dá um determinado assunto de matemática que precisa de muito conhecimento anterior e:: a gente perde muito tempo explicando coisas assim relacionadas, relações de sinais... Pode acreditar que isso acontece em pleno 3º Ano!,equações do 1° grau, equações fracionárias, então são MUITOS...e as quatro operações de conta nem se fala! Então, são muitos conhecimentos anterior que precisavam saber, mas que ainda existe uma deficiência mu:::ito grande. A minha sala, a sala ideal na minha opinião é aquela que os alunos chegassem lá e que realmente tivessem um domínio, pelo menos, das principais coisas que são pré-requisitos e que os alunos gosta::ssem, sentissem motivados a estudar Matemática, seria a sala ideal. Mesmo que (+) ali alguns alunos tivessem dificuldades de aprender, mesmo assim eu não acharia isso um problema, porque no decorrer do tempo as dificuldades iam sendo:: diminuídas, mas que pelo me::nos não tivessem tanta dificuldade em conteúdos anteriores e tivessem estímulo pra estudar, quisessem de fato aprender da mesma forma que a gente quer ensinar, no mesmo nível, aí seria uma sala de aula de Matemática ideal pra mim seria essa ((risos)).*

G: Como você falou de nível, como avalia o nível de conhecimento deles?

Rita: *Olha (++) de uma forma geral, a gente tem que analisar assim ne" existem alunos mu::ito bons e existem alunos com muita dificuldade que a gente (+) as vezes dá até vontade de dizer, isso não é nem certo, não é nem certo pensar assim! Mas dá vontade de dizer: você estar no lugar errado, era pra voltar umas duas ou três séries ((risos)). E existem os alunos intermediários, mas e::u analiso assim de uma forma geral que é uma turma boa, não é ótima, mas também, não é ruim. É uma turma boa!*

Apêndice 3: Roteiro de Planejamento das Atividades Iniciais com os alunos para Identificação de Níveis segundo o Modelo van Hiele.

As atividades aqui explicitadas foram desenvolvidas em uma turma de 3° Ano do Ensino Médio em uma escola pública estadual localizada na cidade de Cabaceiras no cariri paraibano. Essas atividades têm por objetivos a obtenção de dados que auxiliarão no desenvolvimento da pesquisa, uma vez que consideramos ser auto-suficiente conhecermos o nível da turma para planejarmos as demais tarefas.

PROPOSTA DE ATIVIDADE 1: Distinguindo o Universo Plano e o Tridimensional.

VISÃO GERAL/OBJETIVO: Nessa proposta, o nosso objetivo é compreender como os alunos reagem frente às atividades, seu raciocínio e sua comunicação, para previamente analisar o nível de pensamento geométrico deles. Sabemos que nenhuma sala é homogênea, os alunos nem sempre abstraem num mesmo nível, por isso, julgamos de eficaz relevância a identificação dos níveis através dos trabalhos desenvolvidos em díades.

Como acontecerá?

Inicialmente nossa proposta é dialogar e provocar questionamentos que levem a uma comunicação matemática relacionadas às concepções pessoais acerca da Matemática, sobretudo da Geometria, falar da importância e como deve acontecer o trabalho, ao mesmo tempo propor a organização em díades, para desenvolverem as tarefas que iremos recomendar. Iremos apresentar as diretrizes necessárias ao trabalho. Entretanto, eles serão os autores da história, uma vez que trabalharão de forma autônoma.

Levaremos para sala de aula, materiais concretos manipuláveis – sólidos geométricos, e figuras planas além de um roteiro de atividades. Com isso, distribuiremos com todos os grupos o material, diversificando as formas o máximo possível. Nossa proposta, a princípio, é deixá-los livres para manipular o material e, a partir disto, observarmos comentários que possivelmente farão com relação ao material exposto (a aparência; a classificação ou propriedade analisada; as partes que formam os sólidos; a linguagem utilizada, etc.), tanto em relação aos sólidos quanto em relação às figuras planas na Atividade VH, relacionando, sobretudo, diferenças e características comuns. Apresentaremos roteiros com algumas questões relacionadas a esses materiais.

