UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

IVAN BEZERRA DE SOUSA

PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS A PARTIR DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS: FUNÇÃO AFIM E CONTEXTOS COTIDIANOS

CAMPINA GRANDE – PB
2018

IVAN BEZERRA DE SOUSA

PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS A PARTIR DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS: FUNÇÃO AFIM E CONTEXTOS COTIDIANOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração *Educação Matemática*, na linha de pesquisa *Metodologia, Didática e Formação do Professor no Ensino de Ciências e Educação Matemática*, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida

CAMPINA GRANDE – PB
2018

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S725p Sousa, Ivan Bezerra de.
Produção de significados a partir de investigações matemáticas [manuscrito] : função afim e contextos cotidianos / Ivan Bezerra de Sousa. - 2018.
286 p. : il. colorido.
Digitado.
Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2019.
"Orientação : Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida , Departamento de Matemática - CCT."
1. Educação matemática. 2. Função Afim. 3. Investigação matemática. 4. Metodologia de ensino. I. Título
21. ed. CDD 372.7

Elaborada por Giulianne M. Pereira - CRB - 15/714 BC/UEPB

IVAN BEZERRA DE SOUSA

PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS A PARTIR DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS: FUNÇÃO AFIM E CONTEXTOS COTIDIANOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração *Educação Matemática*, na linha de pesquisa *Metodologia, Didática e Formação do Professor no Ensino de Ciências e Educação Matemática*, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovado em 01/10/2018

Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida
Orientador – UEPB

Prof. Dr. Pedro Lúcio Barboza
Examinador – UEPB

Prof. Dr. Silvanio de Andrade
Examinador - UEPB

Prof. Dr. Vinício de Macedo Santos
Examinador – USP

Dedico aos meus pais: Maria Bezerra de Sousa e Antônio Pereira de Sousa.

A minha namorada: Amanda Mayara de Sousa Silva.

Aos meus queridos seis irmãos: Ivaldo, Edilene, Antônia, Francisco, Dulcineide e Maria Aparecida.

Ao meu sobrinho, Eduardo, e ao meu futuro cunhado, Raimundo.

A minha grande professora: Francisca Maria de Sousa – Fransquinha (*in memorian*), pelos seus conhecimentos ensinados ao longo da minha caminhada, que sempre estarão presentes.

A todos os meus professores, do ensino infantil até a pós-graduação, por acreditarem na minha capacidade de sempre ir um pouco mais além.

A todos os meus alunos, que me inspiraram na elaboração desta dissertação de mestrado.

Aos bons e grandes amigos, por quem tenho profunda admiração.

Enfim, a cada um que, direta ou indiretamente, estiveram presentes durante esse tempo.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por ter-me guiado e segurado na minha mão quando diversas vezes eu quis cair.

Aos meus pais, pela educação e incentivo recebidos ao longo da minha trajetória.

Aos meus irmãos, pela torcida e por estarem sempre comigo em dias de luta e dias de glória, principalmente a Ivaldo e a Francisco, bem como ao meu futuro cunhado, Raimundo, pelas diversas vezes que foram me deixar na cidade de Uiraúna para realizar as diversas viagens noturnas até a cidade de Campina Grande na busca da concretização desse sonho.

A minha namorada Amanda Mayara, pelo enorme apoio dado, pelo amor e companhia que sempre permeou minha vida de alegria e que não me deixou desanimar em momento algum, mostrando com calma e confiança que tudo daria certo.

Aos meus avós maternos, avó paterna, avô paterno (*in memoriam*), e demais familiares, pelas orações e desejos de boa sorte ao longo dessa caminhada.

Aos amigos, dentre eles destaco Franciélia Limeira, Ayanne Mirelle, Júnior Moraes, Jociélia Francisca, Francieuda Oliveira, Daniel Acácio, Ronildo Brito, André Martins, Fátima Figueiredo, Petrucia Tomaz, Rodrigo Brito, Lúcia Nóbrega, Socorro Araújo, Maria do Céu, Eduardo, Fransuéliton, Mirosmar, Vandiglepson, Auricélio, Aurismar, Jair, Isnara, Marlon, tia Verilene, entre tantos outros que contribuíram muito para a concretização desse sonho.

À diretora Ana Célia Rocha Sarmento Aquino, da Escola Normal Estadual José de Paiva Gadelha, por ter aceitado a aplicação dessa pesquisa na referida instituição.

Ao professor Francisco Pereira de Andrade (Professor Tico), pela gentileza, amizade, disponibilidade e contribuições dadas durante o levantamento dos dados em uma de suas turmas.

Agradeço gentilmente aos sujeitos participantes da pesquisa da referida escola onde a pesquisa foi realizada, pela participação e colaboração dada durante a investigação da nossa proposta de intervenção que durou 19 aulas. Sem eles não teria conseguido alcançar os objetivos desse trabalho.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEPB, pelos seus ensinamentos, conselhos e reflexões.

Aos colegas do Grupo de Pesquisa Leitura e Escrita em Educação Matemática (LEEMAT) e demais colegas que tive a honra de conhecer no mestrado.

Aos professores da banca: Dr. Pedro Lúcio Barboza, Dr. Silvanio de Andrade e Dr. Vinício de Macedo Santos pelas excelentes contribuições dadas que me ajudaram na tessitura deste trabalho.

Ao orientador, Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida, pela amizade e pelas orientações recebidas durante todo o processo de escrita dessa dissertação, pois suas dicas e sugestões ajudaram-me a ter outra visão do meu tema, ajudando-me a enxergar mais longe no âmbito da Educação Matemática.

Enfim, a todos os colegas que caminharam juntos, compartilhando alegrias, novas experiências e que estiveram comigo ao longo desses anos. A todos que contribuíram de alguma forma para a concretização desse trabalho ficam os meus sinceros agradecimentos.

"A motivação desempenha um papel central na aprendizagem. (...) Um professor que consegue manter seus alunos motivados tem ganha metade da batalha".

(Mamede-Neves, 1999)

SOUSA, I. B. **Produção de significados a partir de investigações matemáticas: função afim e contextos cotidianos.** 2018. 286f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2018.

RESUMO

A utilização de novas metodologias no ensino da Matemática é atualmente alvo de muitas discussões nessa área. Diante dessas buscas por metodologias que possam contribuir para um melhor desenvolvimento dos educandos, essa pesquisa apresenta uma delas, que trata do estudo das investigações matemáticas na sala de aula em consonância com o modelo teórico dos campos semânticos e, a partir dessa aliança, propomos o seguinte objetivo geral: analisar produções de significados no estudo de função afim, por meio de aulas investigativas com contextos voltados para o cotidiano. Para esse fim, foi elaborada uma atividade sobre a venda de geladinhos, a qual foi dividida em três etapas: na primeira, discutiu-se sobre esse tipo de empreendedorismo; na segunda, foi explorado um quadro com os ingredientes de nove sabores de geladinhos e, na terceira etapa, cada equipe trabalhou com um único sabor, com o objetivo de criar estratégias para as vendas desse produto, descobrir o valor do custo de produção, do preço de venda e do lucro obtido com dois geladinhos de tamanhos diferentes. Em seguida, o objetivo de cada equipe foi formular as funções e a modelagem dos gráficos, tendo por base o conteúdo de função afim. Como essa atividade estava totalmente voltada para a produção, venda e lucro de geladinhos, dedicamos uma boa parte de nossas discussões a temáticas relacionadas ao empreendedorismo, em que trazemos um olhar crítico sobre o capitalismo e o neoliberalismo para o aprimoramento do nosso trabalho. Essa pesquisa é de cunho qualitativo, por buscar interpretar e analisar os fatos acontecidos durante os episódios de ensino. Quanto aos instrumentos de levantamento de dados, foram usadas gravações de áudio, anotações no diário de bordo, registros escritos dos alunos, registros fotográficos e aplicação de questionários. A partir dos resultados obtidos na pesquisa de campo, foi feita uma análise detalhada dos acontecimentos dos oito encontros e das respostas dadas pelos alunos em cada etapa aplicada. A partir da análise foi observado que significados foram produzidos ao longo do desenvolvimento da atividade. Foi constatado que a aplicação dessa intervenção nos ajudou a entendermos ideias sobre os contextos voltados ao cotidiano, os contextos de ensino, o contexto circunstanciado, o ensino de funções (principalmente da função afim), as investigações matemáticas na sala de aula e o modelo teórico dos campos semânticos, que foram responsáveis pelas reflexões aqui presentes. Esta pesquisa evidencia que o trabalho com aulas investigativas e com atividades matemáticas voltadas para os contextos do cotidiano favorecem novas oportunidades aos discentes de desenvolverem e divulgarem as suas ideias matemáticas na sala de aula.

Palavras-chave: Contextualização. Função Afim. Investigação Matemática. Produção de significados.

SOUSA, I. B. **Production of meanings from mathematical investigations: Functions and everyday contexts.** 2018. 286f. Dissertation (Master degree) - State University of Paraiba – UEPB, Campina Grande, 2018.

ABSTRACT

The use of new methodologies in the teaching of Mathematics is currently the subject of many discussions in this area. In the face of these searches for methodologies that can contribute to a better development of students. This research presents one of them, which deals with the study of mathematical investigations in the classroom in line with the theoretical model of semantic fields and, from this alliance, we propose the following general objective: to analyze productions of meanings in the study of related function, by means of investigative classes with contexts directed to the daily life. To this end, an activity elaborated on the sale of ice cream, which divided into three stages: the first one discussed this kind of entrepreneurship. In the second, it explored a table with the ingredients of nine flavors of ice cream. In the third stage, each team worked with a single flavor, with the purpose of creating strategies for the sales of this product, discovering the value of the cost of production, of the sales price and profit obtained with two different sizes of ice cream. Next, the objective of each team was to formulate the functions and the modeling of the graphs, based on the content of related function. Since this activity totally geared towards the production, sale and profit of ice cream, we devoted a good part of our discussions to the themes related to entrepreneurship, in which we bring a critical look on capitalism and neoliberalism for the improvement of our work. This research is qualitative, because it seeks to interpret and analyze the events that occurred during the teaching episodes. As for the data collection instruments, audio recordings, logbook annotations, written records of students, photographic records and application of questionnaires used. From the results obtained in the field research, a detailed analysis was made of the events of the eight encounters and the answers given by the students in each stage applied. From the analysis, it observed that meanings produced along the development of the activity. It was observed that the application of this intervention helped us to understand ideas about everyday contexts, contexts of teaching, detailed context, teaching of functions (mainly related function), mathematical investigations in the classroom and the theoretical model of the semantic fields, which were responsible for the reflections present here. This research evidences that the work with investigative classes and mathematical activities focused on everyday contexts favors new opportunities for students to develop and disseminate their mathematical ideas in the classroom.

Keywords: Contextualization. Related Function. Mathematical Research. Production of meanings.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
DCNEM	Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
EJA	Educação de Jovens e Adultos
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
FIP	Faculdades Integradas de Patos
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
MEC	Ministério da Educação
MTCS	Modelo Teórico dos Campos Semânticos
OCEM	Orientações Curriculares para o Ensino Médio
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PCN+	Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
SEBRAE	Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
UEPB	Universidade Estadual da Paraíba
UFCG	Universidade Federal de Campina Grande

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Modelo das cinco representações diferentes de uma função apresentado por Silva (2013) segundo as abordagens de Van de Walle (2006)..... 60
Figura 2. Registros escritos das equipes na etapa I..... 144
Figura 3. Fotografias de algumas equipes desenvolvendo a Etapa II da atividade..... 148
Figura 4. Registro fotográfico da Equipe 02 usando panfletos de supermercados na Etapa II da atividade durante o 3º e o 4º encontro..... 154
Figura 5. Registro escrito da proposta de vendas elaborada pela Equipe 08..... 159
Figura 6. Registro escrito das funções encontradas pela Equipe 07..... 161
Figura 7. Gráficos das funções do geladinho de 115 e 180 mℓ da Equipe 03..... 165
Figura 8. Fotografia do cartaz elaborado pela Equipe 07..... 166
Figura 9. Registro escrito do lucro mensal e gastos gerais para a produção de 500 geladinhos da Equipe 05..... 168
Figura 10. Registro escrito do valor dos ingredientes e do valor do custo de produção de alguns sabores de geladinhos da Equipe 06..... 180
Figura 11. Registro do cálculo da porção de 115 mℓ do sabor de biscoito da Equipe 01..... 184
Figura 12. Registro escrito da proposta da Equipe 01..... 189
Figura 13. Registro escrito da estratégia da Equipe 02..... 190
Figura 14. Gráfico das funções do geladinho de 115 e 180 mℓ da Equipe 02..... 191
Figura 15. Fotografia do cartaz de divulgação da Equipe 02..... 191
Figura 16. Preço dos ingredientes do geladinho azul e cálculo de suas porções..... 192
Figura 17. Registro escrito da proposta de venda da Equipe 03..... 193
Figura 18. Gráficos das funções do geladinho de 115 e 180 mℓ da Equipe 03..... 194
Figura 19. Registro escrito da proposta e funções elaboradas pela Equipe 04..... 195
Figura 20. Fotografia do cartaz elaborado pela Equipe 05..... 196
Figura 21. Registro escrito da proposta de venda elaborada pela Equipe 05..... 197
Figura 22. Registro escrito do cálculo dos gastos do geladinho de coco para a porção de 115 mℓ e de 180 mℓ da Equipe 06..... 198
Figura 23. Registro escrito da proposta de venda elaborada pela Equipe 06..... 199
Figura 24. Registro escrito do cálculo do lucro mensal da Equipe 06..... 199
Figura 25. Tabela de preços dos ingredientes do geladinho de manga..... 200
Figura 26. Gráficos das funções do geladinho de 115 e 180 mℓ da Equipe 07..... 201

Figura 27. Registro escrito das funções afins e cálculo do lucro mensal elaborados pela Equipe 08..... 202
Figura 28. Fotografia do cartaz elaborado pela Equipe 08..... 202
Figura 29. Fotografias da distribuição de geladinhos na sala de aula: momento final..... 214

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Momentos na realização de uma investigação..... 88
Quadro 2: Pontos comuns entre o modelo teórico dos campos semânicos e a proposta de investigações matemáticas na sala de aula..... 95
Quadro 3: *Milieus* de aprendizagem..... 115
Quadro 4: Perfil dos participantes da pesquisa..... 120
Quadro 5: Sequência cronológica das atividades na pesquisa de campo..... 124
Quadro 6: Instrumentos usados no levantamento dos dados..... 128
Quadro 7: Formação das equipes..... 131
Quadro 8: Sabores, ingredientes e porções dos geladinhos da Etapa II..... 146
Quadro 9: Resultado do sorteio do sabor de geladinho que cada equipe trabalhou na Etapa III..... 149
Quadro 10: Gastos gerais e custo de produção dos geladinhos..... 178
Quadro 11: Custo de produção do geladinho mais barato e mais caro de 115 mℓ e 180 mℓ de cada equipe..... 181
Quadro 12: Total de porções de 115 mℓ e de 180 mℓ dos sabores de cada equipe..... 183
Quadro 13: Sabor do geladinho, gastos totais e valor do lucro mensal..... 185
Quadro 14: Valor do custo de produção, do preço de venda e do lucro dos geladinhos..... 186
Quadro 15: Proposta de venda de cada equipe para a produção diária de 500 geladinhos..... 187
Quadro 16: Funções afins que modelam o custo de produção, o preço de venda e o lucro dos geladinhos..... 188

