UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

JANAÍNA CARDOSO DA SILVA

EXPLORANDO SIGNIFICADOS COM A FORMULAÇAO E A RESOLUÇÃO DE PROEBLEMAS NO CÁLCULO INTEGRAL DE VOLUMES DE FIGURAS SÓLIDAS UTILIZANDO O GEOGEBRA 3D NA FORMAÇÃO INICIAL

Campina Grande-PB
2013

JANAÍNA CARDOSO DA SILVA

EXPLORANDO SIGNIFICADOS COM A FORMULAÇAO E A RESOLUÇÃO DE PROEBLEMAS NO CÁLCULO INTEGRAL DE VOLUMES DE FIGURAS SÓLIDAS UTILIZANDO O GEOGEBRA 3D NA FORMAÇÃO INICIAL

Projeto de Qualificação de Mestrado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Centro e Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Kátia Maria de Medeiros

Campina Grande-PB

2013

JANAÍNA CARDOSO DA SILVA

EXPLORANDO SIGNIFICADOS COM A FORMULAÇAO E A RESOLUÇÃO DE PROEBLEMAS NO CÁLCULO INTEGRAL DE VOLUMES DE FIGURAS SÓLIDAS UTILIZANDO O GEOGEBRA 3D NA FORMAÇÃO INICIAL

Projeto de Qualificação de Mestrado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Centro e Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba.

Área de Concentração: Educação Matemática

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Kátia Maria de Medeiros

Banca Examinadora

_____

Profª Dr.ª Kátia Maria de Medeiros-UEPB-Orientadora

_____

Profª Dr.ª Maria Isabelle Silva -UEPB-Examinador Interno

_____

Profª Dr.ª Maria Cristina Bonomi–USP- Examinador Externo

_____

Profª Dr.ª Abigail Fregni Lins-UEPB-Suplente Interno

_____

Profª Dr.ª Cibelle de Fátima Castro de Assis-UFPB-Suplente Externo

RESUMO

CARDOSO, J. S. **EXPLORANDO SIGNIFICADOS COM A FORMULAÇAO E A RESOLUÇÃO DE PROEBLEMAS NO CÁLCULO INTEGRAL DE VOLUMES DE FIGURAS SÓLIDAS UTILIZANDO O GEOGEBRA 3D NA FORMAÇÃO INICIAL.**2013.f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2013.

Esta pesquisa tem procura contribuir com pesquisas relacionadas com o ensino de Cálculo tendo por Objetivo Geral analisar como o futuro professor de Matemática formula e resolve problemas matemáticos com o conteúdo Cálculo Integral de Volumes a partir do aplicativo Geogebra 3D, explorando os significados formal e referencial. Tendo como objetivos específicos, propor aos futuros professores de Matemática formular e resolver problemas matemáticos a partir do Geogebra 3D com o Cálculo Integral de Volumes, atribuindo significados formal às ideias matemáticas; Propor aos futuros professores de Matemática formular e Resolver Problemas Matemáticos a partir do Geogebra 3D com o Cálculo Integral de Volumes, atribuindo significados referencial as ideias matemáticas; e, refletir com os futuros professores de Matemática sobre os aspectos semânticos e sintáticos das formulações e resoluções de problemas matemáticos com o conteúdo Cálculo Integral de Volumes. A pesquisa será composta por três estudos de caso, desenvolvida no Instituo Federal de Campina Grande, tendo sido iniciada com uma entrevista semi-estruturada., Esta entrevista aponta que o professor utiliza aplicativos auxiliares no estudo das funções no plano e no espaço, além de refletir sobre sua prática, buscando metodologias que possibilitem a construção do significado dos conteúdos, em específico do Cálculo Integral de Volumes.

Palavras-chave: Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos. Cálculo Integral de Volumes. Geogebra 3D. Significados. Formação Inicial de Professores de Matemática.

ABSTRACT

CARDOSO, J. C. **EXPLORING MEANING TO FORMULATION AND RESOLUTION OF THE CALCULATION PROEBLEMAS INTEGRAL VOLUME OF FIGURES USING SOLID 3D GEOGEBRA IN BASIC TRAINING.** 2013.f. Thesis (MA) - State University of Paraíba - UEPB, Campina Grande, 2013.

This research has search to contribute with researches related with the teaching of Calculation tends for General Objective to analyze as the future teacher of Mathematics formulates and it solves mathematical problems with the content Integral Calculation of Volumes starting from the application Geogebra 3D, exploring the formal meanings and referencial. Tends as specific objectives, to intend to the futures teachers of Mathematics to formulate and to solve mathematical problems starting from Geogebra 3D with the Integral Calculation of Volumes, attributing formal meanings to the mathematical ideas; To intend to the futures teachers of Mathematics to formulate and to Solve Mathematical Problems starting from Geogebra 3D with the Integral Calculation of Volumes, attributing meant referencial the mathematical ideas; and, to contemplate with the futures teachers of Mathematics about the semantic and syntactic aspects of the formulations and resolutions of mathematical problems with the content Integral Calculation of Volumes. The research will be composed by three case studies, developed in I Institute him/it Federal of Campina Grande, having been initiate with a semi-structured interview., This interview points that the teacher uses auxiliary applications in the study of the functions in the plan and in the space, besides contemplating on his/her practice, looking for methodologies to make possible the construction of the meaning of the contents, in specific of the Integral Calculation of Volumes.

Keywords: Formulation and Resolution of Mathematical Problems. Integral Calculation.Geogebra 3D. Meanings. Pre-service mathematics teacher education.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 8
INTRODUÇÃO 8
1.1. Motivação para o estudo 8
1.2. Objetivos e questões da investigação 9
CAPÍTULO 2 11
FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS E O CÁLCULO INTEGRAL 11
2.1. A Formulação e Resolução de problemas Matemáticos na Sala de Aula e a Comunicação 11
2.2 O ensino do Cálculo Integral e a aprendizagem com compreensão 17
2.3. Formulação e Resolução de Problemas como um caminho metodológico 21
2.4. Um pouco sobre história do Cálculo 23
CAPÍTULO 3 28
O ENSINO DE CÁLCULO NO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA 28
3.1. O ensino da Matemática e a evolução no contexto curricular 28
3.2. O ensino do Cálculo e suas mudanças 30
3.3. O Ensino do Cálculo voltado para o curso de Licenciatura em Matemática 35
3.4. As modificações no papel do professor na aprendizagem da Matemática nas últimas décadas 37
3.5. As Mudanças no Currículo e o papel do professor 41
CAPÍTULO 4 45
A FORMAÇÃO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA COMO PROBLEMÁTICA PARA O ENSINO 45
4.1.A complexidade da formação dos professores de Matemática 45
4.2.A reflexão sobre a prática do professor e o professor investigador 46
CAPÍTULO 5 48
O USO DO APLCATIVOS NO ENSINO/APRENDIZAGEM DE CÁLCULO INTEGRAL 48
5.1 A utilização de tecnologias no ensino/aprendizagem da Matemática 48
5.2. Aplicativos auxiliares à compreensão do Cálculo 51
CAPÍTULO 6 56
A BUSCA PELO SIGNIFICADO NO ENSINO/APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA 56
6.1. A linguagem matemática com significado produtivo 56
6.2. O significado no conhecimento como rede 57

CAPÍTULO 7 59
METODOLOGIA DA PESQUISA 59
7.1. Estratégia da pesquisa 59
7.2. Dados recolhidos 61
REFERÊNCIAS 63
APÊNDICE 67
APÊNDICE A: Modelo de roteiro da entrevista semi-estruturada 68
APÊNDICE B: Transcrição da entrevista semi-estruturada 69

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Neste capítulo iremos apresentar a motivação e inquietação pelo qual o tema foi escolhido, justificando a relevância do conteúdo bem como suas deficiências. Mostramos também os objetivos que fundamentam o tema da pesquisa, assim como as questões de estudo que se enquadram com tais objetivos.

1.1. Motivação para o estudo

Nos dias atuais existe um maior incentivo para a contextualização dos conteúdos, visando uma melhor aprendizagem para os alunos. Em detrimento deste fato, o processo ensino/aprendizagem necessitou de algumas mudanças, sendo uma destas a busca de significados relacionados à aplicação e relevância do conteúdo compreendido em sala de aula no cotidiano do estudante. De forma mais delimitada, vamos abordar a aplicação de um aplicativo como ferramenta metodológica, para auxiliar na compreensão do Cálculo Integral no conteúdo volumes de figuras sólidas, objetivando a utilização da Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos como uma Metodologia de Ensino

Assim, a utilização da formulação e resolução dos problemas matemáticos pode nos fazer perceber a real importância dos cálculos em nossa vida e em nossa docência, mostrando sua eficácia em determinados problemas rotineiros, que antes eram tidos como de difícil resolução, além de melhorar a compreensão dos conceitos e definições dos conteúdos de níveis médio e superior, com os quais temos que nos deparar ao longo de nossas vidas profissionais.

Infelizmente, notamos que tal importância referente à disciplina ainda não está sendo bem explorada em alguns cursos no nível superior, no qual a metodologia de ensino, muitas vezes, se resume a forma expositiva e sem significado mostrando definições já prontas, incontáveis demonstrações e raras aplicações, tendo em vista que a aula tradicional também tem sua relevância dentro do processo ensino/aprendizagem. Lembrando que todos os pontos citados são necessários ao rigor que a Matemática exige, porém a proposta em questão não é a retirada destes procedimentos, mas deixar que o aluno possa perceber o verdadeiro significado e relevância do Cálculo, construir o

conceito em conjunto com o professor e conseguir notar uma aplicação existente através da formulação e resolução de problemas matemáticos, auxiliados pelo aplicativo Geogebra 3D. Desta maneira, o professor será um mediador no processo de compreensão e aprendizagem de um conhecimento adquirido pelo aluno e, consequentemente, obtendo um melhor desempenho nos anos posteriores de seu curso.

Ao referir-se a mudanças na realidade do ensino básico e superior, observamos que tais modificações são desenvolvidas, ainda de forma lenta Brasil. Os trabalhos diferenciados nos cursos de Cálculo em suas diversas áreas apoiam-se em uma base criada na Educação Matemática, devendo a mesma estar enraizada em um pensamento critico, possibilitando a inserção das pessoas no entendimento e na transformação da sociedade.

No demais, posso afirmar que o propósito maior para o tema desta pesquisa se remete às inquietações deixadas como consequência de uma graduação na qual foram mostrados poucos significados e aplicações de uma disciplina tão rica em conhecimento e mesmo em seu desenvolvimento histórico. No contrário, foi apresentada em grande parte como uma disciplina sem significado e muitas contribuições para a construção de uma novo conhecimento do estudante.

Portanto, visando contribuir para a minimização desta problemática proponho a busca de significado do Cálculo Integral no estudo de volumes, com o auxilio da Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos e do Geogebra 3D como ferramenta metodológica no processo de compreensão, objetivando explorar as riquezas em termos de conhecimento que o estudo da Matemática nos propõe.

1.2. Objetivos e questões da investigação

A pesquisa tem como questão norteadora: Como Formular e Resolver Problemas Matemáticos com o conteúdo Cálculo Integral de Volumes a partir do aplicativo Geogebra 3D explorando os significados formal e referencial contribuem para a compreensão semântica deste conteúdo por parte do futuro professor de Matemática?.
Tendo em vista a pouca significância que a disciplina desenvolve nos estudantes, durante o seu curso, vinculada à utilização de uma metodologia fechada a discussões, percebemos a importância de buscar práticas auxiliares que possibilitem em paralelo à tradicional instigar uma nova visão para tal disciplina. Em detrimento de tais possibilidades, tentaremos alcançar os seguintes objetivos:

Objetivo Geral:

Analisar como o futuro professor de Matemática formula e resolve problemas matemáticos com o conteúdo Cálculo Integral de Volumes a partir do aplicativo Geogebra 3D, explorando os significados formal e referencial.

Objetivos específicos:

- Propor aos futuros professores de Matemática formular e resolver problemas matemáticos a partir do Geogebra 3D com o Cálculo Integral de Volumes, atribuindo significados formal às ideias matemáticas;
- Propor aos futuros professores de Matemática formular e Resolver Problemas Matemáticos a partir do Geogebra 3D com o Cálculo Integral de Volumes, atribuindo significados referencial as ideias matemáticas;
- Refletir com os futuros professores de Matemática sobre os aspectos semânticos e sintáticos das formulações e resoluções de problemas matemáticos com o conteúdo Cálculo Integral de Volumes.

CAPÍTULO 2

FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS E O CÁLCULO INTEGRAL

Neste capítulo buscamos apresentar um pouco da metodologia Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos, bem como a problemática do mau uso da metodologia tradicional de ensino. Trazendo também, alguns aspectos das dificuldades no ensino e aprendizagem do Cálculo Integral da História do Cálculo, desde sua origem até os dias atuais.

2.1. A Formulação e Resolução de problemas Matemáticos na Sala de Aula e a Comunicação

É fato que em todas as etapas do ensino na perspectiva de formulação e resolução de problemas matemáticos (DANTE, 2010; BROWN & WALTER, 2005), os alunos são levados a desenvolver e construir seus conhecimentos, levantando hipóteses e chegando as conclusões, em sua maioria, desejadas. O processo de construção de novos conhecimentos une-se com o já adquirido para desta forma, permitir o avanço na formação de novos conceitos e modelos matemáticos, gerando um leque de aprendizagem significativa.

O que percebemos é que o insucesso dos alunos, na disciplina de Cálculo, está fortemente relacionado à sua inadequação dos conteúdos que compõe os programas disciplinares, mostrados sem uma base uniforme, sem questionamentos que auxiliem na compreensão, impostos de maneira direta sem intercalar nos conhecimentos prévios dos alunos, não sendo condizentes com a realidade dos estudantes bem como suas necessidades dentro de sistema social, cultural e econômico. Outro fator importante é qual metodologia usar, que em sua maioria, prioriza operações, técnicas e repetição de algoritmos e não o aprendizado compreensivo dos alunos.

A formulação e resolução de problemas matemáticos como metodologia auxiliar à tradicional nos anos de Educação Básica e superior, deixa notório em pesquisas a evolução do pensamento matemático por parte dos alunos. O encorajamento para expor

seus pensamentos e ideias parte de uma multiplicidade de pontos de vista dentro da disciplina, resultante da exploração desta metodologia de formular e resolver problemas.

Embora a metodologia sugerida faça com que opositores a ela façam críticas absurdas de que outra metodologia senão a tradicional, faz com que os estudantes esqueçam da verdadeira Matemática e portanto, não apreendem o conteúdo curricular, desta forma, Brown e Walter (2005) afirmam que para haver sucesso na em sua utilização, devemos além de um bom planejamento, fazer-nos algumas perguntas: Que tipo de compreensão desejamos e como pretendemos alcançá-las? Em ponto nosso pensamento pode ser ambíguo? Que tipo de pergunta devemos evitar? Até que ponto sentimos a necessidade de buscar respostas para os problemas que formulamos?... Tais perguntas nos remetem a uma reflexão do que estamos aprendendo e até que ponto os nossos pensamentos são compatíveis com o conteúdo.

O encorajamento à exposição de ideias e as e à reflexão sobre o compreendido, são termos ainda pouco usados nos cursos superiores, em particular na disciplina de Cálculo. Esta prática também ocorre até mesmo na educação básica no Brasil, No entanto, a formulação e resolução de problemas matemáticos parte da perspectiva na qual o aluno deva inserir-se para que o mesmo possa perceber sua importância.

Podemos, segundo Brown e Walter (2005), nas atividades de formulação e resolução de problemas matemáticos, seguir etapas de ensino, a começar pelo fato de que a formulação de um problema deve ser *aceito e desafiador* ao mesmo tempo. Nesta primeira etapa, uma simples equação ou termo deve levantar questionamentos sobre quais situações poderíamos utilizá-los, que tipo de perguntas podem ser feitas, dentre outras hipóteses.

Os questionamentos feitos sobre uma determinada situação podem nos mostrar o nível de experiência Matemática que o aluno tem sobre o assunto. Observando que quanto maior a frequência da utilização de métodos que possibilitem a busca por novas estratégias para formular e resolver problemas, maior será a sua experiência em desenvolver novas ideias.

No entanto, Bishop e Goffree (1986) afirmam que o significado dos conceitos quando relacionados aos conhecimentos individuais adquiridos, tal relação envolve a parte imaginária, analógica e metafórica. Tais conexões mostram que não existem pessoas com as mesmas ideias ao mesmo tempo, e os questionamentos entre o professor e os estudantes constroem um leque de argumentos associados à Matemática. Logo, temos nos questionamentos uma possibilidade do confronto entre o conhecimento

empírico com o conhecimento científico, buscando significado desde as primeiras ideias até o rigor matemático, tendo a necessidade de atualizar-nos e refletirem no processo ensino/aprendizagem sobre o partilhamento de experiências significativas que contribuam para o mesmo.

A maneira como estudantes e professores compartilham seus conhecimentos em sala de aula, geram um legue de questionamentos originados pelas perguntas feitas de ambas as partes, das quais segundo Menezes (1996) e Menezes et al (2003) a maioria das perguntas feitas pelo professor são direcionadas à memória dos estudantes, enquanto à minoria das perguntas necessitam de uma reflexão feita pelos estudantes a partir de um raciocínio matemático. Estes autores sugerem que os professores introduzam em suas aulas perguntas que instiguem o pensamento dos alunos, causando questionamentos favoráveis à construção de novos conhecimentos, possibilitando aos estudantes que a linguagem Matemática seja perspectivada de modo que compreendam a comunicação e não como uma imposição.

A comunicação entre professor e aluno na sala de aula torna-a mais significativa e Menezes (1996) e Menezes et al (2003) afirmam que tal comunicação é de extrema importância para que haja uma verbalização dos seus pensamentos de modo que o professor auxilie na compreensão de suas ideias.

Portanto, se o estudante é estimulado a conhecer novas possibilidades para o ensino e aprendizagem de Matemática e encorajado a fazer perguntas, não se deterá à restrita resolução de algoritmos, tão frequentes nas disciplinas de Cálculo. Levando em consideração que qualquer pergunta feita pelo professor e para o professor não é de um modo completamente arbitrário, e sim, por uma razão diferente daquela em que apenas o professor é detentor do conhecimento (BROWN & WALTER, 2005).