Deixaremos os alunos livres para se comunicarem, e observaremos cuidadosamente as discussões e argumentos por eles apresentadas, usando gravador para auxílio na coleta dos dados e com esses elementos – comunicação oral e escrita -possivelmente começaremos a identificar o nível de raciocínio dos alunos em relação ao conhecimento geométrico.

Materiais necessários:

- ✓ Slides para introduzir;
- ✓ Roteiros das atividades a serem desenvolvidas;
- ✓ Atividade VH;
- ✓ Folha de Registro;
- ✓ Sólidos geométricos;
- ✓ Lápis e borracha.

PROPOSTA DE ATIVIDADE 2: De que forma estamos pensando?

VISÃO GERAL/OBJETIVO: Com essa atividade a nossa proposta é planificar alguns sólidos no objetivo de perceber a reação e percepções dos alunos frente à planificação, sobretudo se conseguem identificar que as figuras geométricas tridimensionais são formadas por elementos já conhecidos do universo bidimensional.

Como acontecerá?

Analogamente à atividade anterior, a turma continuará a desenvolver os trabalhos nos mesmos grupos com os quais provocaremos alguns questionamentos, propondo que manipulem e nomeiem o material apresentado e distribuído para cada uma. Em seguida, daremos a planificação do material e, posteriormente, responderem um quadro de questões complementares (abaixo), adaptado de Oliveira e Gazire (2012), que muito nos ajudará a compreender o desenvolvimento dos grupos.

Materiais necessários:

- ✓ Sólidos geométricos;
- ✓ Planificação dos Sólidos;
- ✓ Roteiro de atividades;
- ✓ Folhas A4;
- ✓ Lápis e borracha;
- ✓ Régua.

Questões:

a) Qual a classificação do sólido?

b) Quantas faces tem? Quantas arestas tem? Quantos vértices tem?

c) A qual figura plana corresponde cada uma das suas faces laterais?

d) Identifique todas as características observáveis nessas figuras planas.

e) Calcule o perímetro e a área dessas faces.

f) A qual figura plana corresponde(m) a(s) sua(s) base(s)?

g) Enumere todas as características (propriedades) observáveis ou dedutíveis nessa figura plana.

h) Calcule o perímetro e a área dessa(s) base(s).

i) As faces laterais e as bases do seu sólido apresentam alguma característica comum? Quais?

j) Elabore uma ficha resumo que contenha todas as informações que o grupo conseguiu identificar, destacando conceitos e exemplificando sempre que possível.

PROPOSTA DE ATIVIDADE 3: Assunto ao Celular

VISÃO GERAL/OBJETIVO: Construir quadriláteros, usando material concreto, com o objetivo de contribuir para os alunos desenvolverem sua criatividade e revelar seu pensamento geométrico e criticidade. Dessa forma, observaremos a linguagem utilizada, os questionamentos e comunicação entre os grupos.

Como acontecerá?

As mesmas díades de trabalho deverão construir quadriláteros sob uma placa de isopor revestida de E.V.A., usando canudos como lados e tachinhas como vértices. Assim, para cada dupla distribuiremos uma placa de isopor, palitos e tachinhas. Quando desenvolverem essa parte da tarefa proposta, escolheremos aquelas que usaram maior criatividade para propor que vá à frente da sala e, sem revelar descreva sua figura aos colegas, como se estivesse descrevendo um objeto pelo celular, sem gesticular, para que os colegas nos demais grupos tentem descobrir a figura formada. Certamente a reação,

argumentos e posicionamento apresentados pelos alunos nessa atividade nos darão subsídio para identificação mais apurada dos níveis de pensamento geométrico.

Materiais necessários:

- ✓ Placas de isopor;
- ✓ Canudos;
- ✓ Tachinhas;
- ✓ Roteiro de atividade;
- ✓ Folhas A4;
- ✓ Lápis e borracha.

PROPOSTA DE ATIVIDADE 4: Do que estamos falando?

VISÃO GERAL/OBJETIVO: Nessa atividade os alunos deverão identificar conceitos e figuras planas. O nosso objetivo central, com o desenvolvimento dessa tarefa, é perceber como os alunos matematicamente estão se comunicando e revelando seu pensamento geométrico, isto é, qual o nível segundo o modelo van Hiele, eles apresentam.