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO..... 15

1 UM OLHAR SOBRE A CONTEXTUALIZAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA..... 21
1.1 Contextos de ensino e contexto circunstanciado..... 21
1.2 Contextos matemáticos aliados ao cotidiano..... 29
1.3 Concepções sobre contextualização em alguns documentos curriculares..... 33

2 O ENSINO DE FUNÇÕES: IDEIAS, CONCEITOS E CONTEXTUALIZAÇÃO.... 48
2.1 Abordagem inicial sobre o conceito de função e o seu ensino na Educação Básica... 48
2.2 Um olhar sobre a educação algébrica..... 55
2.3 Ideias essenciais no estudo de funções: o caso das representações múltiplas..... 59
2.4 A contextualização no ensino de funções..... 61
2.5 O estudo da função afim e suas aplicações no cotidiano..... 67
2.6 Abordagem das funções em alguns documentos curriculares..... 73

3 MODELO TEÓRICO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS E SUA INFLUÊNCIA NAS INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NA SALA DE AULA..... 81
3.1 Modelo teórico dos campos semânticos..... 81
3.2 Investigações matemáticas na sala de aula..... 87
3.3 Pontos comuns e diferentes entre o modelo teórico dos campos semânticos e a proposta de investigações matemáticas na sala de aula..... 93

4 EMPREENDORISMO E NEOLIBERALISMO: O QUE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA TEM A VER COM ISSO ?..... 99
4.1 O Empreendedorismo no nosso meio..... 99
4.2 O Neoliberalismo e o Empreendedorismo: os dois lados da moeda!..... 102
4.3 Empreendedorismo v*ersus* Neoliberalismo: um olhar crítico da Educação Matemática..... 106
4.4 Cenários de investigação e *milieus* de aprendizagem..... 115

5 CAMINHAR METODOLÓGICO DA PESQUISA..... 118
5.1 Opção metodológica de pesquisa..... 118
5.2 As etapas da pesquisa..... 119
5.3 Apresentando os participantes da pesquisa..... 125
5.4 Apresentando o ambiente da pesquisa..... 126
5.5 Instrumentos de levantamento e análise de dados..... 127
5.6 Metodologia utilizada junto aos sujeitos pesquisados..... 129

6 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ETAPAS DA ATIVIDADE INVESTIGATIVA.... 132
6.1 Primeiro contato dos pesquisadores com os alunos..... 132
6.2 Observações das aulas sobre o conteúdo de função afim..... 133
6.3 Momentos vivenciados na realização da investigação..... 135
6.3.1 O arranque da aula..... 137
6.3.1.1 Primeiro momento: exploração e formulação de questões..... 140
6.3.2 O desenvolvimento do trabalho..... 145
6.3.2.1 Segundo momento: formação de conjecturas..... 150

6.3.2.2 Terceiro momento: testes e reformulação..... 172
6.3.3 A discussão da investigação..... 175
6.3.3.1 Quarto momento: justificação e avaliação..... 177
6.4 Análise dos resultados dos questionários e das questões discursivas..... 204
6.5 Momento final: encerramento da proposta de intervenção..... 213

CONSIDERAÇÕES E REFLEXÕES FINAIS..... 215

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... 223

APÊNDICES..... 228
Apêndice A: Termo de consentimento livre e esclarecido – TCLE..... 229
Apêndice B: Instrumento de levantamento de dados para traçar o perfil do aluno..... 231
Apêndice C: Questionário inicial..... 232
Apêndice D: Roteiro de uma aula investigativa (*slide*s da aula)..... 233
Apêndice E: O que é ser empreendedor? (*slides* da aula)..... 236
Apêndice F: Etapa I da atividade investigativa..... 240
Apêndice G: Etapa II da atividade investigativa..... 241
Apêndice H: Etapa III da atividade investigativa..... 243
Apêndice I: Discussão sobre a atividade de investigação..... 244
Apêndice J: Questionário Final..... 246
Apêndice K: Questões discursivas pós-investigação..... 247
Apêndice L: Frequência dos alunos durante o período da intervenção..... 249
Apêndice M: Nota atribuída aos alunos..... 250
Apêndice N: Produto Educacional..... 251

INTRODUÇÃO

Ao longo da nossa caminhada como docente, percebemos que alguns conteúdos, principalmente no componente curricular de Matemática, apresentam certas dificuldades de assimilação pelos alunos, e, dentre estes, encontram-se as funções, cuja temática é alvo de discussões em diversas pesquisas que envolvem o ensino dessa disciplina. Diante desta preocupação, este trabalho surge com o objetivo de analisar significados produzidos pelos alunos em aulas investigativas sobre o conteúdo de função afim em uma abordagem que envolve contextos voltados para situações do cotidiano.

O interesse pelos assuntos voltados à contextualização de situações cotidianas com os conteúdos matemáticos começou nas disciplinas de Prática I e II do curso de Licenciatura em Ciências com Habilitação em Matemática, no ano de 2011, ofertado pela Universidade Federal de Campina Grande (UFCG) – Campus de Cajazeiras – PB, quando em nosso estágio supervisionado trabalhamos com a temática sobre a contextualização da função exponencial.

A escolha do conteúdo envolvendo essa temática se deu a partir das memórias que tínhamos de quando éramos alunos do Ensino Médio, no qual queríamos sempre compreender o porquê de estudar isso e aquilo, qual o objetivo do ser humano em estudar certos assuntos de Matemática em determinadas épocas e que importância esses assuntos tinham para a nossa vida e para os contextos no qual vivíamos. Movidos por essas curiosidades, encontramos na Universidade um suporte melhor para entendermos certas coisas, e foi ali que pela primeira vez tivemos o contato com textos que falavam sobre a contextualização.

Ao estudarmos tais textos, tivemos a curiosidade de irmos mais além, e, diante disso, tanto nas disciplinas de estágio supervisionado quanto no artigo elaborado na Especialização que fizemos em 2013, em Educação Matemática, pelas Faculdades Integradas de Patos (FIP) trabalhamos com a mesma temática e conseguimos compreender melhor a importância das funções em nosso meio.

Foi na nossa experiência como docentes com o primeiro ano do Ensino Médio, durante os anos de 2013 a 2016, que vimos aumentar as nossas perguntas e inquietações sobre o porquê de os alunos sentirem muitas dificuldades na assimilação desses conteúdos. Diante dessas dúvidas e da busca de respostas para as mesmas, procuramos sempre trabalhar com situações envolvendo outros contextos em alguns conteúdos e percebíamos, a partir disso, melhores resultados na aprendizagem dos alunos nos conteúdos dessas temáticas.

Ainda não satisfeito com as inquietações que nos perseguiam, foi no Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, ofertado pela Universidade Estadual da Paraíba

(UEPB), iniciado em 2016, que vimos a possibilidade de mais uma vez ampliarmos nossos horizontes sobre a importância da contextualização em situações do cotidiano.

Ao focarmos sobre a contextualização, voltamos o nosso olhar para o conjunto de circunstâncias que acompanham um determinado fato, ou seja, tudo o que faz conexão com um certo objeto de estudo compreende a contextualização desse objeto de estudo.

Na academia, as abordagens que envolvem a contextualização podem se dar de diferentes formas e, entre elas, pode-se citar: através da abordagem do cotidiano, da interdisciplinaridade, da História da Matemática e com contextos da própria Matemática. Em nosso estudo focamos apenas sobre contextos com abordagens do cotidiano.

Ao falarmos de contextualização, Luccas e Batista (2008, p. 8) afirmam que:

> De acordo com o dicionário Houaiss a contextualização é o processo de construção da inter-relação de circunstâncias que acompanham um fato ou uma situação, ou seja, em um determinado contexto todos os aspectos, bem como as articulações por eles estabelecidas devem ser considerados.

Logo, é importante ressaltar que ao contextualizar em Matemática estamos envolvendo em um determinado conteúdo um conjunto de circunstâncias em torno desse objeto de estudo, criando condições para que este fique totalmente esclarecido.

Em relação a inserção dessas circunstâncias nos contextos matemáticos, Luccas e Batista (2008, p. 8-9) fazem a seguinte pergunta, que também é de interesse para o nosso estudo: Qual a importância da contextualização dos objetos matemáticos no ensino?

Em seus relatos, elas mencionam o seguinte:

> A contextualização dos objetos matemáticos pode estimular os alunos para que se sintam motivados a aprender, principalmente quando envolve um contexto diferente do puramente matemático – tão enfatizado pela perspectiva formalista. Outro aspecto possibilitado pela contextualização consiste em saciar determinados questionamentos presentes no âmbito escolar, tais como: Por que é importante aprender isto? Em que situações cotidianas eu vou utilizar o que estou aprendendo? O que tem a ver isto que estou estudando em Matemática com a minha vida?

É através dessas indagações que fomos motivados a escrever esse trabalho. Diante da escolha desse tema buscamos compreender produções de significados que os alunos obtinham em aulas investigativas, sendo estas aliadas a atividades voltadas para contextos do cotidiano sobre o assunto de função afim. A justificativa se dá pela continuação de experiências vividas,

lecionadas em turmas do Ensino Médio, de uma escola pública no município de Sousa – Paraíba, e de pesquisas anteriormente realizadas em nível de graduação e pós-graduação *lato sensu*.

Ao falarmos em produção de significados estamos nos referindo a um modelo teórico proposto por Rômulo Campos Lins, que diz respeito a ações enunciativas produzidas por um indivíduo sobre uma determinada atividade, ou seja, produção de significados tem a ver com os conhecimentos que um sujeito tem acerca de tal assunto. Em nosso estudo procuramos conhecer produções de significados dos alunos sobre a produção, a venda e o lucro com geladinhos em consonância com o conteúdo de função afim.

Na condição de estudantes e pesquisadores, foi possível aprofundarmos cada vez mais nossos estudos na referida área da pesquisa. Percebemos que significados produzidos no ensino de Matemática podem ajudar aos alunos a entenderem melhor os conteúdos trabalhados pelos docentes. Também vimos que inserir nas aulas outros contextos diferentes dos contextos matemáticos propriamente ditos e com atividades investigativas podem promover aos alunos novas maneiras de entenderem os conteúdos matemáticos. Essas inserções também podem conduzir os discentes a compreenderem detalhadamente os diversos assuntos da estrutura curricular que são mencionados no ensino de Matemática.

O ensino de Matemática com aulas investigativas pode potencializar os alunos a produzirem diversos significados em uma dada atividade. Utilizamos nessa discussão os escritos de Ponte, Brocardo e Oliveira (2016). Nesse estudo eles mencionam que o trabalho com investigações matemáticas ajuda aos alunos a formarem conjecturas sobre os problemas propostos, ajudando-os a chegar à demonstração dos mesmos a partir de ideais oriundas do seu conhecimento. Em suma, investigar matematicamente significa encontrar respostas para os desafios que são propostos em determinadas atividades, tendo sido este o nosso desafio neste estudo.

Com base nessas ideias, buscamos ampliar a pesquisa e aprofundarmos a nossa investigação no que se refere ao estudo do conteúdo de função afim, por meio de aulas contextualizadas e com uma atividade investigativa que envolve o contexto do cotidiano dos discentes presentes na pesquisa, em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Sousa, Paraíba.

Portanto, defendemos nesse estudo a importância do aluno conseguir, por meio de aulas investigativas, produzir significados diante do assunto que está sendo abordado na sala de aula, e a escolha por trabalharmos com a função afim se deu exatamente pela ligação que o assunto possui com as nossas atividades diárias. Para isso, usamos uma atividade investigativa sobre a

produção e venda de geladinhos, sendo este tipo de “sorvete” bastante conhecido por todos os alunos da região. Assim iremos investigar significados que os alunos conseguirão obter em uma atividade que envolve a relação de produção e venda de dois tipos de geladinhos: um de 115 mℓ e outro de 180 mℓ. Serão observadas as estratégias que eles irão utilizar para vender e obter lucro com essas vendas, baseando-se em um quadro com nove sabores de geladinhos e seus respectivos ingredientes que lhes serão entregues no momento das aulas. Será analisado o levantamento de ideias que eles farão, em grupos de quatro a cinco pessoas, entre a venda de geladinhos e a relação com a função afim, bem como as expressões matemáticas formuladas, os gráficos que conseguirão elaborar e a confecção de um cartaz, no final da investigação, que aborde melhores estratégias de vendas do seu próprio negócio.

O nosso trabalho com o conteúdo de função, como citado anteriormente, se deve a outras experiências anteriores a essa pesquisa e também na percepção de que os alunos ainda enfrentam dificuldades no estudo desse conteúdo, como na álgebra em geral.

Faremos um passeio histórico sobre o estudo de função e sua importância em nosso meio. Apontamos alguns resultados de como está a situação do ensino da álgebra em nosso país. Discutimos sobre a contextualização no ensino de funções, falamos das ideias essenciais no estudo de função e focamos, com mais detalhes, nas abordagens do conteúdo de função afim, já que toda a atividade investigada está diretamente voltada para as abordagens desse conteúdo.

Acreditamos que o trabalho de Matemática no qual o aluno sinta-se construtor de suas próprias ideias pode contribuir para uma melhoria no ensino dessa área, pois ao trabalhar assim, o professor estará conduzindo os seus alunos a uma direção em que eles perceberão outros olhares para essa disciplina, que ainda é tachada por muitos, como a “disciplina do terror escolar”.

Na intenção de obter respostas condizentes para o nosso problema de pesquisa, temos o seguinte objetivo geral: Analisar produções de significados no estudo de função afim, por meio de aulas investigativas com contextos voltados para o cotidiano.

Como meio para alcançar o objetivo geral, delineamos os seguintes objetivos específicos:

- Compreender como ocorre o processo de aulas investigativas no meio escolar e as reações dos alunos diante de uma atividade sobre a venda de geladinhos, na qual eles tinham que ser os responsáveis por criar suas próprias estratégias;
- Compreender como o modelo teórico dos campos semânticos se insere na prática dentro da sala de aula e que significados são produzidos no decorrer da atividade proposta.

A presente Dissertação está organizada em capítulos que abordam temas relevantes para o entendimento dessa pesquisa. De início, antes da apresentação dos mesmos, trouxemos essa pequena introdução que aborda a importância dessa pesquisa. Em seguida abordamos o nosso problema de pesquisa, a justificativa pela escolha do tema, os objetivos gerais e específicos.

No Capítulo 1, ressaltamos a importância da contextualização no ensino de Matemática, o que permitirá compreendermos sobre os contextos de ensino e o contexto circunstanciado, e como este último está presente no ensino desse componente curricular. Em seguida abordamos sobre os contextos matemáticos aliados ao cotidiano dando ênfase a esse importante contexto no meio educacional e que se apresenta como destaque em nossa proposta de intervenção. Finalizamos o capítulo abordando as concepções sobre a contextualização que alguns documentos curriculares trazem em seus escritos.