Nestas condições, a relação entre professor e aluno afasta-se do modelo tradicional, pois os estudantes formulam preguntas sobre um dado tema e há uma maior interação com professor, por mais que, inicialmente, as mesmas não tenham muito haver com o real propósito da formulação de problemas matemáticos. No entanto, os alunos sentem mais interesse pela disciplina, motivando-os para aprimorar suas perguntas e compreender melhor os conteúdos matemáticos.

O processo de formular perguntas sobre problemas matemáticos auxilia no entendimento do significado de um conteúdo e mesmo de atividades, desenvolvendo um senso de autonomia e independência do aluno com relação ao seu pensamento critico e matemático que, por sua vez, é fundamental na resolução dos problemas e formulação

de novos. Exemplos deste tipo de situação é mostrado por Brown e Walter (2005) com o Teorema de Pitágoras, no qual, de acordo com a experiência Matemática, surgem formulações de perguntas que vão desde a história dos triângulos pitagóricos até a representação de uma escada contra a parede de uma casa (Figura 1).

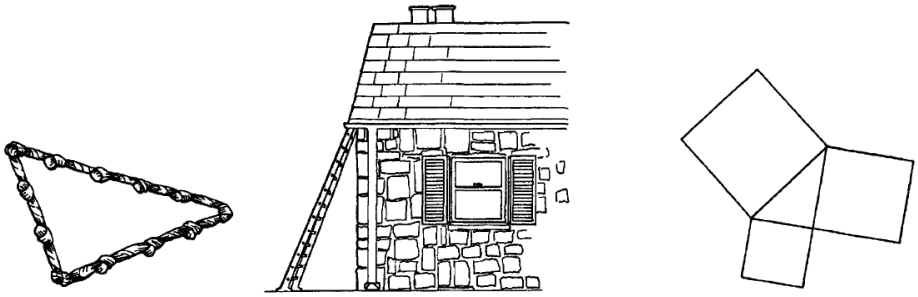

Figura 1: Indicadores do Teorema de Pitágoras

As figuras mostram uma identificação um pouco restrita sobre a equação $x^2+y^2=z^2$, que nos foi repassada como a equação do Teorema de Pitágoras, apresentadas acima a partir de figuras indicadas por alunos e mostradas rotineiramente em livros didáticos e nos exercícios trazidos para sala de aula.

Com a frequente ideia de formular perguntas, segundo Brown e Walter (2005), temos uma nova perspectiva para o ensino de Matemática, podendo analisar as formulações de acordo com quatro critérios: 1) O grau no qual o aluno se esforça para encontrar as soluções; 2) O grau de interpretação literal ou semântico do conteúdo; 3) O grau de risco para perguntas que poderão não ter respostas; e 4) O estilo de interpretação Matemática, seja ela geométrica ou algébrica. E, dentre as dificuldades e avanços, na formulação e resolução de problemas, citadas pelos autores, eles criaram um quinto grau, o de *aceitar o determinado*. Sendo este fundamental para o sucesso de qualquer processo metodológico que desafie o aluno.

Resoluções de problemas sobre Matemática, que desafiam o aluno, são motivadoras para o desenvolvimento de um pensamento matemático adequado, porém só pode ser estimulado com o uso frequente de metodologias inovadoras, tendo como exemplo a formulação e resolução de problemas. Sabendo que não é fácil a aceitação de novos métodos e nem tampouco tem resultados imediatos, diante de um longo percurso de métodos unicamente tradicionais.

Com o decorrer do tempo tanto os professores quanto os alunos poderão ir se adequando a uma nova forma de pensar e de ver a Matemática e seus conteúdos, podendo até se envolver com Temas Transversais na disciplina de Matemática com o

intuito de motivar o estudante na formulação de novos problemas , seguindo propostas que estão nos currículos brasileiros desde há muitos anos atrás, e podendo ser considerado um ponto de partida para uma melhoria dos questionamentos matemáticos e para a compreensão de definições, axiomas e teoremas.

A partir de questionamentos sobre um dado conteúdo é possível formular perguntas bastante significantes induzindo o estudante a pensar de diferentes modos, daí nota-se a importância de gerar perguntas e buscar respostas a estas perguntas, investigando não apenas a sua relevância na disciplina de Matemática como também como pode ser provado e o mais importante, encontrar significado para o que esta sendo investigado. Desta forma, Brown e Walter (2005) propõem três etapas para a formulação de problemas matemáticos: *aceitar o problema como ele é, formular questões norteadoras sobre o problema* e a terceira, *resolver o problema através dos questionamentos feitos.*

Na primeira etapa de formulação, o *aceitar* pode ser uma das mais difíceis dentre as três, pois muitos de nós somos influenciados, por diversas razões a não enxergar interesse em problemas matemáticos. Assim, para que isto não ocorra, deve-se buscar situações em um contexto que não apresente tantos limites para os estudantes, ou seja, uma situação que de seu cotidiano. Desta forma, somos influenciados por nossas próprias experiências e levados a pensar de maneira mais profunda sobre qualquer conteúdo, atingindo metas que devem ser cumpridas em todo o processo de formulação de problemas matemáticos. Aproveitando a experiência do estudante em uma situação pesquisada, observa-se que o contexto pode desafiar o aluno a buscar sempre mais um pouco, mostrando o quão é importante à experiência humana do aluno. Desse modo, ele teria mais liberdade e conhecimento nesta primeira etapa de aceitar o problema como ele é como queremos que ele fique.

As perguntas formuladas nesta primeira etapa podem ser de diversas formas e relacionadas a um mesmo conteúdo base, estas irão variar com o conhecimento e experiência de cada aluno sobre o conteúdo em questão, focando sempre em um contexto matemático e elevando o nível de significação do problema bem como sua coerência com a vivencia do estudante.

As situações sugeridas podem ser de cunho algébrico, geométrico ou mesmo com o uso de materiais concretos ou tecnológicos. Brown e Walter (2005) mostraram em sua pesquisa as formas de se iniciar a formulação de um problema, porém iremos enfatizar o exemplo com o uso do Geometer's Sketchpad (GSP), um aplicativo de

Geometria Dinâmica. , Neste exemplo, os autores mostraram que pode ser iniciado uma formulação a partir de muitas coisas, podendo começar a partir de uma simples planificação de figuras para alcançar a construção de sólidos, buscando uma definição, um teorema, até perguntas simples que geram declarações ou mesmo um objeto que possa ser relacionado com o material e mesmo o conteúdo, abrindo um leque de possibilidades para seu estudo e análise.

O que observamos em pesquisas de formulações sobre geometria é que os problemas deste gênero são aceitos como eles são e consequentemente suas formulações são mais restrita devido a falta de conhecimento prévio geométrico, levando a outro problema, que neste trabalho não vamos analisar. Desse modo, Brown e Walter (2005) afirmam que a maioria das pessoas que projetam o currículo percebe a Matemática como um conjunto de proposições diluídas em definições, axiomas e teoremas, onde basta fazermos declarações sobre o mesmo e tentar provar.

A formulação e resolução de problemas ultrapassa este limite da prova, busca métodos dentro de um mesmo problema que nos leve a dados focalizados em sua origem, ou seja, nosso interesse é induzir a uma reflexão de mostrar em qual posição estamos e quais nossas condições para formular perguntas que nos levem a estratégias de resolução e encontremos um significado para aquilo que está sendo resolvido. O fato de explorar fenômenos a partir de um material concreto, por exemplo, o geoplano e o aplicativo nos permite entender teoremas e pode nos levar a muitas formas de interpreta-las, além de permitir a formulação de diversas perguntas e observações que levam a novas conjecturas de acordo com o tema estudado (BRONW & WALTER, 2005).

A metodologia Formulação e Resolução de Problemas é apresentada, em Brown e Walter (2005), como uma estratégia para gerar um problema através de tentativas focadas em observações, conjecturas e perguntas sem estar inicialmente preocupado com tanta formalidade. Desta maneira, o estudante se sente estimulado a ler o problema com mais atenção até conseguir alcançar seus objetivos e, no entanto, podemos observar como as fases da formulação de um problema enriquece a compreensão de um dado conteúdo matemático, fazendo e aprendendo a Matemática com mais eficácia e interesse. Na mesma obra, mostra como é possível formular perguntas significantes fazendo o uso de modos históricos de pensar a partir de um tema que possa ser relacionado com algum conteúdo matemático.

A importância de fazer perguntas aos estudantes e fazer com que eles formulem outras novas e se sintam estimulados para procurar respostas a estas perguntas, faz-nos observar a relevância da metodologia formulação e resolução de problemas, mostrando que quando esta é utilizada de maneira adequada, os alunos buscam uma maior significação para a investigação Matemática que, por sua vez, expande-se de acordo com as várias perguntas criadas pelos alunos e tornam-se criativas, de acordo com sua experiência.

Inicialmente, as perguntas não tem um nível muito elevado, pois segundo Brown e Walter (2005) nós sempre vemos apenas o que está em nossa frente e, as coisas mais óbvias se escondem diante de nossos olhos e, em sua maioria, leva um pouco mais de tempo para despertar, tornando a descoberta um processo mais interessante, passando pelo rude até chegar à amável reorganização de um pensamento com uma troca de perspectiva, levando ao óbvio. Desse modo, a troca de perspectivas visuais e cognitivas pode não aparecer tão óbvia diante dos objetivos necessários em uma metodologia auxiliar, pois estas não são tarefas triviais em um primeiro momento.

A metodologia de formulação necessita de uma fase de transição que desenvolvem vários pontos importantes que levam ao pensamento matemático, um primeiro está relacionado ao contexto que nem sempre não é tão fácil ver o que é dado e pedido.

Somos levados a decidir sobre um conteúdo matemático depende de nossos propósitos de acordo com as ferramentas intelectuais disponíveis, estética, desejos e assim sucessivamente, (Brown e Walter, 2005). Além disso, vale salientar que as perguntas não necessitam ser claras e compreensíveis nas primeiras formulações, é sugerida a formulação de problemas ambíguos, pois a ambiguidade tem um valor maior quando nós o reconhecemos, podendo conduzir a uma atitude humorística durante a exploração, conduzindo a formulação e a exploração de um problema de forma mais dinâmica e compreensível.

2.2 O ensino do Cálculo Integral e a aprendizagem com compreensão

Pesquisas mostram que noções de limite e infinito podem ser construídas pelos alunos de forma intuitiva e versátil, ainda de maneira informal desde o Ensino Médio, sem retirar o rigor matemático dos mesmos, ao contrário do que se observa nos primeiros anos dos Cursos Universitários das áreas de Ciências Exatas, Matemática,

Engenharia, ou Econômicas, causando a frustração dos alunos e até levando-os a evasão do curso (SANT'ANA & TEDESCO, 2004).

Nota-se que esses dois conceitos têm muitos elementos em comum e são compreendidos de forma conjunta. Desde modo, as imagens conceituais que os alunos constroem para representá-los estão, em sua maioria, distorcidas e com sentidos equivocados. Daí a importância de mostrar, de uma forma mais genérica, as noções de limite e infinito construindo com eles um pensamento matemático mais avançado, ou seja, preparando para se deparar com a versão mais aprofundada destes conceitos no nível superior.

Notando que, o pensamento avançado pode ser caracterizado por dois elementos básicos, denominados de definições matemáticas precisas e dedução lógica de teoremas, proposições e corolários (SANT'ANA & TEDESCO, 2004), observa-se a real hipótese de que se o aluno já tem um conhecimento prévio sobre o conteúdo, mesmo que de forma branda, ele terá menos dificuldade na compreensão e assimilação no estudo sobre limite e infinito ao chegar ao nível superior. Desta forma, pode construir um pensamento matemático avançado com mais facilidade e menos frustração, bem como perceber a aplicação destes conceitos em alguma situação.

Outro fator preocupante é a forma como o aluno cria a sua imagem conceitual para limite e infinito, quando estudadas de maneira superficial nas séries do ensino Fundamental e Médio, estas, por sua vez, são em sua maioria equivocadas e distorcidas, porém, quando se depara com um estudo mais profundo sobre o conteúdo, não consegue evoluir a sua imagem conceitual, confundindo-o e não conseguindo modificá-las. Portanto, a forma como se constrói tais imagens tem que ser delicada e cuidadosa com o proposito de se obter uma boa base para o conhecimento dos conceitos sobre limite e infinito.

Em uma experiência vivida por Sant'Ana e Tedesco (2004) através de uma proposta pedagógica em uma oficina, para docentes de Matemática, puderam constatar as diversas dificuldades entre eles em lembrar de tais conceitos assim como aplicá-los. Foram desenvolvidas atividades com retângulos, na primeira sobre a área máxima ou mínima do mesmo, mantendo a medida do perímetro fixa, enquanto que, na segunda, atividade mantinha a área fixa, variando o perímetro. Em ambas, pôde observar as dificuldades sobre as imagens conceituais dos conceitos de limite e infinito vindas por partes dos docentes participantes das oficinas.

As dificuldades dos docentes, segundo as autoras, refletem em uma graduação onde tais conceitos não foram bem explorados e, devido a seu não uso no ambiente de trabalho, em sua maioria por não conseguir aplicar, levam ao esquecimento. Daí pode-se observar que se um conteúdo possibilita um aprendizado eficaz no aluno, tanto de nível médio quanto de nível superior, provavelmente, este não irá esquecê-lo tão facilmente e conseguirá introduzir em seu trabalho uma noção básica sobre limite e infinito, contribuindo para a construção de uma imagem conceitual não distorcida e equivocada.

Portanto, a relação entre as disciplinas estudadas durante a graduação e a prática profissional deve haver, mesmo que de forma superficial, para que o aluno do Ensino Médio possa, futuramente, em seu Ensino Superior desenvolver competências para a aquisição do conhecimento aprofundado sobre limite e infinito, minimizando a frustração quando se deparar com uma Matemática mais complexa e abstrata, porém não impossível de compreendê-la.

As investigações sobre o ensino e aprendizagem da Matemática vêm crescendo de forma significativa, objetivando o aumentar do interesse dos alunos nos níveis básicos e superior com relação a disciplina, assim como elevar o nível de aprendizado dos mesmos, passando de simples agentes passivos de conteúdo para pessoas ativas na reprodução do que aprenderam. Antes, as investigações se resumiam a pesquisas sobre o ensino e aprendizagem nos níveis básicos de educação, tendo em vista que são as séries iniciais que dão sustentabilidade para as demais, porém percebeu-se desde o inicio dos ano 60 que estava se tornando necessário a busca por novas práticas metodológicas nos níveis superiores de Educação, tendo em vista que os alunos deste nível seriam os futuros professores do ensino básico e portanto reprodutores do que haviam aprendido.

Daí a real necessidade de não somente criar novos hábitos para os alunos mais também preparar aqueles que irão reproduzir o aprendizado, de modo a trabalhar uma melhor forma de ensino, de falar sobre o que se ensina e de falar Matemática. Segundo Silva (2011) no processo de ensino o professor identifica e tenta aplicar teorias de aprendizagens, e ao se tratar da Matemática tem que ser feitas tentativas para encorajar os alunos a se descobrirem dentro dos próprios propósitos. Desta forma permite que percebam esta ciência como não apenas um conjunto de habilidades e sim uma ciência essencialmente usada por aqueles que gostam ou não, ou seja, ela está em nossas vidas de maneira direta e indireta.

O encontro com a Matemática, em seu processo de aprendizagem, reflete em uma tensão existente entre os saberes do ‘matemático’ e do ‘educador matemático’, havendo um sentimento negativo por parte dos matemáticos. Estes, mesmos observando a riqueza que se encontra em pesquisas feitas por educadores matemáticos, preocupados com o aprendizado eficaz do aluno e buscando teorias e metodologias com o cunho de minimizar o abismo entre estes dois grupos, ainda é utópico a ideia de uni-los para melhorar e avançar as pesquisas relacionadas ao ensino da Matemática.

Ao passo que se observa o avanço sobre as práticas de ensino no nível superior percebe-se uma progressão de estímulos partindo dos alunos nos cursos das ciências exatas, e em paralelo a este fato é notório o aumento do rendimento escolar. Em particular, processo de aprendizagem na disciplina de Cálculo no nível técnico e universitário.

Sabe-se que de fato encontram-se algumas dificuldades para a aplicação de tais práticas, algumas delas são as inerentes aos conceitos matemáticos, como os alunos aceitam estes novos métodos, quais os resultados e como os professores irão transformar o conceito de integral mais acessível sem retirar o rigor matemático.

O rigor matemático teve início desde sua gênese, a começar pelas simbologias para descrever estratégias de resolução para os problemas formulados, pode ser observado os símbolos introduzidos por Leibniz, $\int$ e “d”, para concluir que a área sob uma curva é composta por muitas faixas retangulares verticais infinitamente finas, com área igual a ydx e cuja soma indicou por $\int ydx$. Fazendo observações geométricas ele verificou que $\mathbf{d}\int ydx = ydx$ e, reciprocamente, que $\int dy = y$, mostrando a sua relação inversa entre $\int$ e“d”.

Outro estudioso a construir ideias ricas sobre o Cálculo foi o Isaac Newton, onde em seus trabalhos envolvia algumas passagens sobre o infinitesimal diferente de zero, simbolizado por “*o*”, e em outras ocasiões supondo igual a zero. Tais contribuições de Leibniz e Newton possibilitaram ao avanço do Cálculo e a introdução do conceito de função, o primeiro visava designar toda e qualquer das variáveis geométricas associadas a uma curva.

Com isso, a noção de função foi assumindo especificidades, que segundo Benedito Silva (2011) passou a designar a relação de dependência entre uma variável

dependente e outras variáveis independentes desvinculadas de uma determinada curva particular. Logo, percebe-se que a epistemologia histórica remete á obstáculos e paradoxos que acompanham os conceitos matemáticos, em particular os do Cálculo, desde sua origem.

Pode-se assim afirmar que a complexidade do estudo sobre o Cálculo pode ser minimizada por um conjunto de fatores relacionadas tanto com os professores quanto com os alunos, a começar pelas suas expectativas no que se refere ao nível de desempenho dos alunos, em sua maioria idealizadora, durante a construção do saber matemático.