Como acontecerá?

Iremos distribuir uma folha A4 usada como um cartaz e nele contido quadrado, losango e retângulo, com o objetivo de entender se os alunos compreendem as figuras, propriedades e relações entre ambas. Para tal, distribuiremos um cartaz para cada duplas pedindo para escreverem tudo que sabem sobre cada uma das figuras contidas no cartaz conforme nossa orientação.

Depois que realizarem essa etapa, numa apresentação em slides, mostraremos algumas figuras entre tais, as que foram exploradas e faremos diversas perguntas, a fim de analisarmos a comunicação oral, ou seja a forma como pensam geometricamente e formalizar suas respostas.

De acordo com Oliveira e Gazire (2012), algumas das possíveis perguntas a ser feitas com toda turma (duplas), são as seguintes:

1. Quais dessas figuras são (retângulos; quadrados; etc)? Por quê?

2. Quais dessas retas são (paralelas; perpendiculares)? Por quê?

3. Quais desses ângulos são(retos; agudos; obtusos)? Por que?

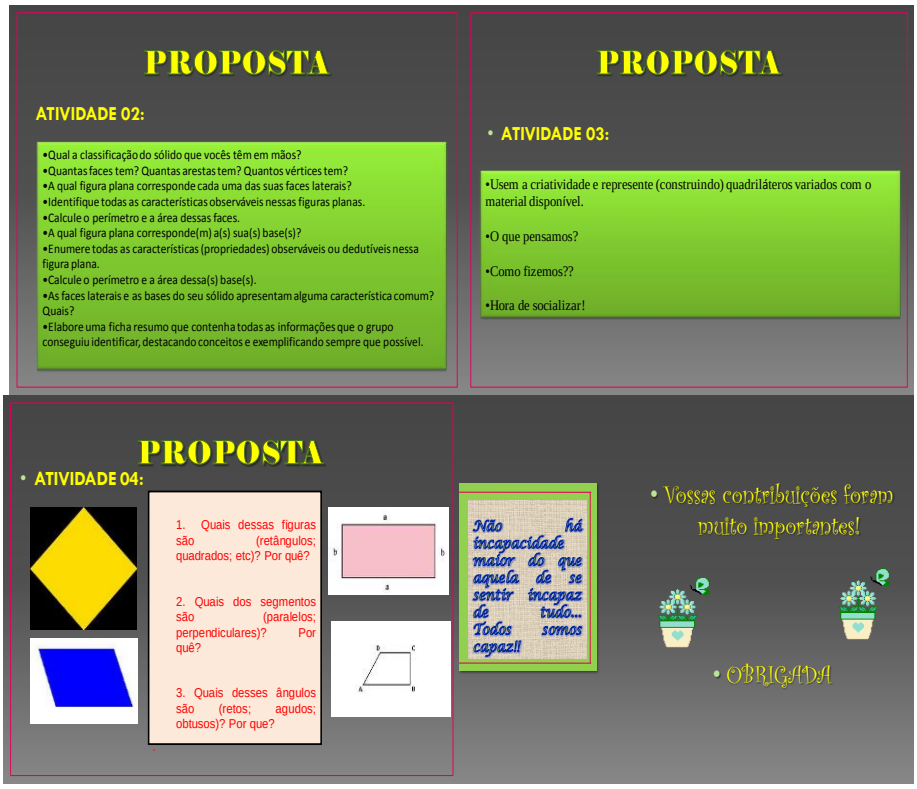
.

Materiais necessários:

- ✓ Figuras impressas;
- ✓ Cartolinas;
- ✓ Folhas A4;
- ✓ Lápis e borracha.

Apêndice 4: Atividades e Roteiros

Apêndice 4.1 Slides auxiliares



Apêndice 4.2 I Roteiro de atividades

NOMES:---------- e ----------

1. O que vocês consideram sobre o ensino e aprendizagem de Geometria?
2. Manipulando o material exposto, que considerações vocês fazem sobre tal?
3. Que figuras geométricas vocês podem observar?
4. A que grupo vocês dizem pertencer essas figuras?