No Capítulo 2, apresentamos uma discussão apenas sobre o ensino de funções, abordando algumas ideias sobre a temática e como a contextualização pode estar presente nos diversos conteúdos que se fazem presentes na composição desse assunto. Aqui abordamos inicialmente algumas ideias sobre o conceito de função ao longo da história e como o ensino desse conteúdo está acontecendo nos últimos anos na Educação Básica do nosso país, o qual constata-se que a cada ano a situação está piorando no Ensino Médio. A partir disso, colocamos em pauta alguns dos motivos pelos quais isso está acontecendo e ao mesmo tempo apontamos alguns caminhos que visem à melhoria de tais resultados. Posteriormente, abordamos um desses caminhos, que, a nosso ver, pode contribuir para diminuir as dificuldades encontradas no ensino de funções, que é a presença de outros contextos inseridos nas aulas presentes no contexto escolar.

Nesse estudo, abordamos também a compreensão de ideias essenciais de funções para o Ensino Médio e apontamos aqui, além do âmbito matemático, a sua aplicação em diversas outras situações. Finalizamos o capítulo abordando as concepções sobre o que dizem alguns documentos curriculares em relação ao ensino dos conteúdos que envolvem essa temática.

No Capítulo 3, apresentamos as reflexões sobre o modelo teórico dos campos semânticos proposto por Rômulo Campos Lins e sua influência no ensino de Matemática na sala de aula. Inicialmente apresentamos a teoria desse modelo e o seu surgimento e em seguida apontamos o cerne da mesma, que é a produção de significados dentro de uma determinada atividade sobre a venda e a comercialização de geladinhos. Em seguida apontamos também os direcionamentos que essa teoria permite tanto aos professores quanto aos alunos em uma sala de aula. Em seguida abordamos as investigações matemáticas na sala de aula, baseando-nos nos escritos de João Pedro da Ponte, Joana Brocardo e Hélia Oliveira procurando ressaltar que o

trabalho com investigações é um método que possibilita os discentes construírem conhecimento e apresentarem entusiasmo pela Matemática, sendo o principal objetivo de uma aula investigativa conhecer aquilo que ainda não se sabe, e identificar claramente o problema a resolver. Apresentamos aqui também o desenrolar desse tipo de aula e as etapas a serem seguidas, bem como os direcionamentos que a mesma pode dar aos professores e discentes em uma sala de aula. Finalizamos este capítulo fazendo as conexões entre o modelo teórico dos campos semânticos e a proposta de investigações matemáticas na sala de aula, na qual apresentamos as ligações entre os dois referenciais teóricos.

No Capítulo 4 focamos na Educação Matemática Crítica, em que posicionamos os nossos questionamentos sobre o empreendedorismo e o neoliberalismo, apontando algumas considerações importantes sobre a presença do empreendedorismo em nosso meio e o impacto do neoliberalismo sobre o mesmo. Após a discussão dessa crítica trazemos o olhar da Educação Matemática para a temática e finalizamos as nossas discussões apontando como essas ideias se encaixam em nosso trabalho, conforme as discussões de Ole Skovsmose (2014).

No Capítulo 5 registramos os aspectos teórico-metodológicos da nossa pesquisa, apresentando a tipologia em que ela se encaixa e os caminhos trilhados na intenção de obter dados e resultados satisfatórios para a mesma. Nesse capítulo também apresentamos a questão de investigação que iremos trabalhar na sala de aula. Foi abordado aqui também as características da escola e da turma participante da pesquisa, os instrumentos de levantamento e análise de dados.

No Capítulo 6, apresentamos a análise dos dados em relação à questão trabalhada na sala de aula, na qual foram discutidos os significados produzidos em cada equipe, e destacamos toda a vivência da atividade, assim como o desempenho dos estudantes na resolução da mesma, e para este fim seguimos a rigor as etapas de uma aula investigativa para a construção das ideias analisadas no trabalho de campo.

Finalizamos o trabalho de pesquisa trazendo algumas considerações que a mesma proporcionou ao longo da caminhada a partir dos resultados e das análises realizadas. Apresentamos também ao final desse trabalho as Referências e os Apêndices.

Quanto ao Produto Educacional, como exigência do mestrado profissional, além da Dissertação, ficou decidido montarmos um livreto com a atividade investigativa explorada nessa pesquisa, na qual iremos expor sugestões que não foram apresentadas no decorrer do levantamento de dados desse trabalho, e tal atividade precisou de um outro olhar, o qual exploramos com mais rigor nesse livreto.

1 UM OLHAR SOBRE A CONTEXTUALIZAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

No ensino de Matemática, ao aliarmos os contextos presentes na sala de aula com os diversos contextos que compõem o nosso meio, podemos compreender melhor como diversos fenômenos acontecem ao nosso redor e como eles estão diretamente ligados com o que ensinamos na escola. Diante disso, fazemos uma análise sobre os contextos de ensino e os contextos do cotidiano, abordando, a partir desses, a dinâmica do contexto circunstanciado e sua constante presença nos cenários da sala de aula. Finalizamos as nossas discussões apresentando as concepções que alguns documentos curriculares trazem sobre a contextualização no ensino da Matemática e apontamos, na perspectiva da Educação Matemática, um olhar crítico sobre os fundamentos desses documentos.

1.1 Contextos de ensino e contexto circunstanciado

Nos últimos anos, em Educação Matemática, tem intensificado a preocupação dos pesquisadores/educadores matemáticos com os processos de ensino e aprendizagem de Matemática e incentivado os professores a compreenderem melhor algumas situações presentes no ensino desse componente curricular. Nos dias atuais, muitos professores dessa disciplina procuram diversas maneiras que aproximem os alunos da Matemática ensinada com outras situações, na tentativa de assegurar um ensino de melhor qualidade, que leve os alunos a questionar, a expor suas ideias e tirar as suas dúvidas. Diante disso, as pesquisas atuais procuram mostrar novos caminhos para o ensino dessa disciplina e muito se discute sobre novas metodologias na qual a Matemática não seja vista como o terror da escola, mas como uma disciplina essencial para o conhecimento humano, que estar repleta de aplicabilidades, de conceitos históricos e muito presente em nossas situações diárias. Diante disso surge a necessidade de trabalhar a Matemática escolar relacionada com os diversos contextos que nos cercam e que estão no entorno dessa disciplina, para que dessa forma haja produção de significados sobre a mesma.

Ensinar a Matemática escolar voltada para outros contextos não é uma tarefa simples, uma vez que exige mais compromisso, estudo e dedicação dos docentes que a lecionam. É preciso que os professores dessa disciplina possam ensiná-la em uma abordagem externalista em contraposição à abordagem internalista tão presente na Matemática.

Quando nos referimos a uma abordagem externalista estamos aludindo a um ensino de Matemática que dê conta de ir além do próprio âmbito matemático, que seja um ensino capaz

de transformar os indivíduos e que possa prover reflexões aos sujeitos presentes nas instituições de ensino sobre como atuarem nas diversas situações do cotidiano.

Antes de partirmos para uma ideia mais aprofundada da temática em análise, precisamos focar no significado da palavra contexto, para que assim possamos compreender melhor as ideias que em seguida virão.

Segundo o dicionário *online* Aurélio, contexto é um:

> **1.** Conjunto de circunstâncias à volta de um acontecimento ou de uma situação. **2.** Aquilo que envolve algo ou alguém. **3.** Conjunto de elementos linguísticos à volta de som, palavra, locução, construção, frase, parte de discurso, etc. **4.** Modo pelo qual as ideias estão encadeadas no discurso. **5.** Ligação entre as partes de um todo. **6.** Aquilo que envolve algo ou alguém.

Baseando-se nessas definições, percebemos que a palavra contexto possui uma série de significados, sendo que em nosso estudo o trataremos como todo o conjunto de circunstâncias que está a volta de uma determinada situação ou acontecimento, bem como afirma Lacasa citado por Almeida (2016, p. 152), que: "um contexto é determinado pela relação entre os objetos, sujeitos e o seu entorno". Essa situação no contexto escolar pode envolver o cotidiano dos alunos, a relação de uma disciplina com outra, a inserção da História da Matemática, as circunstâncias exteriores à sala de aula e as que ali estão presentes, entre diversas outras alternativas, constituindo-se no que denominamos contextos de ensino.

Spinelli (2011, p. 66), afirma que:

> Contextos de ensino são formados a partir do conjunto de circunstâncias exteriores às situações de ensino, mas que guardam com elas alguma relação de proximidade, como é o caso, por exemplo, das circunstâncias que caracterizam contextos familiares, sociais, culturais, históricos e econômicos. A tarefa docente relaciona-se diretamente à identificação das circunstâncias pertinentes em cada caso e à elaboração de contextos e narrativas apropriadas em vista do objetivo proposto, qual seja, o aprendizado de conteúdos disciplinares.

Assim, um contexto de ensino nas aulas de Matemática pode ser entendido como "uma relação entre sujeitos (logo, tem aspectos individuais e coletivos) em uma situação institucional, num dado espaço físico em um certo momento" (ALMEIDA, 2014, p. 94). Sendo assim em todos os momentos, tanto dentro como fora da unidade escolar estamos diante de situações que podem ser usadas como contextos no ensino de Matemática, desde que haja um olhar aguçado do professor sobre o que ele quer expor na sala de aula, pois certas situações que muitas vezes

passam despercebidas pelos alunos nos contextos vivenciados por eles podem trazer à tona situações de debates e diálogos dentro da sala de aula envolvendo a temática abordada, tornando o momento enriquecedor e propiciando a todos uma aprendizagem mais ampla, contribuindo para a diminuição das dificuldades de compreensão tão presentes na matemática abordada na escola.

Para Almeida (2014, p. 94), o contexto:

> [...] envolve também o momento em que os alunos estão vivendo; o material que está sendo utilizado e a forma como a atividade está sendo conduzida ou orientada; as referências que o professor traz de outras áreas do conhecimento; as relações com os conhecimentos prévios dos alunos; o vocabulário que professores e alunos utilizam; o modo como os alunos estão dispostos em sala de aula; se estão ou não numa sala de aula convencional ou no campo procurando determinar uma "distância inacessível" diretamente pela sua observação; se o professor propõe o problema esperando uma solução única ou que os alunos façam estimativas e aproximações; a época em que isto está sendo feito e o que ocorre além da sala de aula. Ou seja, o contexto é determinado por muito além da consignação enunciada pelo professor.

Diante dessas discussões, percebemos que em muitas situações presentes no ambiente escolar podemos utilizar os vários contextos que temos acesso e inseri-los em nossas abordagens, pois devemos levar em consideração o conhecimento que os alunos já levam consigo para a escola, ou seja, seus conhecimentos prévios. É a partir desses conhecimentos que outros conhecimentos vão surgindo e os contextos do cotidiano podem ajudar a minimizar as dificuldades para que esses novos conhecimentos possam ser processados. É a partir de situações vividas no dia a dia que produzimos significados para as diferentes situações que estão ao nosso redor e o professor de Matemática deve estar atento a isso, o qual deve desprender-se do que está apenas escrito no livro didático e mergulhar nas profundezas de outros contextos, pois mais do que passar tarefas com exercícios e mais exercícios, é fazer o aluno entender o significado de tais exercícios para a sua verdadeira aprendizagem. É a forma como estas tarefas são trabalhadas na sala de aula que faz a diferença na aprendizagem de cada aluno, pois cada um deles possui diferentes saberes e competências advindas das suas vivências e experiências pessoais, e que sem dúvidas merece um destaque maior nas explorações dadas pelos professores.

O professor de Matemática, sempre que iniciar qualquer conteúdo, deve usar dos conhecimentos que os alunos trazem de suas vivências, pois são esses conhecimentos que os alunos já carregam consigo que constituem o seu repertório de conhecimentos e, tais

conhecimentos estão além do âmbito escolar, sendo estes adquiridos no meio cultural, com os seus pais, amigos e que, se levados em consideração pelo professor podem vir a somar dentro da sala de aula. É de fundamental importância, ao ensinar algo, partir do conhecimento que o aluno já possui, considerando nesse meio a sua própria linguagem, a linguagem do seu dia a dia, mas sem privá-lo dos conhecimentos científicos e da linguagem específica da Matemática.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2016, p. 272), que entrou em vigor recentemente, afirma que:

> O levantamento dos conhecimentos prévios é fundamental como ponto de partida, seja para dar significado ao que o aluno já sabe intuitivamente, seja para avançar e ampliar o que se sabe por intuição, ou ainda, para superação de compreensões ou usos equivocados de termos ou conceitos.

Logo, para que isto aconteça é preciso que o professor também conheça bem os seus alunos, o contexto no qual este está inserido, os seus repertórios no que diz respeito à Matemática e a partir disso tentar fazer o melhor nas suas aulas, aproximando os alunos com os contextos matemáticos e os demais contextos.

Em relação a isso, Spinelli (2011, p. 72) afirma que:

> Contextos elaborados dirigidamente para a apresentação de conteúdos matemáticos podem permitir a aproximação entre sujeito e objeto, se criados com base no reconhecimento das vivências e conhecimentos anteriores do sujeito sobre alguns dos significados do objeto que lhe foram permitidos construir até então. Nessa aproximação, caberá ao contexto propor situações em que as novas relações a serem estabelecidas entre significados do objeto são apresentadas ao sujeito e, caberá a ele, no sentido de construí-las para si, transpor algumas características das relações anteriores para as novas, ampliando-as.

Ao partir dessa análise dos conhecimentos prévios, temos que levar em consideração que tudo isso só faz sentido se os discentes se sentirem motivados e interessados no momento em que toda a situação está acontecendo, pois, a aprendizagem depende muito da forma como o aluno age diante do novo e de sua motivação na sala de aula. Podemos dizer que são as circunstâncias que levarão o aluno a aprender ou não, ou seja, são as situações que estarão acontecendo no momento da explanação do conteúdo que fará com que o indivíduo aprenda ou não, sendo estas circunstâncias, segundo Almeida (2016), que configuram o que chamamos de contexto circunstanciado.

O conceito de contexto circunstanciado vem da criminologia (estudo das causas do comportamento antissocial do homem, com base na psicologia e na sociologia) e leva em consideração todas as circunstâncias presentes na vivência dos sujeitos. Segundo Almeida (2016, p. 153), este contexto "diz respeito às motivações e interesses que os sujeitos participantes de um diálogo possuem ou apresentam em uma dada situação". Assim a aprendizagem ou o fracasso escolar do sujeito vai depender das circunstâncias encontradas no momento em que o professor estiver explicando os conteúdos, ou seja, vai depender do interesse que este vai dar ao que está sendo mencionado diante da situação ali presente.