Por outro lado, percebe-se que o estudo na educação básica está resumido a um contrato didático baseado em organizações Matemáticas pontuais, causando lesões no desenvolvimento do aprendizado matemático. Desta forma, percebe-se que mesmo o professor de Cálculo priorizando ou reforçando os procedimentos com algoritmos, a disciplina tem em sua natureza um caráter globalizador, onde sua própria prática requer um estabelecimento entre relações de diferentes saberes isolados que espera-se ter vindo da educação básica.

De um modo geral, a formulação e resolução de problemas matemáticos possibilita a criação de construtos matemáticos a partir da contextualização com a realidade, podendo materializar em estruturas Matemáticas, para melhor compreender a realidade das coisas. Visando contribuir para tal evolução, acredita-se que o ensino de Cálculo Integral, em especial, os cálculos de volumes, apoiados no processo de Formular e Resolver Problemas Matemáticos como uma estratégia de ensino podendo garantir uma aprendizagem com compreensão, principalmente ao tratar da realidade e necessidade dos alunos, além de envolver a interdisciplinaridade e traze-la para a sala de aula.

2.3. Formulação e Resolução de Problemas como um caminho metodológico

A formulação e resolução de problemas matemáticos vêm sendo estudadas desde 1980, a partir do lançamento do Yearbook do NCTM (KRULIK & REIS, 1997) ganhou importância devido às suas funções na aprendizagem e no ensino de Matemática, sendo que estas vão desde a uma melhor compreensão até a exigência de novos pensamentos.

Tal metodologia não se limita às “continhas” sobre as quatro operações básicas, ou com o uso de fórmulas. Ela possibilita que o aluno resolva um problema envolvendo

um ou mais algoritmos ou fórmulas, de maneira que em sua maioria, o aluno consiga entender o "porque" está utilizando este ou aquele procedimento na resolução do problema.

Dante (2010) afirma que uma definição sobre problema varia de acordo com os objetivos de quem está pesquisando. Logo, podemos chegar a uma definição consensual para os educadores matemáticos que, segundo Lester (citado por DANTE, 2010, p. 12), "é uma situação na qual o indivíduo ou grupo necessita ou deseja resolver e não dispõe de um caminho direto que o leve a solução".

Desse modo, a busca por um caminho para resolver o problema instiga o aluno a novas descobertas, resultando em um leque de conhecimentos não apenas sobre Matemática, mas também de outras disciplinas e mesmo sobre a cidadania, por exemplo. O fato de ter uma definição sobre o que é um problema não nos remete a tê-lo como uma receita fechada, pois resolver um problema encontra-se na própria natureza do ser humano, sempre sendo desafiado a vencer um obstáculo com o propósito de chegar a algum fim desejado.

Seguindo tais princípios que Dante (2010) mostra algumas das interpretações sobre formulação e resolução de problemas dentro e fora da Matemática, analisando quatro delas: a) como meta; b) como processo; c) como habilidade básica; d) e como metodologia do ensino da Matemática.

Analisando a interpretação da formulação e resolução de problemas como *meta*, o autor justifica como o principal objetivo de se ensinar Matemática, fazendo observações claras de que ensinamos Matemática para com o intuito que o aluno consiga aprender a resolver e formular problemas não apenas na escola, como também em seu cotidiano.

Ao se tratar da interpretação como *processo,* resume-se apenas como o aluno busca resolver o problema, ou seja, quais métodos, estratégias e procedimentos ele utilizou. Nesta concepção, a aprendizagem seria mais limitada a um processo e não ao desenvolvimento de novas ideias.

No caso de lidar com a formulação e resolução de problemas como uma *habilidade básica*, notamos que esta se limita a uma competência mínima e básica, pois a mesma já está implícita para que todos os alunos usufruam de forma plena a sua cidadania. Por último, temos a interpretação como *metodologia do ensino da Matemática*, mencionada por Dante (2010) como a mais recente e mais frutífera das concepções, pois além de reunir as demais interpretações, citadas anteriormente,

enriquece e desencadeia conceitos e procedimentos por meio de situações-problemas motivadoras.

Tomando por base as interpretações citadas tornam-se mais claros alguns dos objetivos da formulação e resolução de problemas, em particular os de Matemática, já que a mesma se define como uma área de conhecimento voltada para o raciocínio lógico e encontra-se diretamente relacionada à vida cotidiana não apenas dos alunos como de toda uma sociedade.

A importância de se utilizar a Matemática adequando-a à realidade nos remete a refletir sobre o quanto são necessários todo e qualquer objetivo sobre a disciplina e sua metodologia de ensino. Logo, Dante (2010) mostra alguns desses objetivos como primordiais, a começar com o de fazer o aluno pensar produtivamente, envolvendo-o em problemas motivadores e desafiadores, mudando do pensamento reprodutivo para o pensamento produtivo.

Outro objetivo salienta o autor, é o de desenvolver o raciocínio do aluno, transformar em habilidade para elaborar raciocínios lógicos fazendo uso correto e eficaz dos recursos disponíveis dentro e fora da escola. Tal objetivo encaminha para outro que é o de ensinar o aluno a enfrentar situações novas, desenvolvendo neles a criatividade, o espírito explorador, a iniciativa e a independência de pensamentos.

Propiciar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática constituem a principal razão pela qual o ensino da mesma tão difundida e necessária (DANTE, 2010). No entanto, o uso de conceitos e procedimentos matemáticos no cotidiano possibilita que o aluno desenvolva uma atitude positiva com relação à disciplina. Desta maneira, as aulas tornam-se mais interessantes e desafiadoras, pois a disciplina não ficará restrita ao uso de fórmulas e algoritmos, acompanhando o processo de globalização e suas devidas exigências e adequações.

Portanto, a formulação e resolução de problemas Matemáticos nos mostra cada dia, mais vantagens relacionadas a seu uso em qualquer nível de escolaridade, indo desde o Fundamental ao Superior, além de estimular para o estudo e quebrar mitos sobre a disciplina em questão.

2.4. Um pouco sobre história do Cálculo

Há séculos o conhecimento formal vem se estruturando em cima de regras que necessitam ser reformuladas, dentre as quais estão sendo ministradas de maneira forçada

através de um ensino rigoroso e restrito a uma única matéria, isolada das demais ciências e de suas aplicações (BARON, 1985). Privando os alunos de apreciar o verdadeiro intuito do conteúdo e da matéria, deixando-as perceber apenas o rigor e o encadeamento lógico das demonstrações, e o que é pior negando o uso de ideias diversas e da criatividade, peças fundamentais para a aplicação de metodologias alternativas às tradicionais.

A criatividade é percebida desde a gênese do Cálculo, por matemáticos e não matemáticos. Muitos deles, de maneira não rigorosa e imprecisa, utilizaram conceitos do Cálculo, intuitivamente, para desenvolverem e resolverem problemas observados na época, dentre eles, Cavalieri, Fermat, Barrow e Kepler. Nesta época, ainda não havia uma sistematização do Cálculo, nem tampouco uma estrutura lógica definida.

Todos os conceitos do Cálculo, segundo Baron (1985), previamente conhecidos foram unidos e aperfeiçoados através de técnicas desenvolvidas por Leibniz e Newton, até então usadas. Estas originaram os fundamentos mais importantes do Cálculo: as derivadas e as integrais, podendo até a dividi-lo em duas partes; uma relacionada ao Cálculo Diferencial e outra voltada ao Cálculo Integral.

Desde sua origem, o Cálculo vem desenvolvendo-se e evoluindo suas teorias, chegando ao ponto de serem estritamente necessários um maior conhecimento e reflexão dos educadores, inferindo-se às suas práticas pedagógicas. Assim, professor pode conquistar o aluno para o estudo desta área, minimizando sua frustração sobre a mesma, mostrando a parte interessante que tanto pode ser ensinada como compreendida com prazer, oportunizando um melhor desenvolvimento intelectual do pensamento humano.

Diferentemente do que é visto nos cursos universitários, o Cálculo Diferencial e Integral é uma parte importante da Matemática. Trata da variação de movimento e de quantidades que mudam, tendendo a outras quantidades até infinitas. Foram inspiradas por problemas de astronomia, estudadas principalmente por Leibniz e Newton, que desenvolveram as ideias do cálculo há mais de 300 anos. Desde então, demostram o seu poder por serem auxiliares as resoluções de questões de Matemática, outras ciências exatas, como também nas ciências sociais e biológicas.

Segundo Ávila (1994), o desenvolvimento científico no qual originou o cálculo foi composto por um conjunto de ideias surgidas e desenvolvidas, de forma gradativa, em obras de diversos cientistas, destacando-se as de Issac Newton (1642-1727) e

Gottfried Wilhelm Leibnitz (1646-1716), onde posteriormente independentemente um do outro, unificaram os conceitos de derivada e integral

Os cientistas Isaac Newton (1642-1727) e Wilhelm Leibniz (1646-1716) sistematizaram as ideias e métodos até então surgidos, ao longo dos séculos XVI e XVII, considerados os primórdios da Ciência Moderna. Permitindo que o método da exaustão obtivesse uma passagem para o conceito de integral, e percebendo em alguns casos, que a área da região poderia ser calculada com o mesmo tipo de aproximação só que com triângulos.

O Cálculo Diferencial e Integral é baseado nas noções de derivada e integral, respectivamente. Do ponto de vista geométrico, a derivada vincula-se ao problema tangente a uma curva[1]; enquanto que a integral está relacionada ao problema de determinar áreas de figuras planas através de quadraturas[2], entre outras interpretações. Observa-se que os estudos de Leibniz e Newton, foi para a Matemática, uma grande sacada intelectual, pois lida com grandezas e com suas próprias variações.

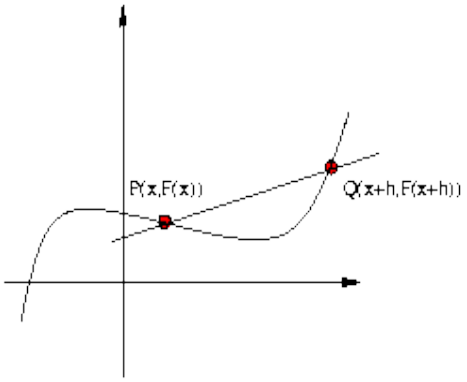

Figura 2

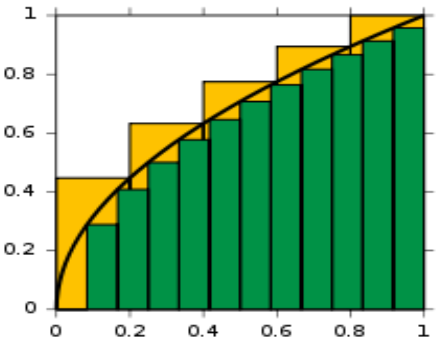

Figura 3

Os primeiros problemas relacionados às integrais, que apare cem na História, são os problemas de quadratura. Estes foram desenvolvidos pela dificuldade que os gregos encontravam para medir as superfícies a fim de encontrar suas áreas; tentando buscar um quadrado que tivesse área igual ou aproximada da figura em questão. A palavra quadratura é um termo antigo que tornou-se sinônimo do processo de determinar áreas.

As primeiras ideias do Cálculo surgiram na Grécia Antiga há mais de 2500 anos atrás. Nesta época os gregos já calculavam a área de qualquer região poligonal, por

[1]- Figura 2 - Fonte: http://www.mat.ufmg.br/protem/Teste/Calc/der/RetaTan.html. Disponível em 20/01/2013

[2]- Figura 3 - Fonte: pt.wikipedia.org. Disponível em 20/01/2013

triangulação e somando suas áreas. Para as áreas de regiões curvilíneas, usavam o método de Exaustão, atribuída por Eudoxo e aperfeiçoada por Arquimedes. O problema mais famoso, foi o da quadratura do círculo, isto é, obter um quadrado com a mesma área de um círculo de raio *r* dado[3].

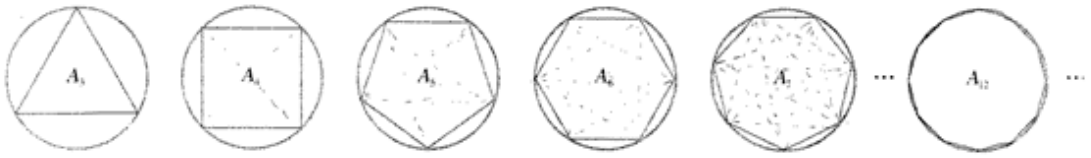

Figura 4

De acordo com Swokowski, o cálculo foi descoberto no século XVII como instrumento para investigar problemas que envolveram movimento. Para estudar objetos movimentando-se com velocidade constante e em uma trajetória retilínea ou circulares, sendo nestes casos, a álgebra e a trigonometria suficientes, mas ao variar a velocidade ou tornar a trajetória é irregular o cálculo faz-se necessário. Exigindo desta forma, uma descrição mais cautelosa de movimento, onde requer o uso de definições precisas de velocidades e aceleração. Estas definições podem ser obtidas utilizando-se um dos conceitos fundamentais do cálculo: a derivada.

Ao tratar do conceito de derivada, observamos que trata de uma função que varia no espaço e no tempo, na qual depende de uma linguagem específica que, segundo Bais (2007), descreva uma mudança pertencente a Matemática denominada de Cálculo Diferencial. Este nada mais é do que uma variação extremamente pequena de uma posição em função do tempo, descrita como *derivada temporal da posição* e representada como *dr/dt*. Tal conceito nos possibilita escrever a aceleração de um objeto como a derivada da sua velocidade em ordem de tempo: a = *dv/dt*, podendo encontrar derivadas maiores com a segunda derivada, descrita por a = d^2r/dt^2 (p. 17).

Bais (2007) mostra que o modo simbólico de representar as variações é simples, lógico, elegante e útil. No entanto, observamos que a praticidade citada nas representações algébricas nem sempre tem significado para o estudante, tornando as variações uma grande diversidade de funções e expressões algébricas representativas das leis da natureza.

[3] - Figura 4 - Fonte: contaboom.blogspot.com. Disponível em 20/01/2013

À medida que as derivadas e derivações vão ganhando ênfase, torna-se necessários para resolver equações diferencias operações inversas da derivação, pela Bais (2007), afirma:

> Essa operação deve ser tal que, uma vez aplicada a uma função que anteriormente derivamos, nos permita recuperar a função que tínhamos à partida. E, se dispusermos do valor da função g no instante t_0 e dos valores da sua derivada em todos os instantes t posteriores, seremos de facto capazes de reconstruir a função somando todas as pequenas variações dg (p. 19).

As funções que variam continuamente, os matemáticos denominaram de *integração*, tendo em vista que em sua representação algébrica a busca por significado torna-se cada vez mais necessário para que a mesma seja explorada da melhor e mais detalhada forma possível, tentando extrair ao máximo o significado e a significância do Cálculo.

CAPÍTULO 3

O ENSINO DE CÁLCULO NO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA

Neste capítulo busco mostrar a relevância do ensino compreensivo da Matemática, mostrando que suas falhas podem ser decorrentes de uma má formação de professores, que está, entre muitos outros aspectos, diretamente relacionada ao papel do professor, bem como às suas modificações devido às necessidades da época.

3.1. O ensino da Matemática e a evolução no contexto curricular

O ensino da Matemática enfrenta problemas devidos, entre muitos outros aspectos, ao mau uso do currículo nas salas de aulas, este é tratado de maneira retrógrada e unicamente obrigatório em todos os níveis de ensino, não considerando a interação entre professor e aluno em um ambiente tão rico em conhecimento que é o meio escolar, quando bem aproveitado pelos componentes que o constitui.

Desta forma, D'Ambrósio (2003) mostra os motivos de ensinar a Matemática não apenas como um componente do currículo escolar, mas como uma ciência que deva ser parte de educação geral, algo com significado e significância em seu cotidiano, preparando o indivíduo para a cidadania, auxiliando no desenvolvimento de pensamentos críticos, criativos e novos conhecimentos. Mesmo com este e outros tantos objetivos importantes, o ensino de Matemática não tem sido satisfatória e, segundo o autor há risco do desaparecimento da Matemática no currículo escolar.

O autor culpa o professor pela criação de crenças sobre tal ciência, porém notamos desanimo desde a Educação Básica até os níveis superiores de ensino, tendo destaque nas disciplinas específicas dos cursos de exatas, logo podemos ser levados a conclusão de que o professor não é o único culpado, mas sim a falta de interação entre o docente e o aluno que acarretam múltiplos episódios, nada satisfatórios para o ensino da Matemática e menos ainda dos Cálculos, nos níveis superiores.

Analisando a educação como ponto primordial na estruturação dos indivíduos, notamos que, ao focar no ensino de Cálculo, temos metodologias mecânicas que não possibilitam ao aluno atingir o seu potencial criativo nem tampouco estimulá-lo para o exercício da cidadania plena. As metodologias nas disciplinas específicas do curso de

Matemática não acompanham as necessidades da nossa época, em sua grande maioria, contribuindo para um enorme índice de reprovação e evasão nos cursos de exatas.

A pergunta, por que ensinar Matemática, colocada por D'Ambrósio (2003), pode propiciar a qualquer docente refletir sobre o fato de ser, unicamente, uma disciplina obrigatória e dominante em todas as séries do Ensino Fundamental e Médio, observando que o ensino desta ciência deveria estar diretamente ligado à prática docente e à formação de um cidadão e suas devidas necessidades na vida cotidiana, ao invés de afirmar que o ensino da Matemática, atualmente com uma Matemática obsoleta, porque sempre foi assim, não vai mudar.

Alguns dos equívocos neste ensino é o fato de repassar exercícios com o propósito de observar o bom desempenho dos alunos, esquecendo-se do mais importante, que é a compreensão e se os alunos irão ser capazes de levar tais conhecimentos à vida diária. Estes problemas didáticos podem ser encontrados em muitos países, e não é um problema exclusivamente brasileiro.

Os problemas relacionados ao ensino da Matemática poderiam ser amenizados, de acordo com D'Ambrósio (2003), se os currículos escolares fossem mudados e seguissem três vertentes: *a dos instrumentos comunicativos*, *os analíticos* e *os tecnológicos,* indo desde a leitura até a capacidade de usar e combinar tais instrumentos através de Temas Transversais e contextualizações. Desse modo, auxiliando para um novo modo de ensinar mais eficaz na nova era da Matemática como um todo, dependo da consciência de cada profissional que almeja mudança e desmistifique a história de que esta é uma ciência para gênios e não para todos. Tal mudança deve partir desde os cursos de formação de professores até a formação continuada, mostrando as várias vertentes da área e suas aplicabilidades, popularizando a disciplina e não deixando-a desaparecer entre tantas outras.