Apêndice 4.3 II Roteiro de atividades

NOMES:---------- e ----------

O que sabemos sobre a figura??

k) Qual a classificação do sólido que vocês têm em mãos?

l) Quantas faces tem? Quantas arestas tem? Quantos vértices tem?

m) A qual figura plana corresponde cada uma das suas faces laterais?

n) Identifique todas as características observáveis nessas figuras planas.

o) Calcule o perímetro e a área dessas faces.

p) A qual figura plana corresponde(m) a(s) sua(s) base(s)?

q) Enumere todas as características (propriedades) observáveis ou dedutíveis nessa figura plana.

r) Calcule o perímetro e a área dessa(s) base(s).

s) As faces laterais e as bases do seu sólido apresentam alguma característica comum? Quais?

t) Elabore uma ficha resumo que contenha todas as informações que o grupo conseguiu identificar, destacando conceitos e exemplificando sempre que possível.

Apêndice 4.4 III Roteiro de atividades

NOMES:---------- e ----------

1. Usem a criatividade e represente (construindo) quadriláteros variados com o material disponível.

2. O que pensamos?

3. Como fizemos??

4. Hora de socializar!

Apêndice 5: Atividades desenvolvidas por algumas díades

Apêndice 5.1: Atividade 1 – Ana e Cecília

1. O que vocês consideram sobre o ensino e aprendizagem de Geometria?

• O ensino e aprendizagem de Geometria é importante, pois nos permite expandir os conhecimentos sobre o espaço onde estamos e assim propiciar modificações.

2. Manipulando o material exposto, que considerações vocês fazem sobre tal?

• A pirâmide é uma figura geométrica interessante, pois tem formas com utilização de triângulos, originados em um mesmo ponto.

3. Que figuras geométricas vocês podem observar?

• Pirâmide e cubo.

4. A que grupo vocês dizem pertencer essas figuras?

São figuras pertencentes ao espaço.

5. Já havia explorado essas figuras em outros momentos?

Sim.

6. Existe relação entre os sólidos e as figuras planas?

Sim, pois é a partir das figuras planas que se originam os sólidos.

7. Quais as principais características e diferença entre os dois tipos de figuras?

• São sólidos.

Apêndice 5.2: Atividade VH – Ana e Cecília

Pares de Figuras	Elementos em Comum	Diferenças
1	São triangulares.	Área, altura
2	São formadas por quadrados	Área, lados
3	Têm a mesma base	São formadas por quadrados e triângulos e tem um pouco de inclinação.
4	São figuras formadas por quadrado e triângulo	As peças estão invertesas.
5	São losangos	As dimensões são diferente.
6	São triangulares	A base
7	São triângulos	Os ângulos
8	São figuras formadas por trapézios	forma, lados
9	São figuras com formato de quadrado	Altura
10	São figuras com formato de cubo	figura plana e figura sólida
11	São figuras com formato de triângulo	figura plana e figura sólida
12	São figuras sólidas	comprimento

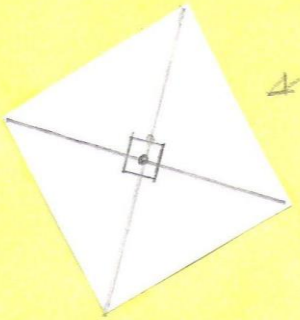
Apêndice 5.3: Atividade - Do que estamos falando? – Ana e Cecília

RETÂNGULO

Área = b.h

Formado por 2 quadrados.

Exemplo de retângulo: um quadro.



LOSANGO

Formado por 4 triângulos.

No meio da figura, forma-se um ângulo de 90°.

Exemplo de losango: um botão.