No ensino de Matemática, o contexto circunstanciado refere-se ao momento presente da sala de aula e para que o aluno aprenda não depende apenas da maneira como o professor dá as suas aulas, mas das circunstâncias presentes no momento de explanação do professor, que por mais interessante que seja, pode ou não gerar interesse no aluno para aprender, pois isto também depende do interesse dos alunos e dos seus repertórios trazidos para a sala de aula. Reforçando essa ideia, Almeida (2016, p. 153) afirma que:

> [...] se nos interessa falar de contextos de ensino ou de aprendizagem, os comportamentos dos sujeitos perante o objeto a se ensinar ou aprender influenciam, sobremaneira, o sucesso ou fracasso desse intento. Logo, quando nos referimos a contextos circunstanciados, ou simplesmente a contextos, queremos que seja considerado também esse componente relativo às motivações ou interesses dos partícipes da situação corrente ou em análise.

A partir disso, fica esclarecido que a aprendizagem só acontece quando existe algo chamado motivação, e essa motivação é fruto de diversos fatores que acontecem tanto dentro como fora da unidade escolar. É preciso motivação tanto do aluno para aprender como é preciso motivação do professor para ensinar, pois não podemos culpar apenas os discentes pelas dificuldades existentes na aprendizagem, uma vez que nós, enquanto professores, também precisamos rever a forma como estamos ensinando e analisar se a nossa metodologia está sendo adequada ou não, se precisa passar por mudanças e como proceder diante disso.

Diante disso, abordar outros contextos na sala de aula pode ser uma das alternativas metodológicas que podem ajudar aos discentes a compreenderem a abstração existente na Matemática e perceberem que o que se aprende dentro do cenário da sala de aula tem relações com as vivências exteriores a ela. É preciso que nós, enquanto professores de Matemática, compreendamos que a aprendizagem se dá pela elaboração de pensamento e pela capacidade

de abstração dos alunos, sendo a contextualização, nesse processo, um meio, e não a solução de todos os problemas encontrados nos processos de ensino.

Essa ressalva se faz necessária ao pensarmos em estratégias que visem a melhoria do ensino de Matemática, pois a contextualização é sempre abordada como um dos primeiros pontos que visam à melhoria do ensino, apontada algumas vezes como a solução dos problemas, e nós, enquanto professores, atuantes, sabemos que não é bem assim, pois contextualizar é um ato sempre presente na sala de aula, sendo a forma como está é mencionada pelo professor e aceita pelos alunos, em suas motivações, o diferencial na sala de aula.

Além disso, uma grande parcela de profissionais da educação carrega consigo a ideia de que a contextualização é algo que acontece apenas quando inserimos contextos cotidianos nos contextos matemáticos. Esta é, de fato, uma das possíveis formas de contextualizar, mas não é a única, pois há diversas maneiras do professor contextualizar os assuntos matemáticos e levar aos discentes, propostas diferentes das que usualmente são utilizadas nas aulas de Matemática. Sempre que o professor parte de um conhecimento matemático qualquer e, a partir de sua mediação, consegue fazer seus alunos compreenderem, seja usando situações cotidianas, contando uma história, usando um texto de uma determinada situação em que a Matemática se faz presente ou utilizando apenas os próprios saberes matemáticos, a contextualização está acontecendo.

A contextualização é um processo que, como mencionado acima, não necessita apenas ser trabalhado usando o cotidiano do aluno como estratégia para o seu acontecimento, pois existe, além dessa, outras formas da mesma acontecer, pois podemos citar dentro da própria Matemática as suas aplicações ligadas com a sua história e também a interdisciplinaridade, entre tantos outros meios. Aqui em nosso trabalho a contextualização abordando o ensino de funções afins com as situações do cotidiano ganhará um destaque maior, uma vez que já foi comentado o porquê dessa escolha, porém fica esclarecido que esta é apenas uma das tantas outras maneiras de contextualizar.

A aplicabilidade da Matemática em outros contextos pode favorecer efeitos positivos dentro do ambiente escolar, pois contextualizar o ensino de Matemática é colocar em evidência o papel social que a escola possui e contribuir na formação de sujeitos críticos, capazes de atuarem no exercício de sua cidadania.

Quando mencionamos o papel social da escola, vale salientar que nos últimos anos houve muitas mudanças. Antes esse papel era restrito apenas ao ensino das disciplinas, mas hoje a escola exerce grande importância no desenvolvimento social dos indivíduos, o que

envolve diversas outras questões no processo de aprendizagem, tais como aspectos culturais, cognitivos, afetivos e históricos.

Na Matemática não é diferente, todas essas questões precisam estar presentes e, para que isso aconteça, é necessário um olhar do docente que vá além da Matemática ensinada, que em muitas ocasiões é internalista. É preciso que o docente ajude aos alunos a perceberem a importância dessa disciplina em nosso meio, pois em diversas ocasiões o repúdio à Matemática surge pela falta de conexão com o que vivemos do outro lado dos muros da escola e a contextualização é um forte aliado para o professor que deseja mudar a sua prática, para aquele que ainda acredita em um ensino melhor e que deseja ensinar este componente curricular visando à aprendizagem dos seus alunos que se sentem motivados em aprender e, busca motivar aqueles que são desmotivados, buscando assim, de acordo com o contexto circunstanciado, procurar mudanças para a Educação Matemática do ambiente escolar no qual os sujeitos estão inseridos.

O estudo da Matemática, aliado a outros contextos, pode ajudar aos alunos a perceberem certas relações matemáticas com as suas vivências, a perceberem a importância do que estudam na escola para sua vida, na abrangência de outros contextos do mundo moderno em que vivemos.

Falando da abrangência de outros contextos no ensino da Matemática, Gitirana e Carvalho (2010, p. 89-90) afirmam que o uso desses contextos na Matemática serve para:

- Possibilitar que os alunos mobilizem os conhecimentos prévios para entender melhor um conteúdo matemático.
- Favorecer a identificação de outros campos de uso da Matemática.
- Contribuir para a ampliação dos significados que um conteúdo matemático pode assumir.
- Auxiliar a criança a desvendar os conhecimentos que estão por trás do funcionamento dos objetos.
- Permitir que o aluno entenda a Matemática como uma ciência em evolução e que possui aspectos culturais.
- Auxiliar na formação de um cidadão crítico e consciente.

Diante desse aporte da contextualização no ensino de Matemática, percebemos que ela pode ser útil ao entendimento de diversas situações. Uma dessas situações que Gitirana e Carvalho (2010) mencionam é o auxílio na formação de um cidadão crítico e consciente. Mas como isso pode ser feito no âmbito da Educação Matemática?

A resposta a essa pergunta pode ser dada de diferentes formas, pois não são poucas as vezes que a Matemática está presente na vida dos cidadãos, em que eles podem usá-la ao seu favor. Quando os alunos entendem que todo o mundo globalizado em que vivemos atualmente, necessita da Matemática para todas as suas funções, e usando essa mesma Matemática ele consegue se conscientizar enquanto cidadão, argumentar ideias reflexivas e se posicionar de forma crítica enquanto sujeito participante de uma determinada sociedade ele está usando a Matemática crítica. Esta Matemática pode incentivar o desenvolvimento do sujeito ativo, fazendo com que este entenda as relações que o circundam e lute por seus direitos enquanto participante de uma sociedade democrática.

Como é possível notar, ao longo dessas discussões as ideias matemáticas podem ser criadas em diferentes contextos e estes assumem diversos papéis na Educação Básica. É preciso que os alunos entendam o contexto da época em que alguns estudos matemáticos foram criados, para que eles articulem tal criação às necessidades da época. Um exemplo simples que Gitirana e Carvalho (2010) trazem é o surgimento dos números racionais e irracionais, sendo o primeiro surgido por uma necessidade da época, que era a de medir as terras férteis do Rio Nilo, sem que houvesse sobras, e o segundo, surgido em um contexto puramente matemático, que só fazia sentido em uma situação totalmente abstrata, sendo ambos de suma importância para o desenvolvimento da Matemática que hoje nós temos.

Como já foi mencionado, é importante descrevermos diversos conjunturas aos contextos matemáticos estudados na escola, pois sabemos que a aprendizagem depende de diversos fatores, principalmente do contexto circunstanciado, e quando o professor leva para a sala de aula outras maneiras do aluno enxergar o conteúdo estudado, isso passa a fazer diferença no conhecimento daquele aluno que busca aprender, e passa também a ser uma maneira de motivar aqueles alunos que dizem não compreender Matemática por causa das abstrações presentes.

A contextualização, portanto, pode ser uma forte aliada no aprendizado de Matemática, facilitando aos alunos entenderem a sua aplicação em outros contextos, pois sabemos que é preciso modificar o que se ensina para que este se transforme em objeto de ensino e possa ser aprendido pelo aluno e esta é uma alternativa que pode ocorrer com a presença da contextualização, pois é preciso trazer para o contexto da sala de aula características externas à ela, tais como a vivência familiar, a realidade histórica, o trabalho científico, entre outras, ajudando ao aluno a encontrar significado naquilo que ele estuda na sala de aula.

Em nosso estudo, apontamos a possibilidade de composição de contextos no ensino usando situações do cotidiano. Que situações são essas? Como trabalhá-las na sala de aula?

Essas situações ajudam ao aluno a ter um posicionamento político da sua atuação como cidadão? Essas perguntas serão discutidas no decorrer das próximas seções.

1.2 Contextos matemáticos aliados ao cotidiano

Quando falamos em contextualização, como já mencionado, talvez a primeira ideia que vem a nossa cabeça é a de trabalhar o conteúdo que está sendo proposto na sala de aula com situações do cotidiano. Esta é sem dúvida uma das formas de contextualizar, mas não é a única! Foi discutido que a contextualização contempla um universo maior, pois ao trazermos textos sobre outras áreas do conhecimento, leituras que falem da História da Matemática, ou ainda, situações-problema que auxiliem o aluno a construir e desenvolver conceitos e procedimentos matemáticos, a contextualização está acontecendo.

A presença de contextos matemáticos aliados ao cotidiano, como uma das formas de contextualizar, pode ajudar a diminuir as dificuldades tão presentes na Matemática e estabelecer conexões entre os conhecimentos do senso comum e os conhecimentos escolares, pois quando bem compreendida e aplicada pode levar os discentes a perceberem uma aproximação maior entre o que vivem e o que estudam na escola e assim pode ajudar aos mesmos a criarem novas visões sobre a Matemática. Outro aspecto importante da contextualização é transformar os educandos em seres críticos e ativos na sociedade em que vivem. Nessa perspectiva, Monteiro (2001, p. 64) nos diz que:

> O professor tem sua função de problematizar, de interferir no processo pedagógico, de estar aberto para aprender, de ser o orientador/o coordenador do processo de construção do conhecimento. Por outro lado, o aluno deve trazer para dentro da sala de aula seus problemas, as diferentes formas como eles são trabalhadas no cotidiano, os conhecimentos gerados a partir deles. De qualquer forma, ambos, professor e aluno, devem buscar a superação do conhecimento que possuem a fim de se modificarem e de transformarem a sociedade em que vivem.

Essa superação surge quando o professor e o aluno passam a *falar a mesma língua* e quando nesse meio as questões trazidas para as discussões em sala de aula passam a ser motivadoras para os estudantes, tendo relação com contextos já conhecidos por eles.

Trabalhar com questões que envolvem o cotidiano é sempre gratificante, além de estimulante, tanto para o professor quanto para os alunos, tendo estes a capacidade de compreenderem melhor os conceitos abordados e talvez até aprimorá-los.

No ensino da Matemática há diferentes tipos de contextos, sendo estes matemáticos e não-matemáticos que são interessantes e potencializadores, capazes de transformarem a sala de aula em um ambiente propício a criticidade e em um cenário transformador de ideias dos sujeitos presentes. O contexto voltado para o cotidiano com a sua articulação com os contextos matemáticos, por exemplo, pode desempenhar muito bem esse papel e transformar a sala de aula em um ambiente motivador para os discentes ajudando-os a entenderem o mundo a sua volta.

Mas como isso pode ser feito? Como trabalhar com situações do cotidiano na sala de aula que transformem os sujeitos ali presentes em seres críticos?

Em primeiro lugar há muitas maneiras, mas nenhuma garante, de fato, que os sujeitos presentes sejam críticos diante das determinadas situações se o contexto circunstanciado não for motivador. Diante das diversas possibilidades citamos o caso da contextualização envolvendo as práticas sociais e econômicas presentes no entorno dos alunos. Ao inserirmos nas aulas de Matemática discursos que estejam voltados para as práticas sociais em que estamos inseridos estamos contribuindo com a formação de cidadãos mais críticos, que saibam usar a Matemática aprendida na escola nas variadas situações do seu meio, desde que haja oportunidades para discussão e debate das ideias veiculadas e que surjam no momento da aula.

Gitirana e Carvalho (2010) afirmam que a contextualização matemática com as práticas sociais é uma das mais presentes no cenário escolar. Eles evidenciam que quando trabalhamos com feiras ou mercados de brincadeira, em que os alunos "*compram*" e "*vendem*", com cédulas recortadas dos livros, estamos contextualizando em uma perspectiva voltada para os meios sociais, pois:

> Quando bem explorada, esta estratégia permite que a criança se familiarize com os vários usos (significados) das operações elementares. A compreensão do que é informado nas contas de gás, luz e telefone, além de socialmente importante, também contribui para a familiaridade com essas operações. Já um contracheque, ou um extrato de conta bancária, permite a contextualização dos números negativos (os débitos ou descontos). (GITIRANA E CARVALHO, 2010, p. 71).

É muito importante explorar esses temas nos conteúdos de Matemática, pois são situações essenciais à formação do cidadão, levando o aluno a perceber que o conhecimento matemático contribui para a solução da determinada situação. Situações como essas e diversas outras, como a reciclagem do lixo, o desperdício da água, a venda e a compra de produtos, o fluxo do comércio no mundo globalizado, em que a Matemática é aplicada no meio social, pode

auxiliar na formação do aluno enquanto cidadão, transformando em um ser crítico, capaz de perceber a presença da Matemática além da sala de aula e consciente de suas responsabilidades, capaz de enxergar os problemas sociais do nosso país em uma outra perspectiva e tendo o seu próprio posicionamento sobre os mesmos. Vale ressaltar que nada disso tem sentido se não existir nos sujeitos presentes a motivação para aprender.

Situações envolvendo as aplicações da Matemática ao cotidiano são de suma importância nesse componente curricular. Quando o trabalho é desenvolvido nessa perspectiva, sem dúvidas, pode possibilitar novos olhares dos alunos para o ensino de Matemática, pois, no trabalho executado pelo professor, o discente encontrará situações de motivação que favorecerão a efetivação da aprendizagem do que está sendo mencionado.