Entre tantos empecilhos criados para estragar a Matemática, nasce uma esperança de mudança com a utilização da calculadora e do computador (BRASIL, 1998; BRASIL, 2002; BRASIL, 2006; D'AMBRÓSIO, 2003) como auxiliar na resolução de cálculos com operações básicas ou mais avançadas, fazendo com que o aluno não perca tempo calculando, mas sim pensando como encontrar ao raciocínio correto. Esta nova estratégia de ensino pode tornar a Matemática útil e interessante para o aluno, podendo mostrar a face lúdica e prazerosa desta ciência. ,

A questão de como desenvolver o currículo da melhor forma possível e a maneira mais eficaz de analisar as práticas pedagógicas é um dos pontos mais debatidos

e complexos entre os educadores matemáticos. Rever o aspecto prático do próprio currículo, bem como suas falhas e vantagens. Ao se referir a mudanças no currículo notamos forte resistência e sempre recaímos nos tipos de práticas que se configuram por diversas variantes, que não se limitam apenas aos curriculares. De acordo com Sacristán (2000), a prática tem uma estrutura que mantém os estilos pedagógicos a serviço de finalidades muito diversas, tornando a investigação sobre o currículo e suas práticas complexas, fragmentadas entre o sentido e o significado.

No entanto, ao referirmos em currículo podemos estar tratando da forma que este está sendo usado, podendo ser citado como utilizar o currículo como uma mera prescrição, um simples plano que nos remete ao que ocorre nas escolas, apenas com o intuito de cumprir com as provas de cunho estático exigido para cumprimentos das normas educacionais. Em outro ponto de vista, podemos observar o currículo como parte da realidade dos estudantes trazidas para a escola e relacionadas aos conhecimentos empíricos, sendo dinamizando nas práticas escolares.

3.2. O ensino do Cálculo e suas mudanças

As diferentes formas de apresentar e ministrar os conteúdos matemáticos, existentes na Educação Matemática, em suas diversas tendências, nos permite vislumbrar um leque de possibilidades para iniciar qualquer conteúdo matemático, em todos os níveis de ensino. A utilização de uma metodologia que se adeque ao nível dos alunos e ao ambiente de aplicação, permite-nos introduzir conceitos matemáticos a partir de situações interessantes e divertidas, estimulando os estudantes a pensar, refletir, construir novas situações e produzir significados positivamente sobre o que lhe foi ensinado, tornando este conteúdo mais compreensível e com boas lembranças nas mentes dos alunos.

As situações didáticas para iniciar um determinado conteúdo podem ser a partir de um tema, uma história ou mesmo uma imagem. Baseando-se nestas possíveis possibilidades que, Baldino e Fracalossi (2012) desenvolveram uma pesquisa na qual construíram o conceito de derivada para universitários e mesmo para alunos da Educação Básica através de uma história que originou o título da obra, "*A história da derivada de Mariana...".* Nela foram apresentados o conceito básico de derivada, a construção de um gráfico construído a partir das funções que envolvem a história e, de

maneira bastante produtiva, a compreensão quase total do conteúdo ensinado de forma implícita.

O conceito de derivada depende de variantes de funções que, por sua vez apoia-se no conceito de limite. Este último, ao ser ensinado da maneira mais rigorosa possível, inicia um processo de frustração com a disciplina de Matemática, que vem em menor intensidade da Educação Básica e aumenta cada vez mais nos estudantes das Ciências Exatas. Tais frustrações e conflitos persistem desde os primórdios da história dos conceitos de limite e derivada, um exemplo disto, temos na história dos infinitésimos que foram desprezados pelos matemáticos, porém, continuaram sendo usados nas Engenharias, na Mecânica e na Física. não deixaram de relatar os prejuízos causados pelo não uso dos infinitésimos, ressaltando a não valorização do curso de Cálculo por parte dos alunos, e o quanto se torna desinteressante para outras áreas que necessitam da disciplina de Cálculo, também deixam claro que formular problemas de Cálculo Integral pelo método das somas de Riemann os tornan difíceis e desinteressantes.

Portanto, a busca por metodologias auxiliares à tradicional é de suma importância para estimular o aprendizado e a compreensão do conteúdo, buscando significados e possíveis aplicações dentro dos Cálculos Diferencial e Integral. Desse modo, Baldino e Fracalossi (2012) afirma que os momentos nos quais o aluno se sente desafiado, as aulas expositivas são excluídas e, consequentemente, o professor ensina ouvindo e aprende falando.

A temida disciplina de Cálculo apresenta vários motivos para continuar com o título de disciplina para gênios, sendo um dos motivos que podemos levar em consideração para isto ser a forma como é ensinado o conteúdo do Cálculo, ou seja, além de um bom conhecimento prévio sobre funções, a metodologia utilizada influencia de maneira bastante incisiva, no processo de compreensão do aluno diante de tais conteúdos. Além disso, pesquisas revelam a falta de interesse dos alunos pela disciplina e o absurdo índice de reprovação.

O alto número de reprovados, de acordo com a pesquisa feita por Zeferino, Wrobel e Carneiro (2013) em análises dos artigos do ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática - nos anos de 2004, 2007 e 2010, apontando uma quantidade crescente de reprovações nas disciplinas específicas iniciais dos cursos da área das ciências exatas. Esta pesquisa mostra que o pensamento matemático avançado, necessário para a compreensão dos conteúdos, é exatamente alvo das dificuldades encontradas nas aprendizagens dos conceitos básico do Cálculo.

Deste modo, Zeferino, Wrobel e Carneiro (2013) buscaram aprofundar as questões geradas a partir do Ensino de Cálculo I e em buscar pesquisadores que já trabalharam o referido tema. No artigo os mesmos analisaram os trabalhos publicados na última década em dois grandes eventos: o ENEM e o COBENGE. Nelas destacaram a bibliometria nos estudos dos aspectos quantitativos da produção e o uso da informação registrada.

Dentre a problemática do alto índice de reprovação nas disciplinas de Cálculo, foi mapeado autoria dos artigos, bem como a filiação dos autores, analisadas em forma de tabela e separadas em: principais autores, principais obras, principais congressos e periódicos das fontes. Em suas analises, Zeferino, Wrobel e Carneiro (2013) mostraram que dos 2.627 artigos publicados, apenas 2,13% tratavam sobre o Ensino de Cálculo, apontando alguns pesquisadores e as linhas de pesquisa defendidas por cada uma. Destacando o Benedito Antônio da Silva que mantém, desde 2006, uma linha de pesquisa denominada *as diversas componentes envolvidas no processo de Ensino e Aprendizagem do Cálculo*, outro nome bastante citado foi o do professor da Universidade Federal de São João Del Rei, Marco Antônio Escher. Porém, entre as obras mais citados destacaram-se a tese de doutorado Maria Cristina Bonomi Barufi, intitulada como *A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral*, e o livro de Marcelo de Carvalho Borba e Mirian Godoy Penteado intitulado *Informática e Educação Matemática*.

Segundo os autores, apesar dos destaques sobre a reprovação nas disciplinas de Cálculo, pouco ainda tem-se discutido sobre o tema, embora o número de trabalhos tenha tido um aumento mínimo, a porcentagem referente a temática ainda é baixa.

Tendo em vista alguns aspectos matemáticos, Pinto (2012) analisou a transição do ponto de vista matemático, como educadora matemática, para a autora, o ensino de Cálculo é fundamentalmente diferente do de Análise, pois enquanto um este fundamentado em princípios axiomáticos e definições em seu grau mais formal, aquele dá ênfase a aspectos computacionais e de manipulação simbólica, requerendo unicamente uma resposta final. Deste modo, a forma como é transmitido o conteúdo de qualquer disciplina é de suma importância para a eficácia de seu aprendizado, assim como suas devidas aplicações.

As diferentes maneiras de se observar as dificuldades e aprendizagens de pessoas que enfrentam as disciplinas Cálculo e Análise levou Pinto (2012) a fazer tais observações e notar diferenças marcantes existente entre os alunos que se submetem a

estas disciplinas. Diferenças estas que vão desde a Matemática elementar, vista na Educação Básica, até aquela vista no Ensino Superior, nos cursos de Cálculo, algumas destas diferenças são quanto à formalidade da linguagem, tais como: a coerência, o descrever, o convencer X consequência, o definir, o provar.

Estas características são bastante cobradas no Ensino Superior, específicamente, nos cursos de Cálculo e Análise, portanto a base do conteúdo visto na Educação Básica são mostrados maneira bastante informal e sem muita relevância, passando despercebido todo o seu significado, ou seja, a falta de interesse e conhecimento em aprofundar tal conhecimento coloca o aluno em grandes dificuldades na construção de novos conhecimentos e, consequente, o professor não consegue fazer com que o aluno possa se convencer da importância dos conteúdos base. Durante o percurso de sua pesquisa, Pinto (2012), analisou os dados conseguidos seguindo um processo de classificação/análise/classificação, justificando que cada análise feita a partir das concepções dos estudantes e observadas através de uma lista de exercícios que possibilitavam os estudantes a resolvem da maneira mais conveniente para si próprio, colaborando para gerar novas análises sobre as anteriores.

Diante do processo feito por Pinto (2012) os estudantes foram separados em dois grupos, os que extraem significados e os que atribuem significados, dentre os quais no primeiro são aqueles que estão abertos a aceitar novas regras do jogo, partindo das definições formais e dos conceitos trabalhados com novas noções de provas, o segundo tipo é voltado para aqueles que atribuem significados, relacionando-se com as novas ideias através de seus conhecimentos prévios e experiências anteriores; ainda analisou três pontos em particular, começando pelo uso de definições, coerência dos argumentos e relação com as imagens para melhor compreensão de um conteúdo. Ainda segundo a autora, a memória representa um papel importante, no qual facilita o entendimento da Matemática, porém o que pode distinguir os que entendem dos que não compreendem, é a forma como a mesma é mobilizada.

Desta forma, é bom ter uma boa base Matemática para posteriormente poder executar novas atividades com maiores êxitos e, assim, podemos usar as múltiplas representações que a disciplina nos possibilita. Dentre alguns alunos estudados na pesquisa da autora, observou-se que suas definições são quase sempre descritivas e suas argumentações baseadas em experimentação mental, portanto, estas não são usadas para provar afirmações, porém buscam atribuir um certo significado para o conteúdo formal.

Outro ponto importante é o conhecimento prévio, pois este pode nos auxiliar nas construções de imagens a partir das definições e teoremas.

Dentre os pontos pesquisados por Pinto (2012), os alunos do curso de Licenciatura mostraram-se mais homogêneos, porém apresentaram mais dificuldades em alguns outros pontos, como no caso relacionado à questão do formalismo. Neste ponto, os alunos usam definições mais descritivas, seus argumentos são baseados em imagens que, por sua vez, não são construídas a partir da teoria formal, deixando claro que as maiores dificuldades são nas disciplinas específicas da área. Outro fator relevante é *prova Matemática*, sendo esta quase sempre como *explicação* e fundamentada em *exemplos específicos*, não chegando a uma pretendida *generalização*. Desta forma, a autora concluiu que os alunos deste grupo apresentam maiores deficiências no Curso de Análise pelo fato que tal curso não exige tanto dos licenciandos e, portanto, os mesmos não acompanham com bons êxitos a disciplina.

De fato, é preocupante o quanto os estudantes de Licenciatura em Matemática tentam fugir das disciplinas específicas e, ao se deparar com elas, encontram-se obrigados a rever muitos conteúdos base, que, em sua maioria, não impede a ocorrência de um alto nível de reprovação na disciplina, como também de insatisfação com a mesma e com o próprio curso. Estes estudantes se frustram e não se sentem à vontade para fazer um bacharelado, pela quantidade de disciplinas especificas que o curso exige, mantendo a negativa ideia, na qual Matemática é visto como um curso para poucos e apenas para gênios, não contribuindo para a formação de ambos os profissionais; os bacharéis e os licenciados (PINTO, 2012). O que podemos observar é que, independentemente do curso, o que necessita é ter uma afinidade com a área escolhida e buscar dar o melhor de si para poder transforma-se em um bom profissional, pois não existe uma fórmula que o conduza ao sucesso nem tampouco ao ensino da Matemática avançada. De acordo com o autor, cada qual possui seus próprios ritmos de aprendizagem e estratégias diferentes. Diante destes fatores, observamos que não é uma simples categorização que dará fontes para traçar um perfil dos estudantes, logo cada pesquisa tem sua importância e sempre há novas descobertas relacionadas aos diferentes níveis cognitivos.

Pinto (2012) mostrou que a categorização dos tipos de compreensão a partir de imagens bem como seus desenvolvimentos em exercícios feita em sua tese é conveniente para fazer análises, pois mostra que as imagens visuais podem ter diversos papéis na aprendizagem matemática e não apenas para referenciar desenvolvimentos

simbólicos ou orientar a argumentação para alguma prova Matemática. A autora separou os estudantes pesquisados em dois grupos, *o formal* e *o natural*. No primeiro grupo, os estudantes reconhecem uma verdade Matemática que está estabelecida por meio de uma argumentação formal e simbólica, enquanto que no grupo natural, os alunos desenvolvem uma convicção intuitiva, estes apresentam uma confiança em sua intuição mesmo quando esta não segue a risca a apresentada pelo professor.

As dificuldades dos estudantes apresentadas durante a pesquisa citada acima, nos remete a uma reflexão sobre como estão chegando os alunos no Ensino Superior, em sua maioria com déficit de aprendizagem muito grande, mesmo sabendo que, em sua Educação Básica o ambiente de aprendizagem é mais amplo, quando comparado com o universitário, no qual, em sua maioria, ainda se restringe ao uso de um ou uns livros base e o quadro, ficando por conta do estudante buscar novas possibilidades para a compreensão de um determinado conteúdo. Tal situação ocorre embora existam alternativas metodológicas à tradicional, mas estas são ignoradas ou desacreditadas pelos professores do Ensino Superior.

Desta forma, não podemos definir um perfil de aprendizagem para todos os estudantes, podemos apenas criar categorias para locais e necessidades específicas, com uma mesma base Matemática, seja nos cursos de Análise, nos cursos de Cálculo ou mesmo em outros das áreas afins. Sendo esta relação de aprendizagem formal ou natural, priorizando o estudo e a compreensão com mais eficácia dos conteúdos, de uma maneira menos agressiva e frustrante.

Portanto, Pinto (2012) conclui sua pesquisa afirmando não existir um modo único e efetivo para a Matemática formal ou para direcionar um percurso que objetive a produção de significado.

3.3. O Ensino do Cálculo voltado para o curso de Licenciatura em Matemática

Os estudantes que ingressam na Universidade, em especial no curso de Licenciatura em Matemática, encaram diversas disciplinas de cunho específico e pedagógico, no entanto, os alunos não se encontram totalmente preparados para se defrontar com tais disciplinas. Em primeiro momento, com dificuldades nas leituras e depois, na pouca ou, nenhuma compreensão nas disciplinas de Cálculo.

De acordo com Barufi (2002), os alunos que chegam à Universidade, tem estudado na Educação Básica conceitos isolados não muitos favoráveis às expectativas aguardadas pelos professores de Cálculo, pois os mesmos esperam que haja um mínimo de domínio de técnicas operatórias e da linguagem lógico-formal, restringindo-se a intuição. Desse modo, geram um obstáculo epistemológico referente aos conteúdos e pré-requisitos necessários à compreensão do Cálculo e de outras disciplinas específicas.

A necessidade de buscar novas metodologias auxiliares à tradicional, ajudando na adequação da realidade e motivando os alunos para um ensino mais compreensível, obteve, de forma notória uma melhoria na aprendizagem, porém surtiu consequências no Ensino Superior, pois os estudantes só começam a ver teorias axiomática- dedutivas apenas nos cursos universitários, principalmente nos cursos de Matemática (BARUFI, 2002). Tal deficiência na aprendizagem reflete-se na grande dificuldade que os futuros professores apresentam nos cursos de Cálculo, isto por que a mesma tem o intuito de apresentar uma teoria lógico-formal dedutiva desde o seu início até o fim.

Diante de tamanha dificuldade na compreensão e na aprendizagem, os estudantes sentem-se desmotivados e seus professores, em sua maioria, não os motivam apenas mantem um curso limitado, restringindo a memorização de técnicas, deixando que eles próprios descubram sozinhos o significado dos conceitos e da utilização das técnicas repassadas na disciplina de Cálculo.

Contudo, Barufi (2002) afirma que, para resolver problemas é necessário ter ideias e conhecer o verdadeiro significado das ferramentas disponíveis. Tendo em vista que outras disciplinas e profissionais necessitam do Cálculo para a essência do seu trabalho, este poderia ser um dos principais motivos para que houvesse uma interação interdisciplinar, explorando o máximo de riqueza e importância desta disciplina. Desse modo os estudantes podem consiguir enxergar o significado do conteúdo, que poderá ser desenvolvido em sua totalidade, estabelecendo relações com o conhecimento adquirido.

O conhecimento para ser adquirido depende de certa forma, da negociação dos significados do conteúdo (BISHOP & GOFFREE, 1986, BARUFI, 1999), estabelecendo relações diversas para, posteriormente, apresentar uma série de definições e propriedades formais, dignas de uma linguagem puramente Matemática, permitindo aos estudantes um melhor preparo para trabalhar num curso de Cálculo mais estruturado. No entanto, Barufi (2002) afirma que, infelizmente, muitos deles são

apenas receptores de uma série de resultados repassados por alguma pessoa detentora do conhecimento, limitando-o à mera repetição do que aprendeu.

3.4. As modificações no papel do professor na aprendizagem da Matemática nas últimas décadas

As interações sociais vêm ganhando espaço, desde as últimas décadas, devido à seu grande desenvolvimento na educação e, propriamente, nas aulas de Matemática. Através das interações, pode-se observar a formação de novos construtos, por parte dos professores e alunos, além de criar novas perspectivas no processo de ensino e aprendizagem e desenvolvimento das ciências.