Quadrado

Calcula-se a área da seguinte forma:

$A = l^2$ ou $A = l.l$

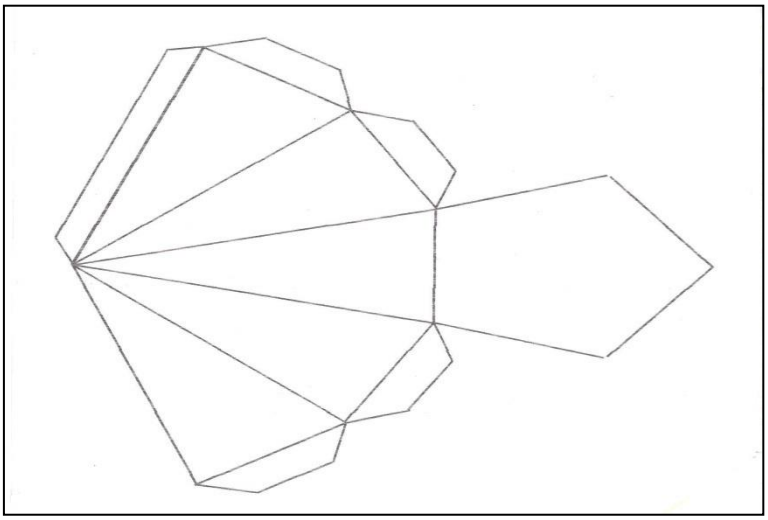
Possuí os 4 lados iguais.

Exemplo de quadrado: um dado.

Apêndice 5.4: Atividade VH– João e Maria

Pares de Figuras	Elementos em Comum	Diferenças
1	ambos são triangulos	a diferença é entre os tamanhos.
2	ambos são quadrado e retângulo.	São de faces diferentes
3	não tem nada em comum.	um é mais em pé e o outro tem uma forma mais inclinad
4	elas são de segmentos diferentes.	tem medidas diferentes.
5	os seus lados tem algo em comum.	um é mais aberto e o outro é mais fechado
6	em comum elas tem o mesmo tamanho	a diferença é que um mais aberto e o outro mais fechado.
7	são em comum os lados.	são de tamanhos diferentes.
8	tratam-se de trapezio e paralelogramo.	são de faces diferentes.
9	são de faces iguais.	possuem tamanhos diferentes.
10	ambos são um quadrado e um cubo.	São diferentes as formas geometricas e os tamanhos.
11	suas faces diferentes.	possuem tamanhos diferentes é um é um é um prisma outro
12	trata-se de um cubo e um retângulo.	suas diferenças e que suas faces não são iguais.

Anexo 5.5: Atividade - De que forma estamos pensando?– João e Maria



É um prisma.

2-> tem 5 faces, 5 arestas e 5 vértices.

3-> um triangulo.

4-> São todos de lados iguais.

5-> $\frac{B \times h}{2}$ $A = \frac{44}{2}$ $A = 22$

6-> um trapézio.

7-> São de 5 faces, de lados iguais e trata-se de uma figura plana.

8->

9-> Sim, possuem o mesmo perímetro e suas faces são iguais.

10-> Nós conseguimos identificar, que as figuras por mais possuam tamanhos diferentes elas possuem algo em comum. Ex: Faces, arestas, bases entre outras.

Apêndice 5.6: Atividade – Assunto ao Celular – João e Maria

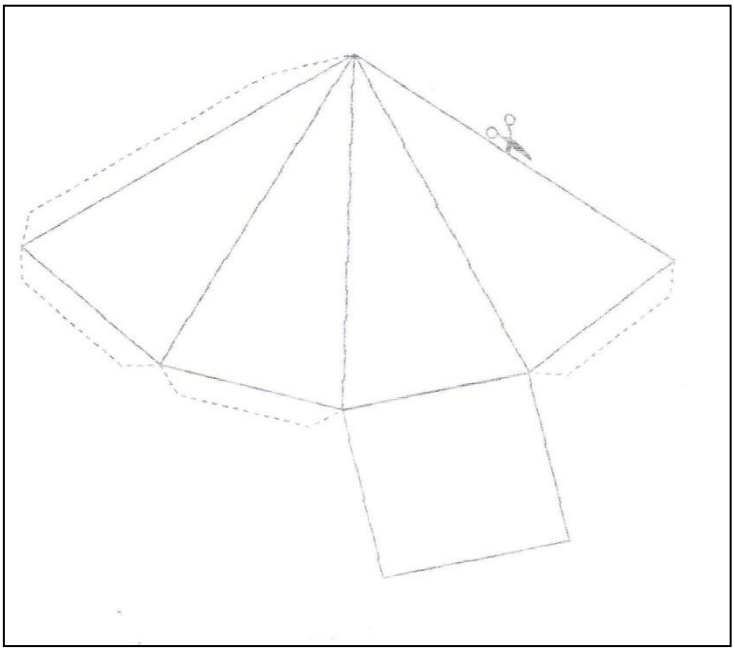
1. Usem a criatividade e represente (construindo) quadriláteros variados com o material disponível.