Diante disso, Gitirana e Carvalho (2010, p. 72) citam um exemplo em que essa contextualização aliada a situações do cotidiano é enfocada. Eles afirmam o seguinte:

> Por exemplo, no caso do desperdício de água causado por uma torneira que pinga constantemente, o professor pode solicitar que o aluno meça quanto tempo ela levará para encher um copo de água de 250 mℓ. Partindo da situação de proporcionalidade, como um dos significados da multiplicação, o passo seguinte é pedir que o aluno calcule quanto tempo a torneira defeituosa precisará para desperdiçar um litro de água (equivalente a 4 copos). Ainda usando a proporcionalidade, ele poderá ser levado a entender qual será o desperdício em um dia e calcular o desperdício em um mês. O valor monetário desse desperdício também pode ser calculado a partir de uma conta de água ou da exploração do valor cobrado por metro cúbico de água em sua região. É possível, ainda, comparar o volume desperdiçado, obtido nos exemplos anteriores, com o consumo médio de água de uma pessoa em diversas regiões do Brasil. Articulam-se, nesse contexto, as estruturas multiplicativas, as grandezas tempo, volume e valor monetário.

Nessa citação, percebemos a presença de uma situação, muitas vezes rotineira, a que os alunos têm acesso, ser transformada em um objeto de estudo, sendo tal situação rica em discussões para uma boa aula de Matemática. Quando o aluno se depara com um problema como este o intuito é ir além da manipulação dos cálculos matemáticos, pois o educando percebe que é uma situação em que ele pode opinar, criticar, dar suas próprias soluções e que, para este fim, a Matemática escolar é muito útil.

O ensino de Matemática aliado a contextos do cotidiano pode favorecer, e muito, para um ensino de melhor qualidade, mas o que não pode ser feito é sempre e sempre trabalhar com questões voltadas para o cotidiano como se este fosse o único tipo de contextualização a se evidenciar na sala de aula. Em relação a isso, D'Ambrósio (2001) diz que:

> O cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura.

O que este autor e educador matemático reforça, em seu texto, é a ideia de como a Matemática se apresenta no cotidiano das pessoas de muitas formas, uma vez que suas reflexões mostram a importância de se considerar o cotidiano do sujeito para que este possa adquirir o conhecimento matemático. Ele menciona que sempre estamos usando ideias matemáticas em nossas ações diárias, mas em nenhum momento, ele afirma que devemos trabalhar sempre com o cotidiano para que o ensino de Matemática faça sentido, mas o problema é que, a partir de uma leitura equivocada, podemos chegar a uma conclusão precipitada de que todo e qualquer conhecimento matemático deve ser trabalhado com base no cotidiano do aluno, o que não é bem assim, como mencionamos.

O que leva a maioria dos professores a procurarem sempre trabalharem com o cotidiano quando se fala em contextualização são as frequentes questões perguntadas pelos alunos no dia a dia escolar: Para que serve isso que estamos aprendendo? Onde vamos usar isso em nossas vidas? Logo, isso leva aos professores tentarem a todo custo inserir situações-problema que envolvam o cotidiano no assunto que está sendo explanado.

Tendo como referência a preocupação da busca de respostas para as perguntas do parágrafo anterior, muitos professores tentam de várias maneiras inserir aplicações e mais aplicações nas suas aulas com o objetivo de estar cumprindo com os desejos dos discentes de conhecerem o porquê de estarem estudando aquilo. Acontece que diante dessa busca incessante de contextualizar, os professores acabam se equivocando com o verdadeiro significado do que realmente significa o referido termo e acabam por vezes trazendo questões consideradas falsos contextos para a sala de aula e, dessa forma, acabam acreditando estar fazendo o melhor nas suas aulas de Matemática.

Em relação a essa situação, Gitirana e Carvalho (2010, p. 90) afirmam que:

> Não há dúvidas de que a contextualização dos conteúdos matemáticos é fundamental. Mas nem sempre é fácil desenvolvê-la a contento. É preciso evitar contextualizações artificiais ou aquelas que não cumprem uma função significativa na melhoria do ensino e aprendizagem.

Portanto, diante de todas essas discussões, cabe-nos afirmar que o ensino de Matemática usando contextos do cotidiano é um meio de motivar os alunos para aprenderem determinados

conteúdos dessa disciplina, mas não o único meio e nem o fim de todos os processos de ensino envolvendo a contextualização. Dessa forma, quando o aluno não compreende as ideias encontradas dentro dos conceitos dos temas estudados na Matemática nem sempre as aplicações relacionadas com o cotidiano vão ser a solução, mas podem ajudar para que os conceitos ali ensinados possam ser compreendidos de uma forma mais viável pelos discentes, uma vez que o aluno já traz uma bagagem consigo da sua vivência e que já constitui um contexto, tendo a escola a responsabilidade de ampliá-lo, alterá-lo e ajustá-lo ao novo contexto em discussão. É importante que as questões trabalhadas na sala de aula extrapolem os muros da escola, que o fazer Matemática na sala de aula possa trazer temáticas voltadas para o cotidiano, e que as mesmas se relacionem com a realidade dos sujeitos e com o que a sociedade esteja enfrentando, pois é diante das explorações de temas sociais, políticos, científicos e culturais que haverá a formação de cidadãos conscientes dos seus direitos e deveres, críticos, reflexivos e prontos para exercerem plenamente a sua cidadania, o que não é tarefa fácil para o professor, mas que depende muito da forma como este ministra as suas aulas e das informações que ele resgata de seus alunos no momento de suas abordagens sobre os diferentes conteúdos ensinados.

1.3 Concepções sobre contextualização em alguns documentos curriculares

O conceito de contextualização é um dos mais comentados quando se fala em estratégias didáticas que possam contribuir para que haja uma assimilação melhor dos conteúdos estudados na sala de aula pelos alunos, tanto nos cursos de licenciaturas como nas formações continuadas para professores. Não diferentemente, o mesmo acontece nos fundamentos de alguns documentos curriculares, e entre eles iremos relatar o que dizem as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM), as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM), os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (PCN+ Ensino Médio) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Ensino Médio que são alguns dos principais documentos curriculares do nosso país.

Começamos as nossas discussões abordando o que as OCEM (BRASIL, 2006, p. 69), afirmam sobre o ensino de Matemática, ao final desse nível de ensino. Ao descrever seus objetivos, afirmam que, ao final da Educação Básica,

> Espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do quotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do

> conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico.

Percebemos a partir dessa citação que o que se espera do aluno ao final do Ensino Médio é uma maturidade maior com a capacidade de lidar com problemas matemáticos, e que os mesmos possam buscar a compreensão das noções matemáticas. Percebe-se que as variadas formas de contextualizar aparecem na citação acima e, entre elas, resolver problemas práticos do cotidiano aparece como um desses objetivos, e isso só acontecerá com maior frequência na vida prática do aluno se o professor inserir outros contextos na sala de aula, principalmente aqueles voltados a situações cotidianas na unidade escolar, pois ao se deparar com certos problemas na sua vivência que exigem o raciocínio matemático para a sua resolução, o aluno lembrará que aquilo que ele estudou na escola faz sentido para resolver certas situações em sua vida diária, acontecendo assim a assimilação entre o que se aprende na escola e o que realmente é vivido em outros contextos da vivência deles.

Diante do exposto podemos, enquanto professores de Matemática, nos perguntar até que ponto as situações do cotidiano no ensino de Matemática dão conta para o acontecimento dessa contextualização.

Sabemos que em nosso cotidiano há muitas situações que envolvem o uso da Matemática, sendo estas situações muitas vezes trazidas em forma de situações-problema para a sala de aula, em que o professor faz uma aproximação entre a sala de aula e o contexto do cotidiano.

Nas abordagens que falam dessa relação entre cotidiano e contextualização, as OCEM (BRASIL, 2006, p. 50), afirmam que:

> Embora a maioria dos fenômenos da natureza e dos avanços tecnológicos faça parte do dia-a-dia de uma parcela significativa de uma sociedade, sua explicação científica não ocorre com a mesma frequência. As pessoas explicam muitas coisas utilizando o que se poderia chamar de *senso comum*. Essas explicações são limitadas a situações específicas e superficiais. A formação geral que a escola deve dar aos seus alunos tem como meta ampliar a compreensão que eles têm do mundo em que vivem. Esse empreendimento não é linear; ao contrário, o conhecimento científico possui características bem diferentes e tem de romper com o senso comum, pois busca a generalização dos conhecimentos adquiridos para uma infinidade de outras situações.

Baseando-se nessa colocação, tem-se que os conhecimentos prévios dos alunos assumem um lugar de destaque para serem inseridos nos contextos dos conteúdos escolares, pois o dever da escola é ampliar essa visão do mundo no qual eles vivem, e assim, aprofundar os conhecimentos que estão no senso comum, transformando-os em conhecimentos científicos.

Logo, a escola tem o papel de mostrar ao aluno a importância desses conteúdos para além da escola. Assim um outro aspecto importante da contextualização por meio de situações cotidianas é despertar o olhar crítico dos mesmos para além da atividade matemática mencionada. Um exemplo disso é a nossa atividade utilizada nessa pesquisa envolvendo a venda de geladinhos aliada ao conteúdo de função afim. Sendo a venda de geladinhos algo do nosso cotidiano e a função afim um conteúdo matemático, a junção dos dois favorece um melhor entendimento do uso desse conteúdo nas relações de custo, venda e lucro. Mas será que essa atividade poderia ganhar um melhor destaque? Será que ela poderia ir além do âmbito matemático? A resposta a essa pergunta depende do contexto circunstanciado do momento, pois uma atividade como essa é rica em discussões, mas sem motivação dos sujeitos presentes não há aprendizado e nem criticidade. Caso o contexto circunstanciado propicie boas discussões, alguns questionamentos poderiam ser feitos diante dessa temática e, entre eles elencamos os seguintes: Quais são os desafios de um vendedor de geladinhos no mercado neoliberal vigente? Como a contextualização aplicada na sala de aula pode ajudar nisso?

São questionamentos desse tipo que provocam nas aulas de Matemática a oportunidade para que boas discussões sobre o nosso entorno e na sociedade em que estamos inseridos possam vir à tona e, nesse contexto, diversas ideias associadas as práticas sociais, a globalização, a Matemática, o neoliberalismo e, logicamente, o cotidiano podem render boas discussões nas aulas de Matemática.

As OCEM (BRASIL, 2006, p. 5[1]) abordam a importância da contextualização no meio escolar afirmando que essa "serve para problematizar a realidade vivida pelo aluno, extraí-la do seu contexto e projetá-la para a análise", mas até que ponto ela é capaz disso?

Percebe-se que há uma grande preocupação dos documentos curriculares em abordar a contextualização como um meio de inserir situações do cotidiano no meio escolar, mas não é mencionado até que ponto essas abordagens dão conta das situações do cotidiano, e vice-versa.

O que percebemos nos documentos analisados é a afirmação de que a contextualização pode assumir um papel de grande importância nas discussões que buscam estratégias para um ensino de qualidade e, a inserção de outros contextos nos contextos escolares tem essa capacidade de elaborar uma representação do mundo real no qual vivemos, possibilitando uma

melhor compreensão do meio onde estamos inseridos, mas em momento algum é afirmado até que ponto essa contextualização dá conta disso!

Diante disso o professor precisa ter em mente a importância que tem o trabalho envolvendo a contextualização, mas também deve ter em mente que contextualizar com abordagens do cotidiano não é uma tarefa tão simples como é mencionado em alguns documentos. Em relação às diversas formas que uma aula pode ser contextualizada, além das abordagens do cotidiano, as OCEM (BRASIL, 2006, p. 35) afirmam que:

> O professor deve ter presente que a contextualização pode – e deve – ser efetivada no âmbito de qualquer modelo de aula. Existe a possibilidade de contextualização tanto em aulas mais tradicionais, expositivas, quanto em aulas de estudo do meio, experimentação ou no desenvolvimento de projetos. A própria escola e seu entorno podem servir de ponto de partida para a contextualização. Se o aluno começar a enxergar para além de sua realidade cotidiana, se perceber novos fatos e levantar novas questões, mesmo sobre lugares e coisas que não lhe são tão familiares, então o princípio da contextualização terá acontecido. É o respeito e a valorização das especificidades locais que garantem a reconstrução permanente do currículo de qualquer disciplina.

Como mencionado acima, a contextualização vai além da inserção dos contextos cotidianos nas situações-problema na sala de aula. Sempre que um professor estiver usando outras metodologias, como jogos, contando uma história, fazendo relações da Matemática com outras áreas ou até mesmo abordando a Matemática nos próprios contextos matemáticos, a contextualização está acontecendo.

Embora o nosso trabalho defenda somente uma dessas ideias, que é a abordagem dos contextos do cotidiano com os contextos de ensino, na qual a contextualização deve ser o fio condutor entre o ensino e o porquê deste ensino, consideramos de suma importância as outras abordagens, pois como já foi discutido, somente abordar a Matemática com o cotidiano não dá conta dos desafios que temos fora da sala de aula, mas, quando os estudantes reconhecem a importância do que está sendo explicado e percebem que aquilo ajudará a resolver certas situações no seu cotidiano, e até mesmo além dele, então a contextualização está servindo como meio para que os conteúdos estudados passem a ter um destaque privilegiado no meio escolar.

Na seção que discute sobre o ensino de Matemática, as OCEM (BRASIL, 2006, p. 35) afirmam que a contextualização nessa área assume uma grande importância, porém esta não pode ser feita de qualquer jeito, uma vez que a “contextualização aparece não como uma forma

de ‘ilustrar’ o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola”. Esse documento também deixa bem claro que:

> É importante, também, que o professor perceba que a contextualização deve ser realizada não somente para tornar o assunto mais atraente ou mais fácil de ser assimilado. Mais do que isso, é permitir que o aluno consiga compreender a importância daquele conhecimento para a sua vida, e seja capaz de analisar sua realidade, imediata ou mais distante, o que pode tornar-se uma fonte inesgotável de aprendizado. Além de valorizar a realidade desse aluno, a contextualização permite que o aluno venha a desenvolver uma nova perspectiva: a de observar sua realidade, compreendê-la e, o que é muito importante, enxergar possibilidades de mudança (BRASIL, 2006, p. 83).

Assim, compreendemos que os outros contextos, além do contexto matemático propriamente dito, permite aos discentes perceberem as variadas ligações entre a Matemática e o mundo que nos cerca. Não devemos achar que a contextualização é algo que acontece nas aulas de Matemática apenas para torná-la atraente, mas como algo capaz de valorizar os diversos outros contextos em que a Matemática está presente, principalmente, os contextos de nossa realidade e do meio onde estamos inseridos.

Logo, enquanto professores de Matemática, podemos selecionar temas importantes que envolvam o nosso meio social e se relacionem com os conteúdos que ensinamos nesse componente curricular para que discussões sejam geradas e haja interação dos discentes nas aulas de Matemática, contribuindo para o levantamento de ideias essenciais do dia a dia de todos os sujeitos presentes.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM) também trazem suas contribuições para o ensino, a qual se constitui como normas obrigatórias para o Ensino Médio e, apresenta como objetivo principal, orientar o planejamento curricular das escolas e dos sistemas de ensino, norteando seus currículos e conteúdos mínimos.

Sabemos que as DCNEM além de serem normas obrigatórias para o Ensino Médio, estas por sua vez orientam o planejamento curricular das escolas e dos sistemas de ensino. As diretrizes buscam promover a igualdade de aprendizagem para todos sem nenhuma distinção, garantindo que conteúdos básicos sejam ensinados para todos os alunos, sem deixar de levar em consideração os diversos contextos nos quais eles estão inseridos.