Alguns teóricos como Piaget e Vygotsky, destacam-se ao fazerem observações sobre as interações em suas teorias, mostrando relevância para possíveis interações sociais. Desse modo, podemos definir o papel do professor e dos alunos de forma bem mais complexa e multifacetada, o que antes eram separadamente definidos. Referindo-se às origens das teorias de Piaget e Vygotsky pode-se delinear melhor as mesmas para, desta forma, poder entender melhor a sua gênese. Começando pela teoria de Piaget, observa-se que ela foi elaborada durante cerca de seis décadas (1920-1980) e deu contribuições significativas para a compreensão de como se compreende a inteligência (CÉSAR, 2000).

Compreender melhor como a teoria pode auxiliar na busca de possibilidades para uma passagem de um estado menor de conhecimento para um maior e mais amplo, por isso, sempre recaímos no mesmo ponto, ou seja, tentar melhorar a compreensão dos conceitos matemáticos para obtermos um melhor desenvolvimento nas ciências. Em sua teoria, Piaget buscou posições epistemológicas, levando em consideração que a inteligência é algo dinâmico e plástico. Piaget estava interessado no sujeito psicológico. Com isso César (2000, p.216) afirma:

> Esta concepção de inteligência liga-se diretamente com sua noção de invariantes funcionais, que são mecanismos que ele considera existir em todas as formas de adaptação. Muitos professores que queixam de que os alunos, nas aulas, parecem perceber tudo, mas depois chegam aos testes e não conseguem resolver as tarefas propostas.

As pesquisas realizadas mostram que tais problemas não são exclusivamente das aulas de Matemática, chegando a concluir que não se trata da disciplina, mas a forma

como o conteúdo é passado para os alunos, sendo que, nas ciências exatas há uma maior ênfase sobre os resultados negativos, ofuscando um pouco o problemas nas demais.

Desse modo, a teoria piagetiana mostra dois pontos importantes para o desenvolvimento do aprendizado, um deles é o de existir uma motivação afetiva e o outro o de existir uma motivação cognitiva, sendo que ambas devem ser interligadas durante o processo de aquisição do conhecimento, requerendo um preparo maior do profissional dentro e fora da sala de aula, possibilitando aos discentes inquietações, buscar novos conhecimentos sobre o que está sendo estudado.

O sucesso para o ensino e aprendizagem está na interação entre professor e aluno de maneira que um compreenda o raciocínio do outro, dentro de uma metodologia adequada aos seus níveis, requerendo do docente uma melhor formação, para juntos construírem os seus próprios conhecimentos e fazerem novas descobertas.

A teoria de Vygotsky, segundo César (2000), seguiu caminho paralelo aos pensamentos de Piaget, podendo afirmar que suas teorias se interligam, destacando o pensamento e a linguagem que dão origem às interações sociais e, por sua vez, refletem em seu desenvolvimento cognitivo e afetivo.

Um dos conceitos mais frutíferos da teoria de Vygotsky é o da zona de desenvolvimento proximal (ZDP), pois esta apresenta para a educação que cada ser tem um conjunto de funções ou capacidades particulares de cada um e que já se encontram desenvolvidas, necessitando apenas de aperfeiçoamento ou aprofundamento para o seu desenvolvimento real. Desta forma, professor se tornaria um mediador com competências para fazer com que o aluno consiga mais de si próprio, contribuindo para o desenvolvimento dos seus alunos.

No que se refere à linguagem, as duas teorias entram em contradição, pois Vygotsky discorda da interpretação piagetiana de que o egocentrismo infantil é uma fase quase associal da criança e que o pensamento egocêntrico precede o pensamento racional. Vygotsky afirma em suas obras que a linguagem egocêntrica pode ter uma função de planificação da ação, transformando-se pouco a pouco em linguagem interiorizada (CESAR, 2000).

Com isto, nota-se que o professor tem um papel fundamental para que, de fato, ocorra um processo de ensino e aprendizagem eficaz, contribuindo para a promoção das capacidades e aptidões dos seus alunos ao longo de seus estudos, indo desde a Educação Básica à superior. Desse modo, o professor tem que estar continuamente se atualizando em cursos de formação acadêmica ou aperfeiçoamentos, à medida que o mundo se

desenvolve, buscando modificações que melhorem suas práticas, encontrando novas metodologias e modificando um pouco sua visão sobre o verdadeiro sentido de ser um educador.

A comunicação que o professor estabelece em sala de aula, e em particular nas aulas de Matemática, é de fundamental importância para que os alunos possam justificar, conjecturar, compartilhar, argumentar, partilhar e negociar suas ideias com os outros e com o próprio professor. Não havendo esta comunicação, de modo produtivo, o discurso dentro da sala de aula sempre será aquele onde o professor sabe de tudo e o aluno apenas absorve o conhecimento transmitido. Desta forma, o papel do professor vem mudando a cada dia, embora de modo lento, não pela maneira de como ensinar ou de manter uma relação com os seus alunos, mas de observar como o aluno pode se descobrir dentro da aula e do seu meio. Propiciando ao aluno fazer indagações, formular perguntas que provoque discussões proveitosas e pertinentes sobre o que está sendo estudado. Enfim, gere um círculo de diálogos e debates entre docente e discente. Tornando bastante notório que a comunicação vem ganhando espaço devido à sua relevante importância na aprendizagem (CESAR, 2000).

Neste sentido, a negociação dos significados entre professores e alunos nas aulas de Matemática se faz necessária, para o desenvolvimento das capacidades cognitivas e conceituais dos alunos. Logo Cesar (2000), nos permite visualizar que a interação propiciará em um diálogo mais proveitoso, levando os alunos a pensarem mais, ouvirem mais e melhor, ou seja, sentir interesse pela disciplina. Para que a comunicação obtenha êxito de uma perspectiva interacionista se faz necessário utilizar algumas metodologias auxiliares às tradicionais, podendo ser citadas a formulação e resolução de problemas matemáticos com o intuito que haja comunicação e compreensão dos conteúdos estudados.

Desse modo, questões, problemas ou atividades, envolvendo os alunos de modo que eles participem ativamente do processo de aprendizagem, conduzindo a uma negociação sobre os consensos e conclusões dos conceitos envolvidos. Há ainda aqueles que atuam como facilitador da aprendizagem dos alunos, gerando uma utilização maior do discurso em sala de aula, de forma a posicionar como um moderador nas intervenções e nas discussões geradas (CESAR, 2000).

O papel de agente interacionista desempenhado pelo professor é fundamental na aprendizagem matemática, possibilitando aos alunos a criação de novos construtos que se encaixam no processo de partilha de ideias e pensamentos. Portanto, o professor pode

modificar o seu papel dentro da sala de aula de acordo com suas concepções, deixando de ser um transmissor de conhecimento centrado em seu próprio discurso desenvolvido em sala de aula e apresentando atividades direcionadas para o treino de técnicas e procedimentos.

O papel do professor, tanto nas aulas tradicionais quanto nas aulas de cunho inovador, varia de tal forma que nem sempre tenta alcançar um objetivo em comum, logo poderá utilizar a comunicação em sala de aula como um fator motivador nas atividades desenvolvidas, valorizando também o discurso do aluno que, atualmente, desempenha um papel fundamental para que os professores promovam a aprendizagem da Matemática. .

Com isso, nota-se que, a comunicação ganha espaço nas salas de aula com as práticas dos professores, o interesse pela disciplina cresce proporcionalmente, observando as vantagens que o discurso trás para a aprendizagem dos alunos, além de viabilizar os diferentes pensamentos que são gerados nos debates. Desse modo, transformando o barulho em um momento produtivo de levantamento de hipóteses, construção de conceitos e experiências práticas, chegando ao objetivo matemático, ou seja, a abstração do conteúdo estudado priorizando o conhecimento sobre o mesmo, bem como suas aplicações em alguma situação adversa do cotidiano escolar ou cotidiano (CESAR, 2000).

A modificação na maneira como transmitem os conteúdos, remete a uma reflexão das posturas do corpo docente, desde o nível fundamental até o superior, pois este é um processo em que seu sucesso depende do conjunto de fatores que influenciam desde os primeiros anos escolares até os últimos anos de sua formação de conhecimento. Daí a importância de se trabalhar com a comunicação em sala de aula desde os anos escolares iniciais, fazendo com que os alunos tornem-se mais conhecedores de linguagens na qual os possibilitem construir um novo conhecimento sobre a Matemática ao longo de seu estudo, facilitando o seu entendimento nos anos posteriores e mesmo nos cursos superiores das ciências exatas.

Tais interações e comunicações, atualmente fundamentais na aula de Matemática, implicam em mudanças no currículo escolar e, consequentemente, exige modificações na formação dos professores, desta forma, este tema torna-se cada dia mais interessante e pertinente às realidades escolares, quando se trata de buscar “inovar” para melhorar a educação.

3.5. As Mudanças no Currículo e o papel do professor

Ao falar de mudanças no currículo não significa dizer que será mudado o quadro da disciplina, nem tampouco os conteúdos de aprendizagens de áreas específicas, este tema remete a todo um conjunto de situações que a escola promove para a melhoria do processo de aprendizagem dos seus alunos, tudo com fins normativos e fundamentados em um currículo de base nacional. Este processo ganha ênfase com a expansão da escola e sua acessibilidade à grande parte da população, quebrando um pouco as barreiras de uma tradição cultural e administrativa, no Brasil, de uma escola para poucos da elite ou mesmo, apenas para gênios. A abertura da escola para as diversas classes sociais levou à expansão quantitativa, mas não à sua democratização em nosso país.

As adaptações que a escola sofreu no Brasil para atender esta grande parcela da população, trouxeram grandes modificações às orientações e aos contextos escolares, os quais estão diretamente relacionadas às alterações de natureza social, política e administrativa. Com isto, a ideia de currículo, segundo Gonçalves (2000), afirma que em Portugal ganhou terreno em suas acepções e nos moldes diversos de desenvolvimento, sendo bastante marcante a visão tecnológica

Tais modificações não caracterizam por igual em todas as dimensões e níveis, pois são claras as diferenças entre o que é escrito do discurso oficial e dos textos legais, e as realidades escolares, onde abarcam situações bem distintas daquelas escritas formalmente. No entanto, percebe-se que, a cada momento que se passa, a carência pela busca de novas estratégias e metodologias de inovação se faz necessária, no intuito de que haja uma implementação mais efetiva do que está proposto nos documentos curriculares oficiais, objetivando um ensino eficaz e mais interessante para a grande massa estudantil.

As perspectivas para um ensino mais proveitoso, em concordância com Gonçalves (2000) nota-se mais viável quando a escola abrange um planejamento na realização da ação escolar, no que se refere às dimensões formais oficiais, bem como suas realizações informais voltadas à realidade e concepção de cada local. Este nivelamento entre o formal e real conduz a melhorias nos espaços escolares sobre aquilo que é aprendido e como pode ser aplicado em sua vivência enquanto ser social.

No entanto, em paralelo à mudança no planejamento escolar deve existir um incentivo para a melhoria da formação do corpo docente da escola, pois este deve estar preparado, em termos de conhecimento, para assumir os novos objetivos impostos em seu meio de trabalho, bem como em suas práticas dentro da sala de aula. Portanto, este é um processo que decorre de um vasto conjunto de fatores, fortemente influenciados por questões que perturbam o grupo dos docentes e discentes desde os níveis fundamentais até os superiores.

Segundo Gonçalves (2000), a partir de questões problemáticas do processo de ensino e das práticas escolares, podem ser selecionados alguns critérios que dizem respeito tanto a formação como a investigação, e estas são agrupadas quanto à sua temática, em: a) Qualidade e eficácia das interações programadas; b) Problemas com o nível de construção e planejamento do currículo; c) Construção e planejamento do currículo a nível disciplinar; d) As interações institucionais e; e) A interação entre os profissionais da área de educação.

Tais questões remetem a uma série de discussões que direcionam para uma diversidade de diferenças entre os documentos oficiais e a realidade escolar, deixando claro que a falta de comunicação nas aulas, principalmente, nas de Matemática, faz com que os alunos cumpram apenas o que é pedido pelo currículo vendo-o como um programa de cumprimento obrigatório durante ano letivo, sem levar em consideração o aprendizado nem tampouco a sua importância para a vida social.

Tendo em vista algumas mudanças ocorridas na formação dos professores, pode-se afirmar que há uma evolução nas práticas docentes e um maior conhecimento e conscientização de que se devem valorizar as mudanças curriculares, assim como também aplica-las. Elucidando o fato de que as decisões sobre o que deve ser ensinado na escola ou o que os alunos devem aprender na escola e quais as oportunidades de formação lhes devem ser proporcionadas, não cabe unicamente às decisões em nível nacional, mas sim deve partir de cada região ou mesmo de cada escola, fundamentando-se apenas em uma base nacional. Logo, Ponte (1999) afirma que:

> Os professores não podem exercer o seu papel com competência e qualidade sem uma formação adequada para leccionar as disciplinas ou saberes de que estão incumbidos, sem um conjunto básico de conhecimentos e capacidades profissionais orientados para a sua prática lectiva(...)Ela influencia a orientação da escola não apenas no plano de transmissão dos conhecimentos mas também no das normas e valores, constituindo um lugar de forte concentração ideológica (p.1-2).

Deste modo a formação de professores liga-se ao conhecimento curricular como um processo de socialização. Segundo com os autores Ponte (1999) e Ball (2008) o desenvolvimento pessoal é o responsável por produzir a vida do professor e estimular uma perspectiva crítico-reflexiva, fornecendo meios pelos quais proporcione um pensamento autônomo. Com isso, o constrói-se um processo formativo envolvendo o desenvolvimento das potencialidades de cada professor, bem como a construção de novos saberes.

Não pode deixar de relatar que toda mudança curricular pode ser interpretada como uma luz para melhorias nas teorias e modelos sobre inovações em educação. Mesmo notando as fortes críticas nos discursos dos professores sobre as inadequações dos projetos curriculares nacionais à sua realidade escolar, é importante ressaltar que este, por sua vez, permite uma flexibilidade quanto à sua adaptação à região e local de aplicação cabendo ao professor ter conhecimento de como deve ser adaptado a sua vivência e, portanto, adotá-lo em suas práticas (GONÇALVES, 2000). O autor nos permite clareza na questão em que nenhuma mudança no campo da educação é rápida e fácil de ser adotada, este é um processo lento, que requer uma atenção maior pelo corpo de pessoas que compõe este grupo, dando ênfase a importância do papel da formação do professor para que desta forma sejam minimizados os desafios postos a este corpo de docentes e investigadores nas diversas áreas da educação.

A real situação nas salas de aulas de Matemática é de fato uma preocupação para professores, alunos, pais e mesmo a sociedade, diante do baixo rendimento escolar. Por tal motivo buscam-se métodos que possam amenizar os danos causados pela disciplina trabalhada de modo ineficaz, e é através da formulação e resolução de problemas matemáticos que buscamos contribuir para a transformação da então matéria "chata e desinteressante", como é vista a Matemática pela maioria dos alunos, em uma disciplina aplicada e rica em conhecimento, o que de fato é, a nosso ver.

No entanto, a formulação e resolução de problemas matemáticos consistem essencialmente em transformar problemas relacionados à área de atuação de alunos, nos níveis superiores, e resolve-los, conseguindo interpretá-los e obter suas soluções reais quando possível. Observando que a metodologia a ser trabalhada em sala de aula é de fundamental importância para o sucesso de todo e qualquer trabalho realizado, bem o seu planejamento prévio, desta maneira, notamos que há fatores externos que também favorecem para a crise do ensino de Matemática, um dos motivos pode ser enunciado como 'um ensino fora da realidade, sem interesse, onde cálculos e mais cálculos são

realizados sem saber o porquê' (BURAK, 1994), não existindo uma situação concreta que os justifiquem, ocasionando uma empatia com a disciplina.

CAPÍTULO 4

A FORMAÇÃO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA COMO PROBLEMÁTICA PARA O ENSINO

4.1.A complexidade da formação dos professores de Matemática

A formação profissional do professor é uma tarefa muito complexa para o formador, pois o mesmo tem que analisar a realidade dos docentes observando que tipo de competências devem ter, quais as capacidades no âmbito cognitivo, afetivo e social podem ser mais explorados na sala de aula. No entanto, Ponte (2002) cita que as competências necessárias na sala de aula estão distribuídos na formação pessoal, social e cultural dos futuros docentes; na formação científica, tecnológica, técnica ou artística na respectiva especialidade; na formação no domínio educacional; nas competências de ordem prática e por fim, nas capacidades e atitudes de análise crítica, de inovação e de investigação pedagógica.

No que refere-se à primeira competência, a formação pessoal remete ao desenvolvimento de reflexão, de autonomia e de relação interpessoal com os estudantes de nível superior. Ao relacionar tal competência com uma outra, a da formação científica, tecnológica Ponte (2002) afirma que o futuro professor procura definir o modo pelos quais os conhecimentos neste campo não podem faltar durante as aulas.

As competências que dizem respeito a formação no domínio educacional e as de ordem prática, tem segundo Ponte (2002), uma herança pedagógica que se torna mais complexa ao trazermos para as ciências exatas, onde antes não se direcionavam tanto para a real função do professor, vendo-o mais como um educador do que como um simples instrutor. Neste âmbito, o docente não basta conhecer teorias e resultados da pesquisas, necessita ser capaz construir e moldar soluções que se adequem a realidade de sua sala de aula.

A formação inicial dos futuros professores sempre foi e continua sendo um problema difícil de resolver, sendo que, se o jovem professor não for bem preparado para ser inserido nas escolas, com diversos tipos de alunos o mesmo irá se sentir inapto para a função, sentindo-se desmotivado na sala de aula e em muitos casos abandonado a área de educação (PONTE, 2002). No entanto, os futuros professores não concluem seus cursos superiores de maneira á estarem preparados para encarar todos os conteúdos

da matéria que irá ensinar, e se isto não ocorre, temos por consequência a perda de significados da disciplina.

Ponte (2002) sugere que os novos professores ensinem de acordo com as novas perspectivas, com uma forma mais interessante de buscar a aprendizagem dos alunos. Porém, sendo realista, sabemos que ao valorizar demais os objetivos um tanto quanto complexos, a aprendizagem dos alunos fica ofuscada, diante de tantos problemas no qual pretendem resolver, por isso torna um trabalho impossível de se executar, pois não temos como prever o que irá acontecer no desenrolar das aulas. Desta maneira, a formação de professores torna-se essencial para que o futuro professor encare como um processo contínuo, com suas próprias ferramentas, ideias e debates de acordo com a necessidade de cada sala de aula, fazendo da escola um ambiente flexível à transformação.