2. O que pensamos? Em um dado.

3. Como fizemos?? fizemos dois quadrados e quatro retas.

4. Hora de socializar!

Apêndice 5.7: Atividade 3 - Amélia e Cristina



Respostas

...édros (Piramedes)

2º) 4 facis, 4 arestas e 5 ~~vértices~~ vértices.

3-) Triângulo

4º) Triângulo e um quadrado.

5º) H = 11 cm P = 11+11+11+11 = 44
b = 6cm $A = \frac{b.h}{2} \rightarrow A = \frac{11.6}{2} \rightarrow A = \frac{66}{2} \rightarrow \boxed{A = 33\ cm^2}$

6º) Quadrado.

7º) Que suas arestas forma triângulo e sua base forma um quadrado.

9º) Nenhuma

10) Nós entendemos que essa figura plana é um poliédros com 4 faces, 4 arestas e cinco vértices, onde seus lados forma triângulos e sua base um quadrado, se pegarmos a sua altura e multiplicarmos com sua base dividindo por dois encontraremos a sua área e a soma dos lados das arestas, vamos descobrir o seu perímetro.

Apêndice 5.8: Atividades VH – Juliana e Rebeca

Pares de Figuras	Elementos em Comum	Diferenças
1	São triangulos	Tamanhos diferentes
2	Tem 4 lados	Uma figura quadrada outra retângular.
3	Tem 4 lados	Um retângulo, e um paralelepípedo.
4	4 lados	paralelepípedo, e um trapézio, ~~possui~~
5	São losangos	Tamanhos diferentes
6	Nada em comum	Um forma um triângulo, outro um pentagono.
7	3 lados	Tamanho, e posição: um reto, outro inclinado.
8	Nada em comum	Um com 4 lados, trapézio. Um com 6 lados, hexagono.
9	São paralelepipedos	Tamanho
10	São formados por quadrados.	Um é quadrado, outro é cubo.
11	Aparentam ser triângulos	Um é triângulo, outro uma piramede.
12	São cubos	Cubo retângular cubo