Quanto ao ensino contextualizado ao longo do currículo que rege o Ensino Médio, as DCNEM (BRASIL, 2013, p. 167) trazem o seguinte relato:

> O desenvolvimento científico e tecnológico acelerado impõe à escola um novo posicionamento de vivência e convivência com os conhecimentos capaz de acompanhar sua produção acelerada. A apropriação de conhecimentos científicos se efetiva por práticas experimentais, com contextualização que relacione os conhecimentos com a vida, em oposição a metodologias pouco ou nada ativas e sem significado para os estudantes. Estas metodologias estabelecem relação expositiva e transmissivista que não coloca os estudantes em situação de vida real, de fazer, de elaborar.

Podemos perceber a preocupação das DCNEM com o desenvolvimento científico e tecnológico que devem ser abordados nas temáticas dos conteúdos escolares e, como meio para que a escola possa conectar-se com a sociedade e com o processo globalizado em que vivemos, a inserção de outros contextos nas aulas de Matemática, pode ser um dos meios para que os conhecimentos abordados nesse nível da Educação Básica se relacionem com as situações vivenciadas pelo público ali presente, o qual pode ajudar a trazer significado para a vida dos estudantes que ali se encontram. As DCNEM enfatizam a importância da vida real ser explorada na Matemática da sala de aula, mas não apontam como isso deve ser feito.

Apesar de estarmos longe de atendermos as necessidades dos estudantes que ocupam os diversos níveis escolares da Educação Básica do nosso país, precisamos sempre procurar meios que possam trazer melhorias para a situação caótica que ainda vivenciamos em nosso meio, pois os conteúdos que regem o currículo do Ensino Médio, principalmente na área de Matemática e suas tecnologias precisam sempre ser revisados e os professores precisam refletir com os seus alunos sobre as vantagens e as desvantagens do mundo globalizado em que vivemos, tornando a escola um espaço não apenas de conteúdos e mais conteúdos, mas um lugar de jovens que estão em processo de formação e que na maioria das vezes abandonam a escola por não perceberem relação nenhuma entre a sua vida e o que estudam nas instituições de ensino. Quanto a esse planejamento curricular, as DCNEM (BRASIL, 2013, p. 120) descrevem que:

> Há que se pensar na importância da seleção dos conteúdos e na sua forma de organização. No primeiro caso, é preciso considerar a relevância dos conteúdos selecionados para a vida dos alunos e para a continuidade de sua trajetória escolar, bem como a pertinência do que é abordado em face da diversidade dos estudantes, buscando a contextualização dos conteúdos e o seu tratamento flexível. Além do que, será preciso oferecer maior atenção, incentivo e apoio aos que deles demonstrarem mais necessidade, com vistas a assegurar a igualdade de acesso ao conhecimento.

Diante disso percebemos a importância dada ao que de fato deve-se ensinar no Ensino Médio, sendo a atenção desse nível da Educação Básica voltada para um público que se prepara para uma formação profissional ou para o mercado de trabalho e, diante disso deve-se levar em consideração os porquês dos conteúdos a ensinar, uma vez que tais argumentos devem estar inseridos nas explanações do professor.

Como o Ensino Médio também é voltado para um público que se prepara para o mercado de trabalho, como a contextualização pode ajudar nesse processo?

O ensino de Matemática atrelado a uma contextualização, que seja externalista, pode ajudar aos discentes a perceberem o seu uso nas variadas relações do mundo globalizado em que vivemos. Além disso pode ajudar na construção de um ensino que prime pela qualidade e pela igualdade de todos os discentes que estão em busca de novos horizontes e também daqueles que ainda não sabem o porquê de estarem na escola.

Assim, a elaboração das DCNEM se faz necessária, em:

> [...] virtude das novas exigências educacionais decorrentes da aceleração da produção de conhecimentos, da ampliação do acesso às informações, da criação de novos meios de comunicação, das alterações do mundo do trabalho, e das mudanças de interesse dos adolescentes e jovens, sujeitos dessa etapa educacional (BRASIL, 2013, p. 146).

Portanto, o desafio dessas diretrizes é de atender as expectativas de uma escola que possa garantir além da qualidade, o acesso, a permanência e o sucesso no processo de aprendizagem e constituição da cidadania. Assim:

> A escola, face às exigências da Educação Básica, precisa ser reinventada, ou seja, priorizar processos capazes de gerar sujeitos inventivos, participativos, cooperativos, preparados para diversificadas inserções sociais, políticas, culturais, laborais e, ao mesmo tempo, capazes de intervir e problematizar as formas de produção e de vida. A escola tem, diante de si, o desafio de sua própria recriação, pois tudo que a ela se refere constitui-se como invenção: os rituais escolares são invenções de um determinado contexto sociocultural em movimento (BRASIL, 2013, p. 152)

Diante das colocações da citação apresentada notamos que a qualidade da escola exige o compromisso de todos os sujeitos envolvidos no processo educativo, e dentre estes, os professores devem adotar um novo comportamento diante dessas novas exigências e a partir

disso deixarem de ser transmissores de conhecimentos para serem mediadores e facilitadores na compreensão desses conhecimentos. Para esse fim:

> As instituições escolares devem avaliar as várias possibilidades de organização do Ensino Médio, garantindo a simultaneidade das dimensões trabalho, ciência, tecnologia e cultura e contemplando as necessidades, anseios e aspirações dos sujeitos e as perspectivas da realidade da escola e do seu meio (BRASIL, 2013, p. 170)

Quanto à contextualização, as DCNEM enfatizam que o currículo deve ter tratamento metodológico que a evidencie e que essa possa propiciar a interlocução entre os diferentes campos do conhecimento, bem como o estudo e o desenvolvimento de projetos referidos a temas concretos da realidade dos estudantes, pois a contextualização dos conteúdos pode assegurar uma aprendizagem relevante e socialmente significativa, pode abranger diferentes realidades e integrar a aproximação do processo educativo com as experiências dos próprios alunos. Para as DCNEM:

> A contextualização, por sua vez, garante estratégias favoráveis à construção de significações. Um plano de curso elaborado em consonância com o território e o contexto no qual a instituição educacional está inserida e com a realidade do estudante e do mundo do trabalho possibilita, sem dúvida, a realização de aprendizagens que façam sentido para o educando. Essa contextualização é de fundamental importância para o próprio processo de aprendizagem, integrando efetivamente a teoria à vivência da prática profissional (BRASIL, 2013, p. 247)

Percebe-se diante disso que a contextualização pode ajudar na produção de diferentes significados nas aulas de Matemática. Diferentes tipos de contextos produzem variados significados, sendo estes significados obtidos a partir da relação da Matemática com outros contextos. Logo, é de suma importância fazer conexões entre o que é ensinado na escola e os contextos vividos pelos estudantes, valorizando assim a cultura local e mostrando a inserção do mundo real no mundo da Matemática, e incentivando os alunos a irem além disso.

Assim como as OCEM e as DCNEM trazem suas contribuições para a educação brasileira, apontando nos seus fundamentos estratégias que ajudem no encontro de melhorias para a nossa educação e abordando temáticas de grande importância, como a contextualização e outras de grande relevância, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio

(PCNEM) também trazem sua parcela de contribuição para a nossa educação, e em relação à contextualização este afirma que:

> Contextualizar o conteúdo que se quer ser aprendido significa, em primeiro lugar, assumir que todo conhecimento envolve uma relação entre sujeito e objeto. [...] O tratamento contextualizado do conhecimento é o recurso que a escola tem para retirar o aluno da condição de espectador passivo (BRASIL, 2000, p. 78).

Essa relação entre sujeito e objeto precisa sempre ser colocada em pauta ao ensinarmos algo, pois precisamos conhecer as relações que o sujeito tem sobre o objeto de ensino ali proposto e a contextualização é um recurso que os discentes possuem para que o seu aluno não se sinta ali apenas como um recebedor de conhecimentos, mas como um ser participante desse conhecimento e que este possa perceber que os acontecimentos de sua própria realidade podem servir como subsídios para a sua própria aprendizagem.

Os PCNEM (BRASIL, 2000, p. 81-82) afirmam que:

> O contexto que é mais próximo do aluno e mais facilmente explorável para dar significado aos conteúdos da aprendizagem é o da *vida pessoal, cotidiano e convivência*. [...] O jovem não inicia a aprendizagem escolar partindo do zero, mas com uma bagagem formada por conceitos já adquiridos espontaneamente, em geral mais carregados de afetos e valores por resultarem de experiências pessoais.

Quanto a isso discutimos anteriormente que quanto mais próximos estiverem os conhecimentos ensinados na escola com os conhecimentos que os alunos já possuem de suas vivências, dependendo do contexto circunstanciado, pode haver uma aprendizagem mais solidificada pelos mesmos, pois o cotidiano e as relações estabelecidas deste com o meio podem ajudar a fazer a conexão entre o que se aprende na escola e o que se faz fora dela na sua vida pessoal, e entre o que se vive e se observa no dia-a-dia na sociedade como um todo.

Em relação a essa associação da contextualização com o cotidiano nos PCNEM, Lopes (2002, p. 7) faz a seguinte crítica:

> De forma mais tênue, a ideia de contextualização também aparece associada à valorização do cotidiano: os saberes escolares devem ter relação intrínseca com questões concretas da vida dos alunos. Falta um sentido mais político ao conceito de cotidiano. Seu entendimento, entretanto, não é restrito como em

> algumas perspectivas construtivistas que analisam os saberes prévios dissociados de uma interpretação mais ampla do conhecimento escolar.

Quando Lopes (2002) menciona que falta um sentido mais político ao conceito de cotidiano, ela argumenta que as abordagens sobre o cotidiano presentes nos PCNEM deveriam ser constituídas por discussões sobre a relações predominantes entre a sociedade capitalista e o nosso entorno, e que pudessem ajudar os alunos a compreenderem a sociedade a qual pertencem.

Esse ponto de vista defendido por Lopes (2002), também defendemos em nosso estudo, uma vez que não adianta inserir contextos cotidianos nas aulas de Matemática apenas por inserir sem uma profunda reflexão sobre a importância do que está sendo exposto. É importante que o professor perceba que os contextos matemáticos aliados aos contextos do cotidiano podem contribuir em alguns aspectos para a formação de cidadãos conscientes do seu papel na sociedade, sendo este um dos caminhos que podem ajudar na motivação do aluno para entender o mundo em seu entorno.

Para o cidadão participar da sociedade e vivenciar a sua cidadania não precisa compreender apenas os argumentos matemáticos e a maneira como resolver situações-problema dos conteúdos escolares presentes no currículo. Ele precisa mais que isso, ele precisa compreender a sociedade em que está inserido. É a junção desses aspectos que darão ao sujeito as condições necessárias para a sua vivência de cidadão.

Quanto às competências e habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos no ensino de Matemática, os PCNEM (BRASIL, 2000, p. 46) dizem que em relação à contextualização sociocultural esta deve: “Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real; aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento, entre outras”. Assim fica evidente a preocupação deste documento com o ensino de Matemática voltado para situações reais, sendo as situações do cotidiano uma dessas opções para que este tipo de ensino possa acontecer. Porém não podemos esquecer que essas situações do cotidiano precisam ir além do simples discurso de resolver problemas matemáticos.

Em relação ao ensino de Matemática em um aspecto geral, os PCNEM (BRASIL, 2000, p. 40) dizem que:

> [...] pretende-se contemplar a necessidade da sua adequação para o desenvolvimento e promoção de alunos, com diferentes motivações, interesses e capacidades, criando condições para a sua inserção num mundo em mudança e contribuindo para desenvolver as capacidades que deles serão

> exigidas em sua vida social e profissional. Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas.

Assim, fica evidente o quanto a Matemática exerce um papel de grande importância dentro dos estabelecimentos de ensino e também fora dele, e diante dessa importância e da sua necessidade precisamos criar condições que possam favorecer aos alunos essa percepção e que estes possam perceber o quanto este componente curricular é necessário para a nossa vida pessoal e no mundo afora, sendo que todas as demais áreas de uma forma ou de outra se interligam com a Matemática de alguma maneira, e isto precisa ser visualizado por todos os discentes, uma vez que os alunos precisam descobrir a essência de estudar essa disciplina, bem como ser capaz de tornar-se investigador diante das situações apresentadas propiciando a formação de uma visão mais ampla e científica da realidade, principalmente no seu dia-a-dia.

Além dos PCNEM, as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (PCN+ Ensino Médio) também trazem suas contribuições para o ensino, tendo como objetivo central facilitar a organização do trabalho na escola em cada área do conhecimento. Este documento apresenta um conjunto de sugestões de práticas educativas e de organização dos currículos que estabelece os temas estruturadores de cada área de ensino. Além do diálogo que este traz sobre o projeto pedagógico escolar, o mesmo tem o objetivo de apoiar o professor em seu trabalho e traz em suas páginas textos para a formação profissional docente na escola. Quanto a contextualização no ensino de Matemática, o mesmo traz relatos sobre a contextualização sociocultural que diz respeito a uma compreensão mais ampla da cultura, da política, da economia de acordo com a realidade presente nos contextos da vida humana. Os PCN+ afirmam que a contextualização dá significado aos conteúdos e facilitam o estabelecimento de ligações com outros campos do conhecimento (BRASIL, 2002, p. 84-85).

Os PCN+ afirmam que “a área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias elegeu três grandes competências como metas a serem perseguidas durante essa etapa da escolaridade básica e complementar do ensino fundamental para todos os brasileiros” (BRASIL, 2002, p. 113). São elas:

> - Representação e comunicação, que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento;
> - Investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências;
> - Contextualização das ciências no âmbito sociocultural, na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico.

Percebemos que as três competências têm o objetivo de ajudar na preparação do aluno para um aprendizado de qualidade e permanente nessa área. Aqui a contextualização tanto da Matemática como das outras ciências é vista no âmbito sociocultural com o objetivo de conceder ao aluno a análise crítica e perceber que todo o conhecimento científico e tecnológico que hoje temos é resultado de um longo processo histórico. De maneira geral os PCN+ abordam essa competência de uma forma detalhada, explicitando o que se espera do aluno nessa disciplina.

Em resumo, os objetivos a serem alcançados pelos discentes nessa competência diz respeito a compreensão da construção do conhecimento matemático como um processo histórico; a associação do desenvolvimento tecnológico associado a diversos campos da Matemática, a sua presença nas manifestações artísticas, literais, teatrais, musicais e arquitetônicas; a sua dimensão nos diversos espaços, tanto na ciência quanto fora dela, enfim a sua influência na interpretação em diversas situações do nosso mundo atual.

Observamos que, para alcançarmos os objetivos dessa competência no ensino da Matemática, a contextualização é de suma importância ao longo do processo, sendo que além de sua abordagem com as situações do cotidiano outras situações devem entrar em evidência, como a contextualização interdisciplinar, a contextualização sociocultural e a contextualização por meio dos fatos históricos. Aqui podemos perceber ainda a grande influência que a Ciência e a Tecnologia tem ao longo do Ensino Médio e a sua presença na Matemática ao longo da História, na cultura contemporânea, na atualidade, na ética e na construção da cidadania.