4.2.A reflexão sobre a prática do professor e o professor investigador

Ainda é pouco a quantidade de professores que reflitam, questionam e buscam reflexões sobre sua prática, acomodam-se numa rotina padronizada, na qual apenas utilizam unicamente o livro didático e as normas que as instituições lhes destinam, devido este processo acontecer na nossa realidade, cria-se uma barreira que impede o professor de investigar sua própria prática e, para isso, necessita de subsídios diante de uma educação que já vem a anos apresentando problemas no ensino e na aprendizagem. No entanto, Oliveira e Serrazina (2002) mostram a importância da reflexão e do professor investigador nos dias de hoje.

Para Oliveira e Serrazina (2002) a reflexão fornece oportunidades na busca dos seus próprios erros, falhas e pontos positivos de sua prática Então a prática reflexiva confere poder aos professores e proporciona oportunidades para o seu desenvolvimento. Já que a insatisfação sentida por muitos educadores é com sua preparação profissional, que não contempla determinados aspectos da prática, isso tem conduzido a vários movimentos de reflexão e de desenvolvimento do pensamento sobre a prática.

As autoras enfatizam a forma como o professor investigador tem de ser um professor reflexivo, apontando uma condição necessária e não apenas suficiente, ou seja, na investigação a reflexão é necessária, mas isso por si só não basta.

Logo, podemos perceber que existem varias tipos de reflexão e prática que poderiam ser adotados por professores em contextos diferentes, na busca de melhorias

em sua prática. No entanto, notamos que além de difícil para alguns professores, envolve também as suas concepções. Porém, é importante destacar que o professor de Matemática pode ser um grande ser criativo e inovador nos seus questionamentos, no que diz respeito aos problemas que direcionam ao ensino e a aprendizagem.

CAPÍTULO 5

O USO DO APLCATIVOS NO ENSINO/APRENDIZAGEM DE CÁLCULO INTEGRAL

Neste capítulo apresento como um aplicativo pode ser útil no processo de ensino/aprendizagem, dentro e fora da sala de aula. Tendo em vista, que as tecnologias estão inseridas de maneira bastante incisiva na sociedade. Apresentaremos alguns aplicativos que podem contribuir para agilizar cálculos de integrais simples e de volume, bem como para a aquisição de significados e visualização espacial, particularmente o Graphmática, o Winplot, o Geogebra, o Quick Graph e o Geogebra 3D.

5.1 A utilização de tecnologias no ensino/aprendizagem da Matemática

A Educação Matemática e, particularmente a Didática da Matemática, como campo de pesquisa (PONTE, 1999), encontra-se em constante desenvolvimento, tendo sempre novas metodologias Uma prova dessas inovações metodológicas pode ser descrita na pesquisa feita por Azevedo (2002) em seu artigo intitulado como "Matemática em movimento: Uma experiência de utilização das novas tecnologias", nela consta uma amostra de que podem ser utilizadas as ferramentas disponíveis da época para ensinar, com qualidade, um conteúdo matemático, neste caso foi o conceito de derivadas.

No artigo, foi mostrado que não é de hoje a discursão sobre quais instrumentos são adequados para cada conteúdo. O fato é que não há uma ferramenta de ensino ideal para determinados conteúdos, mas há uma série de adequações feitas por professores e pesquisadores da área que proporcionam aos alunos uma aprendizagem mais significativa.

Nota-se que, cada época tem suas necessidades diferenciadas por fatores que vão desde o social ao científico e, por isso, são criados instrumentos de trabalho que se adequem ao período. E foi um destes instrumentos que Azevedo (2002) utilizou para desenvolver a sua pesquisa sobre o conceito de Derivadas. Nela, o autor chamou de "Sociedade da Informação" o século XX, afirmando que o conteúdo das ciências tão

complexas e, ao mesmo tempo, tão amplo e breve, que não se pode organizar e aproveitar os conhecimentos sem o auxílio de computadores.

Atualmente tem-se que usufruir das tecnologias de forma positiva, pois estas têm diversas funções e, dentre elas, as que poderem ser usadas com cunho pedagógico. A aplicação das tecnologias, em específico, o uso de aplicativos e da internet em aplicações do cotidiano foi parte da pesquisa de Azevedo (2002), que mostrou o quanto é interessante a utilização da informática na sala de aula.

Mostrou-se, nesta pesquisa, que tal ferramenta não apenas é facilitadora organização de atividades curriculares e extracurriculares, mas também podem ser fatores geradores de uma escola mais interativa, sendo uma oportunidade de aperfeiçoar a relação professor-aluno, havendo um maior estimulo para o sucesso escolar.

A aprendizagem matemática, segundo Azevedo (2002) pode ser enriquecida com o auxílio de aplicativos que possam facilitar na visualização e manipulação de imagens, estimulando os alunos a melhorarem a compreensão de determinado conteúdo, bem como facilita na memorização de informações que lhes são fornecidas. No entanto, o papel do professor não se limita apenas a de um transmissor de conteúdo, restrito ao lápis e papel, torna-se necessário o uso das ferramentas tecnológicas ajustadas de acordo com os interesses pedagógico-didáticos, dando suporte às aulas.

Azevedo (2002) utilizou tais ferramentas tecnológicas para a introdução do conceito de derivada, enfatizando que estas devem ser usadas de forma criativa para explorar, descobrir e desenvolver conceitos matemáticos e não se limita a simples verificação de resultados ou exercícios. Como conhecimento prévio ao estudo de derivadas, devemos ter o conceito de tangente, logo notamos que, no Cálculo Diferencial, este conceito apresenta diferentes pontos de vista, porém o autor enfatizou que a compreensão da noção de tangente em ponto deva fornecer às condições para que eles possam formular e resolver problemas Matemáticas, inicialmente sobre derivadas.

Para desenvolver a pesquisa o autor utilizou duas ferramentas: o *Mathematica* e o *Toolbook*, ambos desenvolvidos com propósitos pedagógicos. O primeiro é uma ferramenta bastante útil para análises quantitativas, cálculos e manipulações simbólicas, também permite calcular, modelar, criar e analisar resultados; o segundo é um programa que possui um completo conjunto para incorporar e editar gráficos, imagens, sons e filmes. Tais mídias tem a importante função de motivar estudo sobre derivadas com a apresentação de problemas reais para o qual se procura a solução.

Todo o processo de uso das ferramentas tecnológicas visam melhorar a compreensão do conteúdo tornando o aluno mais independente em seus pensamentos e possibilitando ao mesmo tirar conclusões a partir dos conhecimentos já adquiridos. Desta forma, os estudantes chegam às respostas corretas de maneira dinâmica e construtiva e pode ter como consequência positiva uma maior capacidade de poder, a partir de um determinado tema ou situação real, formular e resolver problemas sobre o conteúdo dado, sem que o aluno e sinta obrigado a resolver mais um problema matemático que não tenha sentido algum para ele.

Tais formas de verificação de aprendizagem podem ser avaliadas levando em consideração diversos fatores, Azevedo (2002) sugere uma avaliação em três níveis, a primeira com um jogo de perguntas para responder verdadeiro ou falso, a segunda visando verificar os conhecimentos em nível de leitura e interpretação de gráficos e suas relações com os gráficos de derivadas e a terceira e última, consta em uma lista de questões abertas e de múltipla escolha, onde o aluno é convidado a resolver em grupo, ou pela internet através de um site que o possibilita fazer troca de opiniões.

O fato de ter tornado mais dinâmico a compreensão do conteúdo de derivadas, levou os alunos a se sentirem mais dispostos a elaborar perguntas que respondam às suas dúvidas através de discursões em grupos e utilizando a ferramenta tecnológica desenvolvida com propósitos didáticos. Enfatizando que as ferramentas tecnológicas têm duas vertentes, a positiva e a negativa, cabendo ao professor saber utiliza-las da forma mais proveitosa possível dentro da sala de aula, encorajando o aluno a desenvolver métodos e usar técnicas necessárias na resolução dos problemas matemáticos estudados, buscando um melhor aproveitamento das aulas de Matemática.

A busca por significados nas aulas de Matemática é um fator de grande motivação para a descoberta de novos métodos coerentes que possam estimular os estudantes a sentirem prazer pela disciplina. Desta forma, Barufi (1999) cita que “conhecer é conhecer o significado” do que se estuda, no entanto, o estudo do Cálculo, bem como o seu sucesso, está diretamente relacionado com a negociação de significados existente no ambiente de estudo e do potencial do docente – pessoa fundamental para estimular o processo de compreensão do Cálculo Integral, em específico.

Ao levar em consideração o significado literal do Cálculo, ou seja, uma função de mais de uma variável real, nos faz refletir sobre quanto é útil tal conceito, pois, segundo Barufi (1999), a variação de grandezas é a necessidade de aproximações locais

está presente em todas as áreas do conhecimento, que atualmente pode ser auxiliada por aplicativos que proporcionem uma valorização no ensino de Cálculo e seus potenciais.

Ao desenvolver procedimentos que estimulem os alunos ao estudo de um determinado conteúdo, nota-se que para ocorrer sucesso em qualquer metodologia dentro e fora da sala de aula é necessário um planejamento prévio, sujeito a modificações que se adequem ao nível de conhecimento dos alunos, observar quais condições se tem no ambiente, no qual será trabalhado o procedimento metodológico e estimular os alunos a buscarem situações reais que possam ser usadas como pontos para a formulação de problemas matemáticos e posteriores soluções. A forma como se trabalha determinados conteúdos matemáticos, visto como mais complexos é fundamental para minimizar a frustração dos estudantes nos cursos técnicos profissionais e nos cursos superiores que necessitem de conteúdos matemáticos em sua grade curricular.

No entanto, a utilização de novas formas metodológicas para introduzir um conteúdo matemático vem contribuir, cada vez mais, para o sucesso da Educação Matemática e suas pesquisas, em particular, a Formulação e Resolução de Problemas, pois com o uso de procedimentos menos frustrantes e que necessitem de uma maior participação ativa dos alunos, estes podem perceber a riqueza da disciplina e suas diversas aplicações em situações reais, através de problemas formulados por eles próprios e não apenas por aqueles prontos em encontrados nos livros acadêmicos.

5.2. Aplicativos auxiliares à compreensão do Cálculo

Os aplicativos tecnológicos, atualmente em nossa sociedade tem sido bastante úteis em diversos contextos de nosso cotidiano, alguns destes são vistos nas salas de aula, e mesmos nas mãos dos estudantes, em na forma de aparelhos portáteis. Logo, a tecnologia adentrou nossas vidas, de maneira a termos que nos acostumarmos com algumas mudanças dentro e fora do universo escolar.

Ao modo que a tecnologia avança, a escola sentiu necessidade de inseri-la na sala de aula, de maneira a contribuir com o processo de ensino/aprendizagem, facilitando na construção de novos conhecimentos sobre os conteúdos programáticos exigidos pelas normas educacionais. Com isto, Barufi e Lauro (2000) defendem o uso do aplicativo como auxiliar neste professor bem como suas vantagens na busca por significados do

conteúdo. Como exemplo de aplicativos podemos citar o Graphmática, Winplot, facilitando na construção e visualização de imagens de gráficos de funções, como mostramos nas figuras:

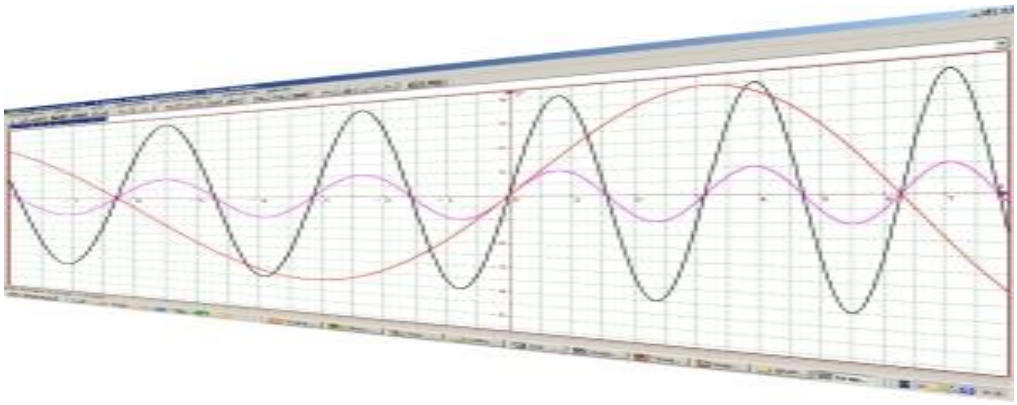

Figura: amostra do aplicativo Graphmatica com funções trigonométricas[4]

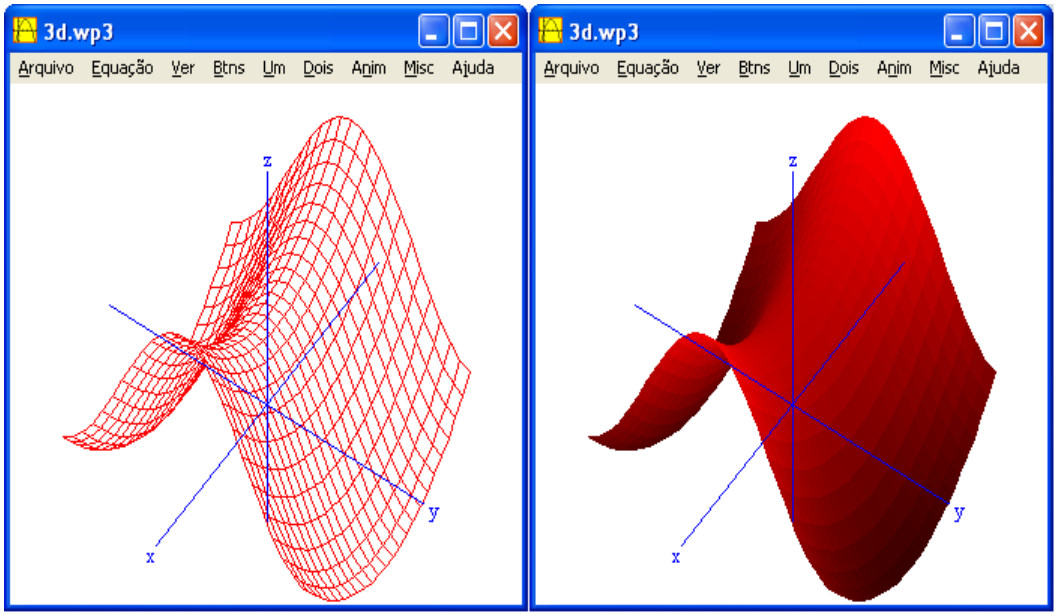

Figura: paraboloide feito no aplicativo Winplot[5]

Outros aplicativos também são utilizados para auxilio de visualizações e construções de funções, como é o caso do Quick Graph. No entanto, sobre este não tenho muito conhecimento, encontrando dificuldades na tentativa de fazer download, não obtendo êxito.

[4] graphmatica.exerciciosdematematica.net. acessado em 24/11/2013
[5] mat.ufpb.br. acessado em 24/11/2013

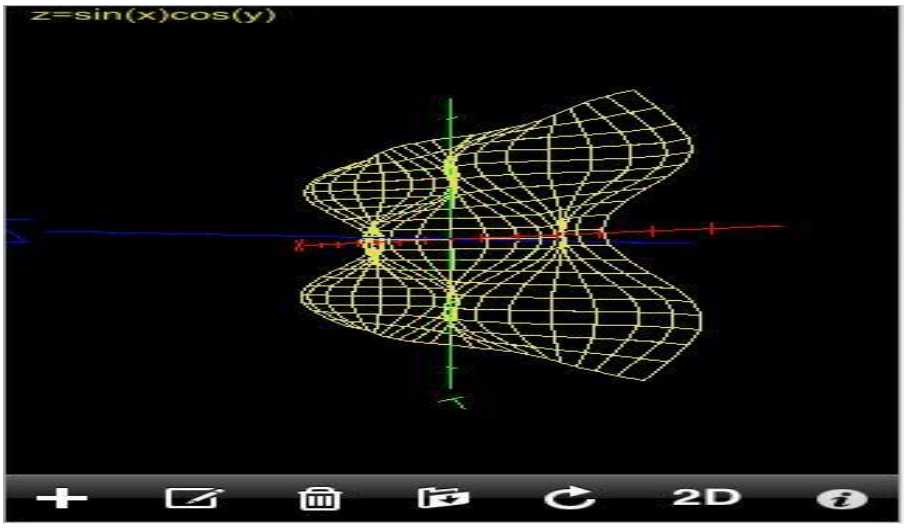

Figura: Quick Graph utilizado no iphone[6]

Por sua vez, o GeoGebra é um aplicativo matemático que junta Geometria, Álgebra e Cálculo.

No qual o Instituto Geogebra em Portugal permite mostrar algumas aplicações do Geogebra que vão além da geometria plana, extraindo o máximo da pontecialidade que este aplicativo nos permite no processo de ensino/aprendizagem, despertando, segundo as pesquisas feitas pelo Instituto, mais interesse nas comunidades que se preocupam com o ensino e as investigações matemáticas.

Ao longo, dos tempos o Geogebra passou por algumas modificações, sendo criado o Geogebra 3D, ainda não tão explorado quanto o anterior, porém com igual ou maior potencial em desenvolver visualizações de figuras em 3D, bem como auxiliar nas conexões com a arte, criatividade e investigação matemática.

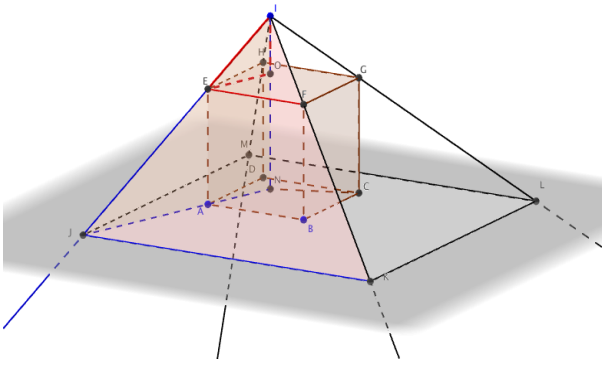

Figura: visualização de funções no Geogebra[7]

[6] iphoneapps.es. acessado em 24/11/2013

O Geogebra 3D é, além de um aplicativo de geometria, algo que permite a transparência de implementação de situações geométricas que unem figuras á representação do plano, modelos numéricos no qual de acordo com Blossier e Richard (2011) possibilitam uma viagem algébrica para o cálculo formal e a representação dinâmica no espaço.