Apêndice 5. 9: Atividade - Assunto ao Celular – Juliana e Rebeca

1. Usem a criatividade e represente (construindo) quadriláteros variados com o material disponível.

2. O que pensamos?

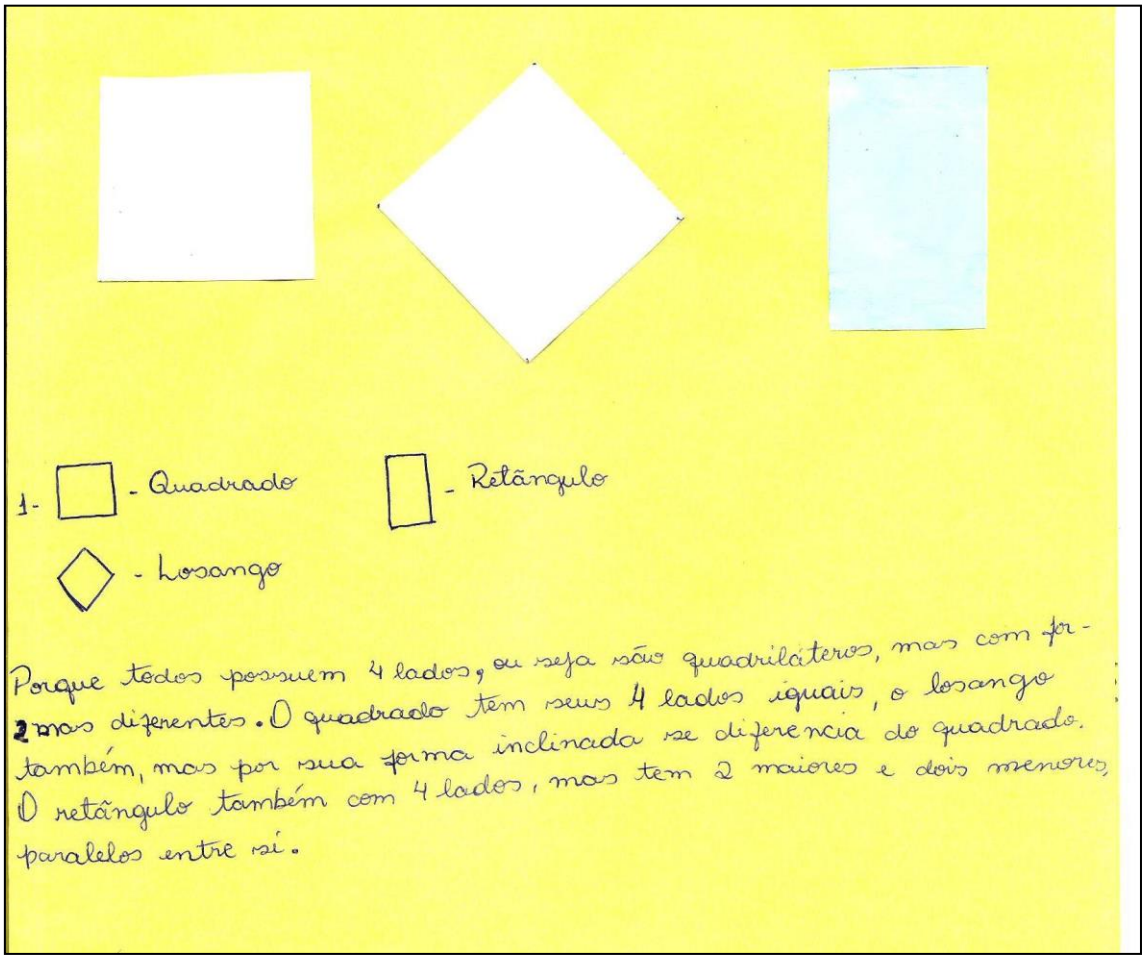
Pensamos em fazer quadrados intercalados, que formassem entre si mais quadrados, e também em variar as cores para deixar a figura colorida.

3. Como fizemos??

Intercalamos os canudinhos para formarmos mais figuras e deixar-la colorida, então dispomos consecutivamente os canudos de forma aleatória.

4. Hora de socializar!

Apêndice 5.10: Atividade - Do que estamos falando? – Juliana e Rebeca



1- - Quadrado - Retângulo

- Losango

2- Porque todos possuem 4 lados, ou seja são quadriláteros, mas com formas diferentes. O quadrado tem seus 4 lados iguais, o losango também, mas por sua forma inclinada se diferencia do quadrado. O retângulo também com 4 lados, mas tem 2 maiores e dois menores, paralelos entre si.

Apêndice 5.11: Atividades 1 – Vitória e Samara

1. O que vocês consideram sobre o ensino e aprendizagem de Geometria?

A geometria tem importância nos nossos dias, pois, como a geometria estuda as formas, por onde vamos, vemos formas também

2. Manipulando o material exposto, que considerações vocês fazem sobre tal?

O material exposto é um cubo, composto por 6 faces e 8 vértices. A vários exemplos de objetos com essa forma, e um exemplo muito comum é o dado.

3. Que figuras geométricas vocês podem observar?

Um quadrado.

4. A que grupo vocês dizem pertencer essas figuras?

Espaço.

5. Já havia explorado essas figuras em outros momentos?

Sim, em um trabalho escolar.

6. Existe relação entre os sólidos e as figuras planas?

sim.