Em suma, a contextualização pode propiciar acesso a diferentes informações e conhecimentos antes não vistos pelo indivíduo. Esse tipo de prática pode fazer com que os educandos conheçam melhor a sociedade em que vivem e se sintam capazes de tomar decisões certas para o exercício de sua cidadania.

Além desses quatro documentos curriculares analisados: OCEM, DCNEM, PCNEM e PCN+, respectivamente, iremos a partir de agora relatar sobre a Base Nacional Comum

Curricular (BNCC), que ao ser aprovada recentemente trata de um documento que visa nortear o que é ensinado nas escolas do Brasil inteiro, englobando todas as fases da Educação Básica. Trata-se de um documento que visa a elaboração do currículo específico de cada escola, sem abandonar as particularidades metodológicas, sociais e regionais que cada uma delas possuem.

A BNCC estabelece os objetivos de aprendizagem que se quer alcançar por meio das chamadas competências e habilidades que regem o ensino. Nesse meio o currículo busca determinar como esses objetivos serão alcançados, procurando para este fim as estratégias pedagógicas mais adequadas, e dessa forma, este documento não consiste em um currículo, mas em um documento norteador para que a partir dele as escolas possam elaborar os seus próprios currículos.

Na área de Matemática do Ensino Médio, este documento afirma que os conhecimentos matemáticos estão bem presentes nos processos que organizam a vida contemporânea e isto confere a esta disciplina um papel fundamental na escola, pois permite aos estudantes terem acesso a tais conhecimentos, ampliando as suas possibilidades de ler o mundo e interagir na vida cidadã.

Em relação a um ensino contextualizado a BNCC, afirma que:

> O cuidado com a contextualização é fundamental, na medida em que ela é importante para que o/a estudante atribua sentido aos conceitos em jogo. [...] Nunca é demais reforçar que o mais importante é que as situações permitam ao/à estudante atribuir significado aos conceitos envolvidos (BRASIL, 2016, p. 135-136)

Diante disso a contextualização do conhecimento escolar passa a ter uma grande importância, pois é a partir de certas situações que derivam de situações práticas da vida social que o ensino recebe novos olhares dos discentes, ou seja, a partir do momento em que a Matemática cria modelos para se explicar o que de fato acontece em algumas situações da realidade estamos trabalhando com a contextualização dos conteúdos e reforçando aos estudantes a importância do estudo de tais conteúdos.

Ampliando a importância da contextualização no ensino, a BNCC (BRASIL, 2016, p. 151) ainda afirma que: “A contextualização tem como finalidade promover uma aproximação dos/das estudantes a sua realidade imediata e, ao mesmo tempo, oferecer uma oportunidade de entenderem a forma de produção desse conhecimento e suas implicações na sociedade”.

Logo, podemos perceber a importância da contextualização dos conhecimentos, a qual pode fortalecer a aproximação dos estudantes com o contexto do seu mundo e com os contextos

do mundo matemático, oferecendo a estes uma oportunidade de entenderem como se dá a produção desse conhecimento e suas implicações na sociedade.

Ao longo das observações e das análises feitas no estudo desses cinco documentos curriculares percebemos o destaque que a contextualização ganha nos mesmos, sendo em todos eles o seu significado atrelado como um meio de superar algumas barreiras e distâncias criadas por relações improdutivas entre o professor, o estudante e o conhecimento escolar.

Salienta-se que, ao lermos esses documentos curriculares e colocarmos em prática o ensino contextualizado que eles abordam, não podemos esquecer que contextualizar com situações do cotidiano não é simplesmente um meio de ver a Matemática sendo usada no cotidiano dos alunos, mas uma possibilidade de entender que, assim, podemos ir além do contexto matemático, que podemos entender a nossa atuação na sociedade, o funcionamento do mercado globalizado e as medidas adotadas pelo neoliberalismo e, diante de tudo isso, podemos ter o nosso próprio ponto de vista e a nossa tomada de decisões para diversas ações no meio em que estamos inseridos. Acentua-se que toda essa discussão só tem sentido dependendo das motivações dos sujeitos presentes ao longo das explanações dos conteúdos matemáticos, pois caso contrário, nada disso surtirá o efeito que, enquanto professores, almejamos.

Vale destacar que, os documentos curriculares mencionados não dão à contextualização esse olhar mencionado, pois a ideia de contextualização presente neles está associada apenas ao processo de aprendizagem escolar, não existindo uma discussão aprofundada sobre o real conceito de contextualização. Pelo que podemos perceber ao longo das leituras desses documentos, a contextualização parece ser algo exterior que vem dar significado aos conteúdos escolares, colaborando apenas para ajudar no entendimento dos conteúdos exigidos pela grade curricular. Como foi discutido, o verdadeiro significado de contextualizar com abordagens do cotidiano não é esse, mas possibilitar reflexões que façam com que os escolares possam entender o seu papel de atuação no mundo em que vivemos e dos contextos que nos cercam.

É importante que, enquanto professores de Matemática, saibamos que o termo contextualização aliada a contextos do cotidiano aborda o ensino de Matemática no seu contexto social com relação às implicações econômicas, sociais, culturais, políticas, dentre outras. Já o ensino de Matemática que visa apenas as aplicações desse cotidiano na sala de aula trata dos conceitos científicos relacionados aos fenômenos da vida diária, não tendo necessariamente que abordar as inter-relações existentes no contexto social.

A diferença entre esses dois contextos está na forma como ele é explorado na sala de aula pelos professores, e até que ponto os discentes pretendem chegar com a inserção dos mesmos na sala de aula. Quando queremos ir além do contexto matemático propriamente dito

e refletir junto aos discentes, o contexto social em que estamos inseridos e a utilização da Matemática vista nesse meio utilizamos a contextualização aliada com contextos do cotidiano, mas quando o objetivo é levar apenas as aplicações de Matemática no cotidiano, sem a necessidade de inserir reflexões usamos apenas situações em que a Matemática é utilizada, para que os alunos conheçam as aplicações de determinado conteúdo em outras situações. Os dois tipos de contextos são potencializadores e ambos podem contribuir para a aprendizagem dos discentes desde que estes estejam motivados para estudarem o que está sendo exposto.

Portanto, ao longo dessas discussões percebemos o tamanho da importância do ensino contextualizado, principalmente de contextos que estejam aliados a situações do cotidiano, que podem contribuir para que a aula de Matemática seja um lugar de debate sobre diversas temáticas que estão em nosso meio.

Diante disso, ao final dessa discussão, percebemos que precisamos valorizar os conhecimentos presentes nos mais variados contextos, para que os contextos presentes no cotidiano possam ser transformados em contextos de ensino e, para esse fim devemos levar situações-problema que ajudem os alunos a perceberem que, além das aplicações matemáticas nas variadas situações, a aula de Matemática também é um espaço para compreender o nosso mundo e a sociedade em que estamos inseridos, sendo esses debates de suma importância para a construção de uma sociedade crítica e mais eficaz nas suas tomadas de decisões.

2 O ENSINO DE FUNÇÕES: IDEIAS, CONCEITOS E CONTEXTUALIZAÇÃO

No Ensino Médio, o conteúdo de função é um dos mais abordados durante o primeiro ano desse nível de ensino, e, apesar de ser bastante debatido na sala de aula pelos professores, ainda encontramos diversas lacunas que deixam a desejar na compreensão desse conteúdo por diversos alunos. Diante disso, nesse capítulo, apresentamos inicialmente uma discussão sobre o ensino de funções, abordando o seu conceito e a forma como a mesma é ensinada no Ensino Médio. Enfatizamos, após as abordagens iniciais, um debate sobre a educação algébrica escolar, em que apontamos dificuldades existentes e a importância da álgebra no ensino de Matemática. Dando continuidade ao nosso estudo, focamos ideias essenciais de funções presentes no estudo desse tema, em que apontamos a importância das representações múltiplas para esse contexto. Em seguida, abordamos algumas explanações sobre o conteúdo de função afim e apresentamos algumas de suas aplicações no cotidiano. Finalizamos comentando as concepções que alguns documentos curriculares trazem sobre o estudo desse assunto e suas contribuições para o nosso trabalho.

2.1 Abordagem inicial sobre o conceito de função e o seu ensino na Educação Básica

Nos dias de hoje, todos os discentes que estudam ou estudaram o Ensino Médio se deparam ou depararam com o conteúdo de funções na primeira série desse nível de ensino ou até mesmo nos anos finais do Ensino Fundamental. De grande importância para o ensino da álgebra, as funções, ocupam um lugar de destaque na grade curricular de Matemática, pois tais conteúdos são de grande relevância para a interpretação de diversos fenômenos que estão presentes em diferentes situações do nosso meio e na realização de tarefas bem elementares que fazemos no nosso dia a dia, como, por exemplo, no entendimento de um gráfico que passa ao assistirmos um jornal, o qual contém ideias que muitas vezes são voltadas para o conteúdo de funções.

Ao estudarmos o conceito de função, entendemos que essa temática trata da relação entre duas grandezas, sendo uma destas dependente e a outra independente. Para melhor compreensão, citamos o conceito de função proposto por Souza (2013, p. 54).

> Sejam os conjuntos *A* e *B* não vazios, uma relação *f* de *A* em *B* é uma **função** quando associa a cada elemento *x*, pertencente ao conjunto *A*, um único elemento *y*, pertencente a B. Essa função pode ser indicada por:

> f: A → B ou A $\xrightarrow{f}$ B (lê-se "função f de *A* em *B*"). O conjunto *A* é denominado **domínio** (D(f)) e o conjunto *B*, **contradomínio** (CD(f)) da função *f*. Cada elemento *y* de *B* que possui correspondente *x* em *A* é chamado **imagem** de *x* pela função *f*. O conjunto formado por todas as imagens é denominado **imagem da função** (Im(f)).

Ao analisarmos essa citação percebemos um conceito totalmente formalizado com as ideias do que é, de fato, uma função, mas isso nem sempre foi assim, pois tal conceito da forma como aparece nos livros didáticos atuais demorou muito tempo para ser formalizado.

Ribeiro (2015, p. 41-42), afirma que:

> Se pensarmos nas definições que hoje aparecem em livros didáticos do ensino fundamental ou médio, ou mesmo nas obras estudadas em disciplinas matemáticas de cursos superiores, temos sua origem localizada pelo menos no século XIX. Se, no entanto, pensarmos em representações para a ideia de função, como tabelas ou gráficos, mesmo que a palavra "função" não tenha sido empregada, podemos retroceder até a época dos babilônios, em que suas tabelas foram a base para desenvolvimentos subsequentes sobre Astronomia.

Diante disso, percebemos que o interesse pelas funções sempre existiu ao longo da história da humanidade, embora em contextos bem diferentes dos que hoje conhecemos, e foi a partir dessas ideias iniciais que chegamos ao conhecimento formal que atualmente temos.

A História da Matemática nos revela que o estudo de funções é de interesse da humanidade desde as épocas bem antigas e seu desenvolvimento foi de grande importância para o levantamento de ideias em outras áreas, tais como a Astronomia, a Música, o estudo do movimento dos corpos, do movimento dos planetas e outros estudos nos quais analisavam o comportamento de duas variáveis, e que mesmo sem as ideias algébricas que temos hoje, esses avanços se deram a partir das ideias intuitivas da época sobre o conceito de função.

Em sua obra *Funções,* Campiteli (2006, p. 7-8) afirma que:

> Os matemáticos da Antiguidade não formalizaram o conceito de função. Talvez seja Ptolomeu quem mais se aproximou disso ao tratar de relações funcionais, na sua obra fundamental, o *Almagesto*, escrita no século II. A ideia de função somente veio a se formalizar com a emergência da matemática moderna, a partir do século XVII. Desde então caminhou para ser uma das ideias mais centrais de toda a matemática. Na transição do século XVIII para o século XIX surge a definição que prevalece hoje em dia, como uma correspondência entre variáveis independentes e dependentes, na forma que todos os que passaram por um curso de matemática além das séries iniciais reconhecem como y = f(x).

A definição formal de função, segundo estudiosos do assunto, passou por sucessivas mudanças, e o que se aceita atualmente como conceito formal de função foi criado pelos matemáticos Newton e Leibniz, que individualmente, conseguiram desenvolver o cálculo diferencial e integral, mas segundo Campiteli (2006, p. 13) "foi Libeniz (1646-1716) quem primeiro usou o termo função para designar, de forma muito geral, a dependência de uma curva das suas quantidades geométricas como as subtangentes e as subnormais".

Além destes dois grandes matemáticos, outras ideias de outros estudiosos do assunto contribuíram para a chegada da definição formal de uma função, e entre eles podemos citar com base nos estudos de Ribeiro (2015, p. 42-43), os seguintes matemáticos: Descartes, Euler, D'Alembert, Bernoulli, Fourier, Direchlet, Cantor e o grupo Bourbaki.

Ribeiro (2015, p. 43) afirma que foi o grupo Bourbaki, em 1939, que estabeleceu a definição formal que hoje é aceita pela comunidade matemática, apresentando a seguinte descrição:

> Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável x de E e uma variável y de F é dita relação funcional em y, se qualquer que seja $x \in E$, existe um elemento y de F e um só, que esteja na relação considerada com x. Dá-se o nome de função à operação que associa, assim, a todo elemento $x \in E$ o elemento $y \in F$ que se encontra na relação dada com x; diz-se que y é o valor da função para o elemento x e que a função é determinada pela relação funcional considerada (BOURBAKI, 1970, E. R. 5, grifos do original, apud RIBEIRO (2015, p. 44)).

Hoje, os livros didáticos e outros materiais voltados para o estudo da Matemática apresentam uma definição de função seguindo este conceito do grupo Bourbaki, conforme mostra a explícita relação com a citação que foi mencionada no início desse texto, mas foi preciso o empenho de muitos matemáticos ao longo dos séculos, cada um dando as suas considerações, que se chegou a um consenso do conceito formal de função.

Percebemos, nessa discussão, que as noções iniciais de funções surgiram pela necessidade de explicação de alguns fenômenos naturais, ou seja, era a Matemática aplicada às regularidades do que aconteciam na natureza, que direcionou o homem a buscar explicações para situações reais observáveis no cotidiano.

Até aqui tratamos do que diz a História da Matemática sobre o desenvolvimento do conceito de função, e passaremos a comentar, a partir desse embasamento algumas ideias a respeito de como o estudo dessa temática está acontecendo atualmente nas escolas de nosso país.

Sabemos que o ensino de Matemática em nosso país, de uma forma geral, não apresenta os melhores resultados nos exames avaliativos internos e externos. Trazendo essa visão para a temática de funções que é o alvo do nosso estudo, o mesmo acontece, pois, os alunos em diversas situações não compreendem o conceito do que é uma função, não conseguem interpretar os dados de um gráfico e nem diferenciar uma função da outra. E por que isso acontece?