Com o uso dos aplicativos podemos adentrar no mundo dos modelos matemáticos necessários ao rigor matemático, logo, observamos que tal aplicativo permite esta interação com o indivíduo em situações didáticas ou em atividades com a metodologia Resolução de Problemas, através de formulações feitas com algum tema ou conteúdo trabalhado.

O trabalho com um aplicativo em sala de aula requer um planejamento prévio, um bom conhecimento sobre o que será estudado e, segundo Blossier e Richard (2011), ter interações a priori com os alunos, as quais se iniciam com uma boa relação professor-aluno. Desta forma, o conhecimento não se torna inato e permite que os alunos analisem, argumentem e comuniquem suas ideias, relacionando-as com os conteúdos matemáticos, envolvendo quantidade, variações e relações, além de espaço e formas. Como vemos na figura abaixo.

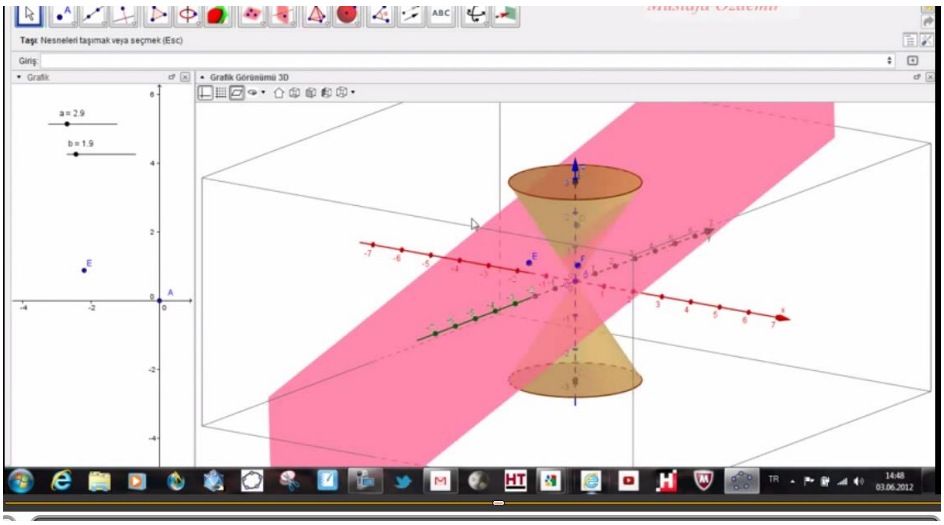

Figura: Cilindro retorcido, transformando-se em dois cones com o Geogebra 3D

Nas aulas que utilizam o aplicativo e a Formulação e Resolução de problemas Matemáticos, propõe formular ou resolver o problemas dentro de modelos matemáticos

[7] blog.geogebra.org. Acessado em 24/11/2013

para os quais eles tenham que interpretar todo o procedimento até as soluções. O que remete a uma resposta, a uma intenção de ensinar ou um questionamento pessoal, tendo o professor como um mediador do conhecimento matemático, o estudante possa estimular o seu próprio conhecimento.

Desse modo, possibilitando o interesse pelo uso de todo o conjunto, ou seja, a metodologia, o aplicativo e a interação na sala de aula, entre ambas as partes participantes durante todo o tempo de construção de conhecimento e significado.

CAPÍTULO 6

A BUSCA PELO SIGNIFICADO NO ENSINO/APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

6.1. A linguagem matemática com significado produtivo

Ao modo que a sociedade se torna mais complexa e acelerada, o conhecimento sobre a Matemática torna-se imprescindível. Com o avanço tecnológico aumentou a necessidade da Matemática em quase todos os setores sociais, profissionais e, principalmente, no campo das ciências, incluindo as ciências humanas e sociais.

Gómez-Granell (2008) relata sobre a preocupação do ensino-aprendizagem relacionado ao nível dos estudantes, afirmando que os mesmos não alcançam o nível de alfabetização funcional mínimo para desenvolver-se numa sociedade moderna. Tal problema, devido às dificuldades encontradas no estudo da Matemática, pois a maioria das pessoas não se identifica com a disciplina e, portanto, falta interesse para buscar o aprendizado sobre a mesma. Outro motivo identificado entre os estudantes, salienta a autora, é a falta de autoconfiança para resolver problemas, mesmo estes sendo muito simples.

O fato de a Matemática ser mau vista por uma grande massa estudantil se deve a uma herança negativas advindas até mesmo de pessoas instruídas, insatisfeita com sua experiência na aprendizagem matemática. Logo, Gomez-Granell (2008) buscou encontrar respostas para tal fenômeno, tentando responder se a linguagem matemática é abstrata ou incompreensível, como muitos afirmam. Uma das possíveis explicações pode, segundo a autora, estar no fato de que o conhecimento matemático é diferente dos outros tipos de conhecimentos, sendo muito mais abstrato que em qualquer outro conteúdo. Neste sentido, podem ser citados os números imaginários como exemplo de conteúdo unicamente demonstrado pelo professor, sem mostrar aos estudantes uma forma mais significativa do conteúdo, durante toda sua transmissão de conhecimento.

Outro fator que enriquece a Matemática e, ao mesmo tempo, a torrna abstrata, é a sua pura dependência de uma linguagem própria, cheia de símbolos decifráveis e bem diferentes das demais linguagens, de caráter formal, essencial para abstrair as relações

Matemáticas, potencializando o seu grau de generalização e convertendo-o na criação de um novo conhecimento. Desta maneira,

> A linguagem matemática envolve a "tradução" da linguagem natural para a linguagem universal formalizada, permitindo a abstração do essencial das relações matemáticas envolvidas, bem como o aumento do rigor gerado pelo estrito significado dos termos. (GOMÉZ-GRANELL, 2008, p.260)

Ao buscarmos significados no conhecimento matemático, nos deparamos com uma dura predominância das concepções sobre a Matemática, uma destas, a concepção formalista influenciou bastante no ensino de Matemática, baseando segundo Goméz-Granell (2008) na manipulação sintática de símbolos e regras, deixando em segundo plano o significado destas regras. A manipulação destes símbolos leva os estudantes a cometerem erros até mesmo em regras simples, tal fato ocorre porque eles não se detêm ao significado do conteúdo, assim como não tem incentivo em sala de aula para busca-los.

Como os professores não incentivam a busca por significado, não é de se estranhar que os estudantes não façam esta busca sozinhos. Como afirma Gómez-Granell (2008), com o intuito de minimizar os prejuízos do ensino/aprendizagem da Matemática foram aparecendo alternativas para melhorar o ensino as tendências denominadas como conceituais ou semânticas. Tais perspectivas se caracterizam, de acordo com a autora, por priorizar os aspectos conceituais da Matemática. O destaque desta tendência é que os estudantes entendam o significado das regras e construam o significado dos conceitos matemáticos, compreendendo as operações fundamentais, das propriedades algébricas, etc. Ainda sob a forte influência das tendências semânticas, afirma que o ensino da Matemática deveria potencializar o uso de procedimentos dos próprios estudantes, mesmo não sendo tão formal, mas sim intuitivo.

6.2. O significado no conhecimento como rede

A busca por um "verdadeiro" significado do conhecimento matemático, enfrenta obstáculos vindos das concepções dos professores, bem como sua prática docente, Desta maneira, Gómez-Granell (2008) afirma que para minimizar as falhas no ensino/aprendizagem da Matemática, pesquisadores buscaram alternativas para enriquecer tal processo, podem ser citadas as tendências curriculares tais como a do

conhecimento como rede em Barufi e Lauro (2000) e Machado (1996), como uma perspectiva importante e crescente nos campos da Epistemologia e da Didática.

À medida que a compreensão do conhecimento matemático vai se tornando mais visível, o significado do conteúdo evidencia-se como uma meta e não como uma obrigação, pois a compreensão é uma das condições para a passagem do discurso à ação. Outra meta na busca por significado epistemológico e pedagógico é a explicitação mais delimitada da metáfora do conhecimento como rede, ou seja, dos processamentos paralelos, das tentativas de explicação do processo de construção de significados de palavras ou conceitos (MACHADO, 1996).

As novas descobertas do conhecimento, seja qual for, geram no nosso cérebro um funcionamento de esquemas de articulações não-lineares, gerando a aprendizagem, na qual reflete-se na alteração das ligações, sendo que o conhecimento está distribuído pela totalidade da rede, é o que afirma Machado (1996). Tal processo de aprendizagem, quando voltado para os conteúdos matemáticos, percebe-se que o elemento utilizado na construção do conhecimento específico na constituição das redes não necessita de limites apenas linguísticos, pode expandir-se e privilegiar também os elementos visuais.

CAPÍTULO 7

METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo apresento o modo como procuro operacionalizar os objetivos desta pesquisa, bem como amenizar a minha inquietação que originou o tema do estudo. Assim, descrevo e justifico a estratégia da pesquisa, os dados recolhidos e suas análises que serão feitas por completo quando os três estudos de caso de futuros professores de Matemática estiverem escritos.

7.1. Estratégia da pesquisa

A proposta de pesquisa que me disponho a desenvolver é explorar a Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos nas aulas de Cálculo Integral, em específico no curso de Licenciatura em Matemática, numa Observação Participante (BARBIER, 2007), O tema a ser trabalhado na pesquisa será: **"***Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos com o Cálculo Integral em Volumes de Figuras Sólidas, utilizando o Geogebra 3D como recurso",* tendo o Instituto Federal de Campina Grande como instituição para pesquisa e aplicação da proposta referida.

A pesquisa será realizada em etapas. Iniciamos com uma entrevista com o professor da disciplina, para averiguação de suas práticas metodológicas e os resultados obtidos após elas; uma segunda etapa será a entrevista semi-estruturada com cada um dos futuros professores que serão os estudos de caso da pesquisa; a seguir, apresentação do aplicativo Geogebra 3D, aos futuros professores de Matemática, com o propósito de instigar as visualizações dos volumes em integrais; finalizando com uma terceira etapa, utilizando a metodologia de formulação e resolução de problemas matemáticos através do uso do aplicativo Geogebra 3D, com o intuito de estimulá-los a compreender significados, fazer pensar produtivamente, desenvolvendo o seu raciocínio até que também consigam envolver-se com aplicações do conteúdo em seu cotidiano.

Desse modo, serão escritos três estudos de caso (PONTE, 2006) com os futuros professores de Matemática do curso de Licenciatura em Matemática do IFPB de Campina Grande. Ponte (2006) afirma que:

> Um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objectivo é compreender em profundidade o "como" e os "porquês" dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador. (p.2)

Utilizaremos observação, entrevistas semi-estruturadas com os futuros professores, bem como as formulações e resoluções dos problemas por eles produzidos, e a reflexão escrita sobre cada tarefa por eles desenvolvida, para a produção dos casos.

Refletiremos com o professor da turma o critério de escolha dos futuros professores que serão os casos. Em todas as etapas visamos explorar uma metodologia auxiliar à tradicional procurando uma melhor compreensão por parte dos alunos nos cálculos de volumes, e como consequência do processo, mostrar o Cálculo Integral e algumas possíveis aplicações dentro do conteúdo estudado.

Segundo Dante (2010), o uso da formulação e resolução de problemas matemáticos possibilita vários aspectos positivos dentro do ensino de Matemática, dentre eles o poder de comunicação do discente, quando trabalhados na forma oral, valorizando o seu conhecimento prévio e oportunizando-o para uma possível exploração, organização e exposição de seus pensamentos. Desta forma, desenvolvendo o pensamento produtivo, que muito se difere do pensamento reprodutivo encontrado na resolução de exercícios, por exemplo, e intuitivamente usados durante as aulas de Cálculo em todas as áreas que dele necessitam.

Portanto, a aprendizagem de qualquer ciência torna-se um processo de desenvolvimento progressivo comum e dependente de diversas variantes, indo desde o conhecimento prévio do aprendiz e o seu interesse pelo que está sendo estudado até a prática do docente. Só podemos ensinar e aprender partindo do senso comum de que o aprendiz dispõe. Logo, a partir desta hipótese podemos perceber que as barreiras entre a disciplina de Cálculo e o interesse do aluno podem ser moldadas de acordo com as práticas docentes, nas quais tanto podem instigá-lo para a busca de algo novo, fazendo-o notar o Cálculo Integral como algo interessante e desafiador, quanto pode fazê-lo frustrar-se com ele. Tendo em nossos objetivos apenas instigar o interesse e melhorar a compreensão por parte dos futuros professores de Matemática.

7.2. Dados recolhidos

Iniciando a primeira etapa da pesquisa, originou um relato do professor entrevistado, no qual pode, a partir de uma entrevista semi-estruturada, comentar sobre aspectos referentes à sua formação inicial, à reflexão sobre a prática, assim como à Metodologia Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos com o Cálculo Integral de Volumes, proposta na pesquisa.

O professor entrevistado concluiu sua graduação em Licenciatura em Matemática, na Universidade Estadual da Paraíba, na qual cursou o Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Leciona há sete anos no Instituto Federal do Rio Grande do Norte, estando há quatro meses no Instituto Federal da Paraíba, com as disciplinas Cálculo I e II, Geometria Analítica, Álgebra Linear, Estatística Aplicada e Geometria Euclidiana Plana, nos cursos de Engenharia Ambiental, Química Industrial, Estatística e Administração. Mesmo tendo cursado o mestrado na área de Ensino, nunca lecionou uma disciplina em Educação Matemática devido à falta de oportunidade na instituição pela qual exerce sua função.

O professor Lucas optou por cursar Licenciatura em Matemática, devido à sua facilidade em compreender a disciplina durante o Ensino Médio. Atualmente, na posição de professor de Matemática, pensa como um facilitador do conteúdo, fazendo abordagens alternativas visando sempre à compreensão dos mesmos, tentando ser um pouco diferente dos nossos professores de Ensino Fundamental e Médio. Mudou completamente sua visão sobre Matemática depois de ter passado pelo Mestrado em Educação Matemática, tentando trazer um pouco da didática aprendida para as disciplinas de Matemática Pura.

Semelhante à grande maioria dos alunos nos períodos iniciais dos cursos de exatas, o entrevistado sentiu muita dificuldade, principalmente nas disciplinas de Cálculo, Análise e Álgebra, seguida de uma imensa falta de estimulo, interessando-se a partir da disciplina Laboratório de Matemática. Sendo privilegiado, Lucas afirma que suas aulas no Ensino Superior, eram boas, com didáticas compreensíveis, ficando a desejar apenas o seu próprio interesse. Sentiu-se motivado e, portanto, decidiu transformar-se em um docente de Ensino Superior.

Ao referir-se a pesquisas em Educação Matemática, o professor entrevistado relatou sobre sua dissertação, na qual referia-se a estudos feito na Educação Básica,

constatando que não há muitas pesquisas voltadas para o Ensino Superior, nos estados pesquisados, Paraíba e Rio Grande do Norte, tendo em sua maioria, o foco nos conteúdos programáticos da Educação Básica.

O professor reclama da falta de base matemática dos alunos, que seria necessária usarem como pré-requisitos nas disciplinas específicas da Matemática, de acordo com uma visão linear do currículo. Relacionando-se ao papel do professor de Matemática, Lucas afirma que o docente e suas práticas podem definir o futuro profissional dentre os alunos, principalmente nas disciplinas específicas do Ensino Superior, sendo um divisor de águas. O professor entrevistado afirma que faz uso do um aplicativo Geogebra e do Winplot auxilia na visualização gráfica e tridimensional, fazendo aferições de seus cálculos.

Relacionado ao tema Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos, o professor não tem tanto conhecimento, porém relata que metodologia tem duas vertentes a primeira tendo por finalidade a introdução do conteúdo e a outra de exploração contínua do problema. Sendo que o mesmo apoia a primeira vertente e a utiliza em sua prática cotidiana escolar, prática esta que Lucas faz uma reflexão sempre que possível, buscando corrigir seus erros e melhorar a sua atuação profissional, uma vez que se considera conteudista.

REFERÊNCIAS

ÁVILA, Geraldo. *Cálculo 1 Funções de uma Variável***.** 6ªed. Rio de Janeiro: Ltc Livros técnicos e científicos AS, 1994. 355pg.

AZEVEDO, José. *Matemática em movimento: Uma experiência de utilização das novas tecnologias*. Grupo de Trabalho de Investigação – GTI. 1ª ed. Set, 2002.

BAIS, Sander. As Equações: Ícones do Conhecimento. Lisboa: Gradiva, 2007.

BALDINO, Roberto Ribeiro. FRACALOSSI, Aline Schröpfer. *A História da Derivada de Mariana: uma experiência didática*. Bolema, Rio Claro, SP, vol 26, nº 42B, p. 393-407. Abr, 2012.

BALDINO, Roberto Ribeiro. FRACALOSSI, Aline Schröpfer. *A História da Derivada de Mariana: uma experiência didática*. Bolema, Rio Claro, SP, vol 26, nº 42B, p. 393-407. Abr, 2012.

BALL, D.L., THAMES, M.H., & PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407, 2008.

BARBIER, R. *A pesquisa-ação.* Tradução de Lucie Didio. Brasília: Liber Livro Editora, 2007.

BARON, Margaret E; BOS, H.J.M.; *Curso de história da Matemática: origens e desenvolvimento do cálculo*. Trad. do Professor Rudolf Maier. Brasília: Ed. Universidade de Brasília, 1985.

BARON, Margaret E; BOS, H.J.M.; *Curso de história da Matemática: origens e desenvolvimento do cálculo*. Trad. do Professor Rudolf Maier. Brasília: Ed. Universidade de Brasília, 1985.

BARUFI, M. C. B.. A *construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral*. 1999. Tese (Doutorado) - FE-USP, São Paulo, 1999.

BARUFI, Maria Cristina Bonomi; LAURO, Maria Mendias. *Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando microcomputador*. 2001. CAEM – IME/USP.

BARUFI, Maria Cristina Bonomi. O Cálculo no Curso de Licenciatura em Matemática. SBEM. Educação Matemática em Revista. Edição especial: Formação de professores, p. 69-72, 2002.