7. Quais as principais características e diferença entre os dois tipos de figuras?

Apêndice 5.12: Atividade – Assunto ao Celular – Vitória e Samara

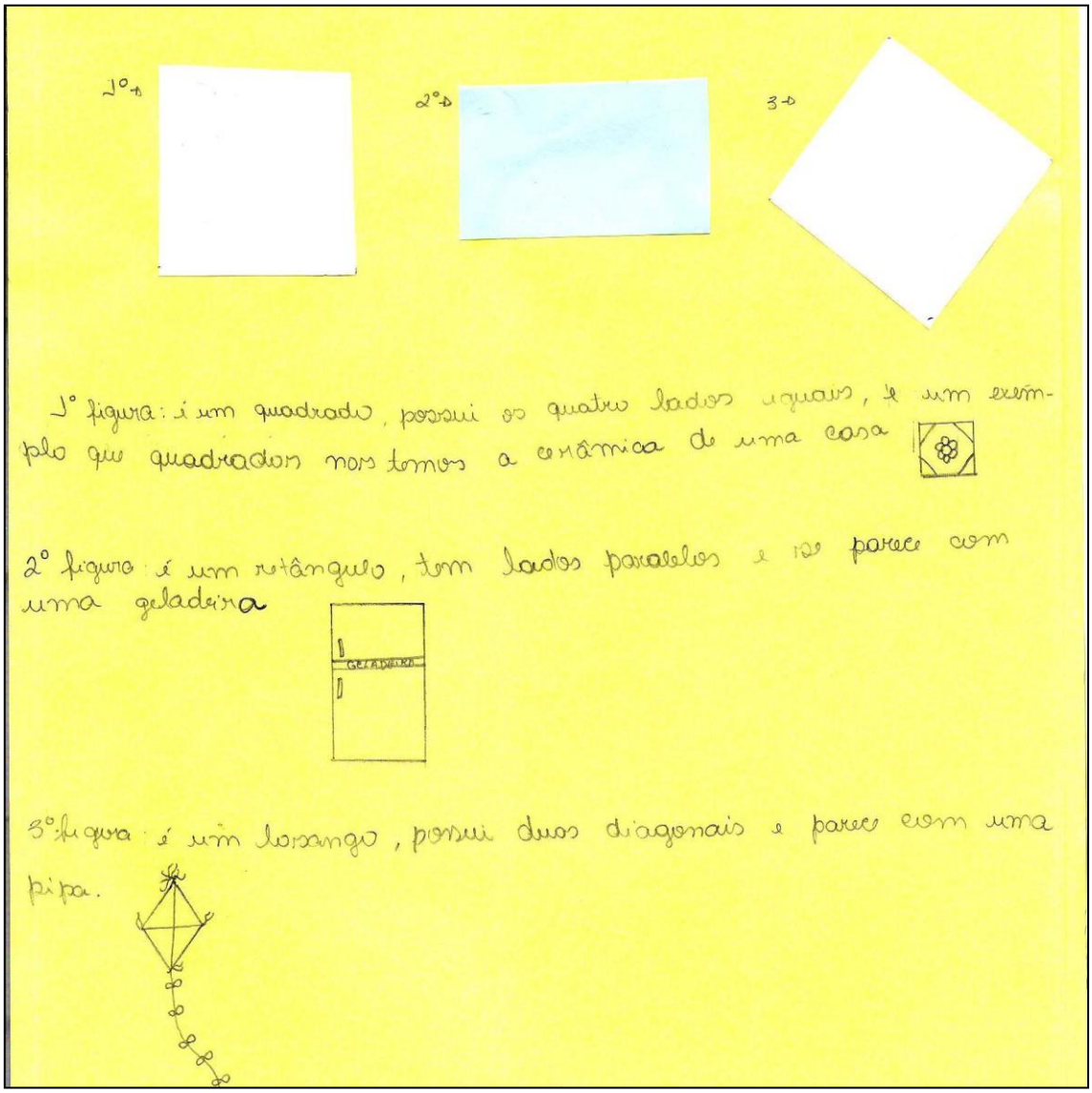
1. Usem a criatividade e represente (construindo) quadriláteros variados com o material disponível.

2. O que pensamos?

em um trapézio

3. Como fizemos??

em cada junção dos canudos colocamos as tarrachinha e na base maior colocamos dois canudos um por dentro do outro e prendemos os dois com uma tarrachinha.

4. Hora de socializar!

Apêndice 5.13: Atividade - Do que estamos falando? – Vitória e Samara