BISHOP, A., & GOFFREE, F. Classroom organization and dynamics. In B.hristiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematicseducation* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel, 1986.

BLOSIER, M., RICHARD, P.R. Modélisation instrumentée et conceptions a priori dans un espace de travail géométrique en évolution: Un tour en géométrie dynamique ridimensionnelle. In *Actes des journées mathématiques de l'Institut français de l'Éducation,* 15 et 16 juin 2011, Lyon.

BRASIL. *Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática /Secretaria de Educação Fundamental*. Brasília: MEC / SEF, 1998.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Médio: Orientações complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação Tecnológica* – Brasilia: MEC; SEMTEC, 2002.

BRASIL. *Orientações Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio*: Ciência da Natureza e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEF, 2006.

BROWN, S., WALTER. M. *The art of problem posing.* (3ª ed). New York: Routledge, 2005.

BURAK, Dionísio. *Critérios norteadores para a adoção da modelagem Matemática no ensino fundamental e secundário.* Revista Zetetiké. Ano 2 – n° 2/1994, p. 47-70.

CAMPOS, Lídio Mauro Lima. . *Uso de ferramentas educacionais na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Disponível em tecnologiasnaeducação.pro.br/revista/a1n1/art14.pdf. consultado em 30 Nov. 2011*

CARNEIRO, José Paulo; WAGNER, Eduardo. *Vale a pena estudar Cálculo?*. Revista do Professor de Matemática, n°53, p.18-21.SBM, 2004.

CÉSAR, Margarida. *Interacções na aula de Matemática: um percurso de 20 anos de investigação e reflexão*. Revista: Interações na aula de Matemática, Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Ed. 1ª, Viseu, Janeiro, 2000.

D' AMBRÓSIO, U. *Por que se ensina Matemática?* Disponível em <http://www.sbem.com.br> Acesso em: 03 de setembro de 2003.

DANTE, Luiz Roberto. *Formulação e Resolução de problemas de Matemática: Teoria e prática*. São Paulo: Ática, 1ª ed. 2010.

DOMENICO. *Luís Carlos Almeida. Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral por meio de tecnologias de informação e comunicação.* Dissertação para o grau mestre em educação. Curitiba – 2006.

GONÇALVES, Maria Fernanda. *Interacções e comunicação na aula de Matemática: implicações para o currículo e a formação de professores*. Revista: Interações na aula de Matemática, Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Ed. 1ª, Viseu, Janeiro, 2000.

GÓMEZ-GRANELL, C. A aquisição da linguagem matemática: símbolo esignificado. In A. Teberosky & L. Tolchinsky (Eds.), *Além da alfabetização – A aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática* (pp. 257-282). São Paulo: Ática, 2008.

KRULIK, R., REYS, R.E. (Org.) A Resolução de Problemas na Matemática Escolar. Tradução: Hygino H. Domingues, Olga Corbo — São Paulo: Atual, 1997.

MACHADO, Nilson José. Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente. São Paulo: Cortez. Ed. 2ª, 1996.

MENESES, L., Santos, F., SILVA, A. & TRINDADE, M. J. (2003*). Investigar a comunicação matemática no 1º ciclo*. Millenium, *8*(27), 123-137

MENESES, Luís. *A importância da pergunta do professor na aula de Matemática*. Escola Superior de Viseu, 1996.

PÁEZ, David Alfonso. RIGO, Myrela. GOMÉZ, Bernardo. *El papel del professor en los processos de auto-regulación del aprendizaje de las Matemáticas en el salón de clases de la escuela elemental.* Revista: Ivestigación en Educación Matemática XII. p. 415-422.Ano???

PINTO, Marcia Maria Fusaro. *A Transição do Cálculo para a Análise: uma resenha de três trabalhos de Márcia Maria Fusaro Pinto*. Bolema, Rio Claro, SP, vol. 26, nº 42B, p. 755-761. Abr, 2012.

PONTE, J. P. Didácticas específicas e construção do conhecimento profissional. In J. Tavares, A. Pereira, A. P. Pedro, & H. A. Sá (Eds.), Investigar e formar em educação: Actas do IV Congresso da SPCE (pp. 59-72). Porto: SPCE, 1999.

PONTE, João Pedro. A vertente profissional da formação inicial de professores de Matemática. Educação Matemática em Revista. Edição especial: Formação de professores, p. 3-8, 2002.

PONTE, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema, 25*, 105-132. Este artigo é uma versão revista e actualizada de um artigo anterior: Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante, 3*(1), 3-18. (re-publicado com autorização)

ROMÃO, Margarida. *O papel da comunicação na aprendizagem da Matemática*. Revista: Interações na aula de Matemática, Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Ed. 1ª, Viseu, Janeiro, 2000.

SANTA'ANA. Marilaine de França; TEDESCO, Priscila. *Discussão das noções de Limite e Infinito*. Educação Matemática em Revista, ano 11, nº17, Dez. 2004.

SEMMONS, George F. *Cálculo com geometria analítica.* São Paulo: Mc Graw-Hill, 1988. Vol. 2.

SILVA, Benedito Antônio. *Diferentes dimensões do Ensino e aprendizagem do Cálculo*. Revista: Educação Matemática em Pesquisa, São Paulo, vol 13, n 3, p. 393-413, 2011.

SWOKOWSKI, E. W. *Cálculo com Geometria Analítica.* Rio de Janeiro: Associação Brasileiro de Direitos Reprográficas, 1994.

TEODORO, A. & VASCONCELOS, M. L. *Ensinar e Aprender no Ensino Superior. Por uma epistemologia da curiosidade na formação universitária.* São Paulo: Cortez, 2003.

ZEFERINO, Marcus Vinicius Casoto. WROBEL, Julia Schaetzle. CARNEIRO, Teresa Cristina Janes. *Cálculo Diferencial e Integral no ENEM: um mapa da produção científica na última década*. In Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática, SBEM-PR, Curitiba, 2013.

SITES:

http://www.geogebra.org.pt/index.php/component/content/frontpage. Acessado em 15/11/2013.

APÊNDICE

APÊNDICE A: Modelo de roteiro da entrevista semi-estruturada

Roteiro da Entrevista com o Professor de Cálculo Integral – Lucas

1. Identificação

- Em que Instituição de Ensino cursou Licenciatura Matemática?
  Leciona no Instituto Federal de Campina Grande a quanto tempo? Como foi a sua primeira experiência de ensino no Ensino Superior?

2. Aspectos Referentes à Escolha Profissional e a disciplina de Cálculo Integral

- O que motivou você á escolher Licenciatura Plena em Matemática como curso superior?
- O que você pensa sobre a Matemática?
- Durante o Ensino Médio e no Ensino, quais as dificuldades encontradas em aprender Matemática? Comente-as?
- Como eram as suas aulas de Matemática?
- Existem diversas pesquisas relacionadas ao Ensino de Matemática. Quais os pontos que você pode citar como principais e por quê? E os negativos?
- O que você pensa sobre a disciplina Cálculo Diferencial e Integral?
- Como foi sua experiência enquanto aluno nas disciplinas específicas de Matemática?
- Qual a essência da disciplina Cálculo Diferencial e Integral para você? Comente.
- Para você, o que define o papel do professor de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino de Matemática?

3. Aspectos Referentes à Formulação e a Resolução de Problemas Matemáticos

- Você conhece a Metodologia Resolução de Problemas? Se sim, comente?
- E a Formulação de Problemas Matemáticos, tem conhecimento do que se trata? Se sim, fale um pouco?

4. Aspectos Referentes à Reflexão sobre a Prática

- O domínio do conteúdo e estimulo para uma melhor compreensão da Matemática, são em linhas gerais, necessários em nosso cotidiano na sala de aula, assim como uma reflexão de nossas práticas. Em sua condição de professor de Matemática, como você vê a reflexão sobre a prática?
- Como você faz esta reflexão sobre a prática em sua disciplina Cálculo Diferencial e Integral?

APÊNDICE B: Transcrição da entrevista semi-estruturada

TRANSCRIÇÃO DE ENTREVISTA COM O PROFESSOR

1. Identificação

Entrevistadora: Em que Instituição de Ensino cursou Licenciatura Matemática?
Professor: Sou licenciado em Matemática pela UEPB, entrei na UEPB em 2002 e voltei em 2007, também fiz a Pós na UEPB no Mestrado em Ciências e Matemática. Orientado pelo professor Rômulo.
Entrevistadora: Leciona aqui no IFPB à quanto tempo?
Professor: Estou aqui desde o dia 20 de junho. Eu era do IFRN, estava lá desde Abril de 2102, e em Junho deste ano fui transferido para aqui.
Entrevistadora: E sua experiência no Ensino Superior, faz quanto tempo?
Professor: No ano de 2011, 2012 eu estive na UEPB como professor substituto, nas disciplinas de Cálculo I, Geometria Analítica, Álgebra Linear II, isso entre os cursos de Matemática, Química Industrial, Estatística, Administração e Engenharia Sanitária Ambiental. Em Administração, era Matemática Aplicada...um Cálculo I. No IF, eu

trabalhei lá no IFRN, Cálculo I, Cálculo II, Estatística Aplicada. Aqui no IF estou com Estatística Aplicada também, Cálculo III, Geometria Analítica Euclidiana Plana e tem uma técnica, mas é em Mineração.

Entrevistadora: O que motivou a sua escolha por Licenciatura em Matemática?

Professor: Eu pensava em fazer dois vestibulares, isso lá em 2001, daí fiz Matemática. Uma por ter mais facilidade e a outra era Arquitetura da ideia e por gostar de desenho. Daí, fiz para Matemática e depois não fiz mais nada.

Entrevistadora: Ao falar em Matemática o que você pensa sobre a mesma? E o Ensino de Matemática?

Professor: A minha visão hoje sobre Matemática é o Ensino da Matemática, pensando como um facilitador do conteúdo, trazer abordagem alternativa e fazer com que haja realmente uma compreensão, a aprendizagem, não apenas a repassagem do conteúdo como em alguns momentos tivemos tanto no Ensino Médio Fundamental quanto no Superior.

Entrevistadora: Como você passou pelo Mestrado em Educação, você tem uma Didática diferenciada em suas aulas. Comente-as.

Professor: Sempre fui meio dividido entre a área da Pura e da Educação, tanto que você pode perceber que eu nunca lecionei uma disciplina de Educação. Mas acredito que eu tinha uma postura anterior ao Mestrado e uma posterior. Mudou completamente minha visão de Matemática, de Ensino, e de Matemática Pura mesmo. Temos como exemplos ou contra-exemplos, professores Mestres, Doutores que deixavam a desejar em termos de Metodologia e Didática, que ao discurso deles não tinha necessidade de inserir a Metodologia e Didática à sua disciplina. Minha intensão é exatamente trazer essa Metodologia para as disciplinas de Matemática Pura, nos cursos de Ensino Superior. Poder aplicar para que tenha uma melhor aproveitamento da disciplina.

Entrevistadora: Durante o Ensino Médio e Superior, teve muitas dificuldades? Principalmente nas Disciplinas Específicas do Ensino Superior?

Professor: Muita...Cálculo I e II, Cálculos em geral foi "punk" mesmo. A motivação básica era a falta de informação mesmo, a falta de base. Juntava duas coisas, a falta de base e a falta de interesse, por que dentro do curso eu tomei uma postura de que é isso mesmo que eu quero fazer, a partir do terceiro ano de curso, quando tive a oportunidade de cursar uma disciplina chamada Laboratório de Matemática. Náo sei se ainda é chamada desta forma. Nesta disciplina foi que eu disse: isso sim é o que eu quero fazer, foi quando eu me apaixonei por ela. Nesta disciplina eu me empenhei, porém fiquei com

um buraco nas outras disciplinas e tive que buscar por fora pra suprir, memso depois de ter terminado o curso. Sendo ouvinte das disciplinas, para ter uma base melhor.

Entrevistadora: Como eram as aulas destas Disciplinas?

Professor: Tive muita sorte. Tive professores muito bons. O pecado era só a falta de base e de interesse. Mesmo assim eu era um cara chato, pedia pra voltar as explicações. Era melhor do que ficar calado. Mas, eu tive sorte. Tive professores muito bons, que me inspiraram a ser um professor no mínimo naquele nível. Muito bom professor, uma Didática muito boa, com um quadro "show de bola"

Entrevistadora: Relacionadas às pesquisa em Educação Matemática, você deve conhecer. Quais o principais pontos, para você, na pesquisa em Educação Matemática?

Professor: Eu vou falar um pouco do que eu vi, porque a minha dissertação foi fazer a análise das dissertação anteriores apresentadas no Programa. Entaão, eu tive a visão do que estava sendo pesquisado no nosso curso e em Campus vizinhos, como os do Rio Grande do Norte e Pernambuco. Percebia muito que as pesquisas estavam sempre voltado para o Ensino Fundamental e Médio. Tinha poucas pesquisas no Fundamental menor, hoje chamado de Fundamental I. Voltadas para o Ensino Superior tinham poucas pesquisas, as que faziam eram sempre em paralelo, vendo o que estava sendo feito no Ensino Médio e no Superior. Das trinta, trinta e duas dissertações catalogadas, foram feitas tabelas, com um quadro demonstrativo, com o foco temático, nível de ensino que estava sendo aplicado, referencial teórico. E as que mais tinhas eram voltadas para o foco temático, conteúdo didático.

Entrevistadora: E quando se fala em Cálculo Diferencial e Integral. O que você pensa sobre o mesmo?

Professor: Se pensar na ementa da disciplina, vejo como completa. Tem tudo, quando bem montadinha, para fornecer uma boa aprendizagem, porque ela é bem fragmentadasinha, bem quebradinha. Tem a parte de Limite, tem a parte de Derivada, tem as aplicações. O que incomoda na disciplina mesmo é como o aluno chega, tanto que no curso de Estatítisca tem uma disciplina anterior ao Cálculo, uma Matemática Básica, um pré-Cálculo, que é para que o aluno entre com conhecimentos mínimos para cursar a disciplina. Uma disciplina que a priore, deixa os alunos pouco atordoados com limite. Saindo daquela Matemática Estática e passa para uma Matemática com movimento, no qual os alunos tem a dificuldade de ver este movimento. Eu acredito que dá para conciliar, com uma abordagem um pouco mais com carinho vai fazer o diferencial.

Entrevistadora: Logo, o diferencial para a disciplina de Cálculo seria a base?

Professor: Hoje teria que ter um nivelamento, ou seja uma disciplina eletiva...porque torna-se totalmente improdutivo o aluno chegar e pegar uma disciplina de Cálculo no primeiro semestre. No curso aqui não tem este problema, pois os alunos só veem a disciplina no segundo semestre, e eles tem uma Matemática base antes, uma disciplina de Funções.

Entrevistadora: Para você, o que define o papel do professor de Cálculo hoje?

Professor: Por ser uma das primeiras disciplinas a serem vistos, tendo em vista que eles continuaram a ver pelo terceiro, quarto e quinto período e é uma disciplina que dá uma base a todas as outras que virão, daí vem em cadeia as demais. É uma disciplina hoje que decide quem vai continuar no curso ou não, sendo ela bem no início, o cara já desiste logo. Mas ela é uma disciplina que o pessoal ou ama ou detesta. Tem uns que tem muita facilidade em ver. Deveríamos sempre usar um pouco mais de abordagem gráfica, para tentar facilitar, porque nem todo mundo tem uma visão gráfica da coisa. Então, vejo a disciplina hoje como esse divisor de águas, por que muita gente acha que passou do Cálculo vai passar pelas demais. Ali se você ganhar o aluno, já ganhou um bom profissional no futuro.

Entrevistadora: Você falou sobre o campo visual. Será um aplicativo ajudaria nesta visualização?

Professor: Acredito que sim. Auxilia bastante em termos de ganho de tempo de resoluções de cálculos. Por exemplo, eu uso o Geogebra para funções em 2D e para funções em 3D, eu uso o Winplot, em Funções de Várias Variáveis o gráfico fica bem mais visível. Ele serve também como uma ferramenta de estudo para o aluno de que ele pode conferir seu cálculos, fazer aferições, não apenas constuir o gráfico só por construir o gráfico, mas também tirar dali informações qualitativas, fazendo suas conferências a partir de seus cálculos manuais. Ficando mais fácil ver no gráfico coisas como ponto máximo, mínimo e de inflexão, e também as concavidades.

Entrevistadora: Sobre a Metodologia Resolução de Problemas, comente sobre sua concepção relacionada mesma?

Professor: Nós tínhamos no Mestrado, uma disciplina de Resolução de Problema, ela era optativa, porém não segui esta linha de pensamento, fui para o lado da Filosofia de Lakatos e Vygotsky, então meu contato com ela foi apenas em debates...discursão com colegas. Pouquíssimo contato.

Entrevistadora: Como você participava de grupos de estudos, neles vocês faziam debates sobre a Resolução de Problemas?

Professor: Tínhamos um grupo de estudos, porém era sobre Cálculo. Mas basicamente, na minha visão, existe duas visões: uma de que a Resolução de Problemas teria na sua finalidade a introdução do conteúdo, você partir de um problema e com isso compreender melhor o conteúdo, conseguir uma aplicação. E daí o problema se encerra. E existe outra visão de que a Resolução de Problema pode ser continuamente explorado. Eu fico com a primeira, para facilitar essa parte da introdução do conteúdo.

Entrevistadora: E com relação a Formulação de Problemas?

Professor: Acho que cheguei a ver uma parte, pouca coisa. Falamos de que maneira podemos formular um problema. Não vou mentir, não me prendi a isto não.

Entrevistadora: Como você já é professor a algum tempo, como faz a reflexão sobre sua prática?

Professor: Procuro guardar as minhas notas de aulas, revendo depois para poder melhorar nos pontos em que observei dificuldades na compreensão dos alunos. Tento buscar novas metodologias, diferentes da tradicional, sem deixar de dar todo o conteúdo da ementa, pois me considero totalmente conteúdista.

Entrevistadora: Como você faz esta reflexão sobre a prática em sua disciplina Cálculo Diferencial e Integral?

Professor: Procuro não dar as fórmulas prontas, construindo com junto com eles para tentar dar uma boa base, que eu julgo fundamental para as próximas disciplinas de Matemática pura. Normalmente, noto que os alunos tendem a compreender melhor o conteúdo, conseguir gerar debates durante as minhas aulas.