Responder a tal pergunta é algo que envolve diversas respostas vindas de diversos ângulos e que dependerão de nossa profunda visão de conhecimento sobre as questões do ensino, desde a época imperial até os dias atuais. Aqui, em nosso trabalho, defendemos a ideia que o ensino sem a inserção de outros contextos em seu meio pode ser um dos problemas que contribua para que o ensino não obtenha os objetivos esperados pelos docentes ao ensinar os diversos conteúdos que são exigidos no currículo escolar e, embora seja um conteúdo de suma importância para o conhecimento matemático exigido no decorrer da Educação Básica o que mais percebemos é que em diversas circunstâncias os alunos não apresentam domínio de tal temática.

Outro grande motivo é a defasagem do ensino de álgebra que os alunos trazem consigo do Ensino Fundamental, pois algumas concepções errôneas os perseguem ao longo da jornada escolar como o não entendimento sobre as ideias de generalização, o que acaba gerando um grande índice de reprovação em Matemática, e os que são aprovados, em sua maioria, não veem significado no que estudaram em anos anteriores. Em consequência disso, o ensino de funções, que exige o conhecimento algébrico e um pouco de conhecimento sobre generalização matemática no início do Ensino Médio sofre as consequências dessa Matemática, que muitas vezes é vista sem significado e sem contextualização. Para Kaput (1995, p. 6-7) apud Ribeiro (2015, p. 12), o ensino de álgebra acontece, como mencionamos acima, sem significado, e "parece que *uma vez sem significado, sempre sem significado*".

Aqui no Brasil, muitas vezes, o ensino de álgebra é ancorado apenas pela manipulação algébrica, sem levar em consideração o desenvolvimento das capacidades de entendimento que foquem os porquês das generalizações, à qual é vista apenas como um conjunto de procedimentos e técnicas, desprovidas de significados para os alunos. Diante desse ensino em que falta as conexões entre os conteúdos matemáticos com outros contextos falta também a produção de significados dos alunos sobre o que é abordado na escola gerando resultados muito baixos nas avaliações externas feitas no país.

Os resultados apresentados pelas avaliações externas, como a prova Brasil/SAEB (BRASIL, 2011), não têm apresentado as expectativas esperadas, mesmo mostrando um crescimento melhor no desempenho dos alunos, como aponta os dados na citação a seguir:

> Ainda que os índices apontem para um crescimento no desempenho dos estudantes, os quais obtiveram notas de 250,6 e de 273,6, ao final dos ensinos fundamental e médio, respectivamente, numa escala que vai até 400, identifica-se ainda uma grande lacuna na formação desses alunos em Matemática. No caso específico da Álgebra, a partir dos resultados apresentados pelo Instituto de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), observa-se que os estudantes não dominam competências como 1) identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema; 2) resolver equações do 1º grau com uma incógnita; 3) resolver problemas que envolvam a equação do 2º grau; 4) identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau; 5) identificar em um gráfico de função, o comportamento de crescimento/decrescimento; 6) identificar o gráfico de uma reta dada sua equação dentre outras (RIBEIRO, 2015, p. 58)

Os dados apresentados na citação de Ribeiro foram da prova de 2011, porém de lá para cá a situação não mudou, pois, as proficiências médias em Matemática na última prova, em 2015 apresentaram resultados que evoluíram apenas nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, mas caíram no Ensino Médio pela segunda vez consecutiva.

Segundo os resultados divulgados nos últimos anos, o Ensino Médio não tem apresentado os resultados conforme o esperado, pois tem sofrido uma queda no decorrer dos anos. Diante disso, percebe-se que se os alunos estão cada vez mais diminuindo seu desempenho em Matemática, significa que cada vez menos estão compreendendo o que estudam, sendo isto assustador para os educadores e pesquisadores dessa área.

Vale salientar também que a forma como essas avaliações externas são feitas não é coerente com o ensino, sendo o desempenho dos alunos altamente afetados. Vale lembrar que a maneira como o Estado propõe essas avaliações externas nem sempre está de acordo com o ensino que cada escola propõe. Percebe-se nas avaliações externas uma desconsideração com as diferenças de cada escola, que contempla peculiaridades que não são contempladas na uniformidade desses exames.

Desse modo o resultado de todo o fracasso dessas avaliações cai sobre as escolas com menor desempenho e principalmente sobre os educadores que nelas atuam, sendo que essas avaliações externas seguem a lógica do mercado em que os alunos são vistos como produtos, capazes de atender aos objetivos de suas empresas, que são as escolas. Diante disso, Saviani (2009, p. 45) comenta o seguinte:

> É, pois uma lógica de mercado que se guia, nas atuais circunstâncias, pelos mecanismos das chamadas “pedagogia das competências” e da qualidade total. Esta assim como nas empresas, visa obter a satisfação total dos clientes e interpreta que, nas escolas, aqueles que ensinam são prestadores de serviços; os que aprendem são clientes e a educação é um produto que pode ser produzido com qualidade variável.

Diante do exposto pode-se perceber que esse tipo de avaliação não contempla o todo, sendo apenas alguns beneficiados e outros deixados de lado, não criando uma uniformidade no ensino, mas uma distinção entre as chamadas escolas boas e ruins e entre educadores que ensinam bem e os que são julgados por não ensinarem com qualidade.

Como estamos falando sobre o ensino de funções temos que essas discussões também recai sobre todos os conteúdos desta temática, pois diante das pesquisas realizadas na prova Brasil/SAEB de 2011, percebe-se que os alunos não compreendem noções básicas dos conteúdos desse assunto e detalhes simples como o comportamento de um gráfico e a identificação de um gráfico dada a sua equação, não é entendida pelos alunos, e isso é algo preocupante para todos os profissionais de ensino e o reflexo disso recai na maneira como ainda a Matemática é conduzida na sala de aula.

Para Campiteli (2006, p. 17):

> Para que se dê a aprendizagem, é necessário que os estudantes apreendam os conceitos envolvidos no conteúdo de estudo, mas em geral os professores não estão atentos a essa questão, seja por desconhecerem o fato, seja por não saberem como identificar os conceitos existentes nos conteúdos didáticos. O estudo de função é apresentado aos alunos sem que faça menção à sua história: como se deu a evolução do conceito, qual sua importância na vida social e quanto dela depende a sociedade civilizada. Neste sentido, entende-se que ao omitir como foi produzido o conhecimento, como os alunos poderiam aplicá-lo na vida prática e o que nele mudou com o tempo, dificulta-se a apropriação de saber científico que pode ser útil para melhorar a qualidade de vida.

Infelizmente, o que mais percebemos no cenário escolar, principalmente nas aulas de Matemática, são alunos frustrados que acreditam não conseguirem aprender aquilo que é exposto, e professores, em sua maioria, que acreditam e apostam em uma única metodologia, e que é preciso ensinar todos os conteúdos que o livro didático apresenta, mesmo que fiquem enormes lacunas em todos os conteúdos expostos.

Em diversas escolas, o aluno passa o primeiro ano letivo do Ensino Médio inteiro estudando e revisando os conteúdos de funções, mas os resultados quase sempre não são os melhores, pois poucos desses alunos conseguem, de fato, assimilar as mínimas ideias da

temática. Apesar de ser um assunto de suma importância no nosso dia a dia, que possui uma série de aplicações, quase sempre é visto na maior parte das escolas de forma sucinta, pois o aluno segue o modelo repassado pelo professor sem compreender o que está fazendo, e assim ele mal consegue fazer um gráfico de função, não consegue entender as generalizações que cada tipo de função exige e não consegue resolver as aplicações que estes conteúdos apresentam. Esse tipo de ensino:

> Descreve o aprendiz como possuindo um cérebro vazio, a aprendizagem como um mecanismo de registro e o ensino como transmissão de conhecimentos. Cabe ao aluno portar-se como um bom receptor, estar atento e disponível; cabe ao professor fornecer uma informação coerente de forma clara e progressiva. Existe uma relação linear entre o emissor e o receptor. O resultado traduz-se pela memorização da informação [...]. Não se cultiva no aluno o prazer de aprender autônomo, em consequência este aluno espera tudo do professor, habituando-se a uma aprendizagem mecânica (SOUSA, 2005, p. 37).

Esse modelo tradicional é pouco funcional baseado no contexto que as novas demandas presentes nos cenários de aprendizagem que caracterizam a sociedade de hoje exigem dos professores e alunos, pois não basta encher a cabeça dos alunos com expressões e fórmulas prontas de Matemática, é preciso ensiná-los a enfrentar os problemas de um modo mais ativo e autônomo.

> Aprender não é fazer fotocópias mentais do mundo, assim como ensinar não é enviar um fax para a mente do aluno, esperando que ele reproduza uma cópia no dia da prova, para que o professor a compare com o original enviado por ele anteriormente (POZO; CRESPO, 2009, p. 23).

É preciso que no contexto em que o aluno esteja inserido possam existir situações que o motivem a aprender os conteúdos mencionados na escola. É preciso que estes conteúdos não sirvam simplesmente para o dia da avaliação, mas que os alunos os assimilem para a vida, permitindo-lhes perceber as conexões entre a Matemática e o seu meio.

O professor de Matemática precisa incentivar os discentes a perceberem que este componente curricular é de suma importância para a vida de qualquer cidadão e, para que isso aconteça, faz necessário que haja dentro do par aluno/professor o desejo pela mudança e essa mudança pode acontecer quando os discentes entenderem a importância do que estudam em sala de aula e que os docentes também se comprometam com o seu trabalho enquanto educador

de sujeitos que precisam entender a importância da escola e dos conteúdos vistos nela para a formação de cada um.

Diante dessas discussões é necessário, em caráter de urgência, o repensar docente em suas abordagens em sala de aula. Quanto ao ensino de funções, assim como nos demais conteúdos de Matemática, é necessário que haja o engajamento dos discentes no decorrer das aulas, que haja motivação para estudarem os conteúdos algébricos, que eles entendam a complexidade do assunto e não apenas manipulem equações e funções para descobrirem os valores de "*x*" e de "*y*" como comumente vem acontecendo nas salas de aulas, sem a devida explicação do significado dos mesmos para a álgebra. É preciso iniciar a aula com algum questionamento a respeito da temática abordada, algo que possa trazer indagações e curiosidade para o aluno e que os conhecimentos prévios desses alunos sejam valorizados. É necessário que haja motivação por parte do professor, que este busque inserir as aplicações e a importância de determinado conteúdo que está explicando, além do âmbito da Matemática, e que possa dar significado àquilo que muitas vezes parece apenas ser mais uma complicação na vida dos discentes.

2.2 Um olhar sobre a educação algébrica

Diante do que foi exposto na seção anterior, percebe-se que o estudo de funções ainda deixa muito a desejar nas abordagens inseridas na Educação Básica, mas, por ser um assunto de suma importância para a Matemática e para a resolução de diversas situações-problema em nosso meio, não podemos, enquanto docentes, cruzarmos os braços e ensiná-la de qualquer jeito. Nessa seção, apontamos algumas ideias sobre a educação algébrica escolar, em que focamos a aritmética, a álgebra e suas conexões.

Começamos definindo o que é álgebra em um ponto de vista mais amplo, que se consolida como um ramo da Matemática que a humanidade utiliza para compreender o mundo em que vive a partir do uso de abstrações.

Ao falar sobre atividade algébrica, Lins e Gimenez (1997, p. 137) afirma que: "a atividade algébrica consiste no processo de produção de significados para a álgebra". Ao mesmo tempo que menciona o que significa atividade algébrica, ele define a álgebra como "um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade" (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 137).

Essa Álgebra Escolar, ao ser apresentada na escola apenas como uma linguagem matemática estruturada por rígidas regras e formalizações, sem conexões com outros contextos, acaba causando um impacto nos discentes, que, por não perceberem as conexões com a realidade, acabam por vezes apenas operando-a sem significado algum, abrindo uma enorme lacuna de dificuldades para o conhecimento matemático básico necessário.

Outro detalhe que leva à defasagem no ensino de álgebra é a sua falta de conexão com a aritmética e, vice-versa. Parece, diante dos fatos vistos no ensino de Matemática, que a aritmética é totalmente desvinculada do que é abordado na álgebra, algo que há bastante tempo é criticado pelos pesquisadores da Educação Matemática.

Diante dessa dissociação entre esses dois ramos da Matemática ocorrem as dificuldades dos alunos em assimilarem as ideias provenientes do pensamento algébrico. Outro detalhe bastante questionado pelos educadores matemáticos é a distância que os alunos percorrem nos níveis escolares para começarem a ser implementadas as primeiras ideias de álgebra. “ É preciso começar mais cedo o trabalho com a álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 10).

Como docentes de Matemática, concordamos com a visão desses autores. O ensino de Matemática precisa de associação entre as ideias inseridas em sala de aula e fora dela e, sem dúvidas, o ensino de álgebra conectado com o ensino de aritmética pode permitir uma melhor formação do pensamento algébrico.

Mesmo sendo de suma importância para a Matemática, capaz de solucionar diversos problemas presentes em nosso entorno, a álgebra ainda não está democratizada, pois as maiores dificuldades dos alunos nessa disciplina provêm do estudo desse ramo. Uma das explicações para essa dificuldade tem a ver com o uso de letras em álgebra, que possuem diferentes representações, sendo que ora representam incógnitas, ora variáveis, ora parâmetros, dentre outras representações.

Tradicionalmente, no Brasil, o ensino da álgebra tem início no sétimo ano, quando as letras são apresentadas no conteúdo de expressões algébricas, equações e inequações do 1º grau e apresentam o objetivo de achar o valor desconhecido das expressões determinadas, em função do problema apresentado.

Em muitas ocasiões, o início do estudo da álgebra está voltado apenas para uma manipulação de letras, o que torna chato, cansativo e incompreensível. Conforme estamos discutindo ao longo desse texto, esse tipo de ensino não cria no aluno o desejo de aprender Matemática e nem o ajuda a atuar como um cidadão crítico na sociedade em que está inserido, pois, para este fim, o conteúdo abordado na sala de aula precisa ir além daquele contexto e se

encontrar presente nas esferas sociais, políticas e culturais dos alunos presentes. “As ideias algébricas são importantes se elas foram úteis ao desenvolvimento de outras ideias, se articularem e conectarem umas às outras, e não como uma lista de regras, de fórmulas e de fatos isolados” (SILVA, 2013, p. 19).

Percebemos que, infelizmente, o ensino algébrico nas escolas ainda segue esse ritmo, o que não gera significado na aprendizagem dos alunos. Na verdade, o estudo da álgebra e dos demais ramos da Matemática precisa ser mudado na hora de ser explicado na sala de aula, pois manipular símbolos algébricos e estudar a álgebra sem conexões com a realidade só aumentarão as dificuldades e o repúdio pelos conteúdos desse componente curricular.

Conforme discutimos, a maior dificuldade dos alunos no estudo dos conteúdos algébricos está na confusão que o uso de letras representa nos variados contextos matemáticos. Um exemplo é a diferença da letra no estudo das equações e no estudo das funções, sendo que nas equações essa letra é chamada de incógnita e, nas funções é chamada de variável. Outro fator, conforme mencionado, que dificulta esse entendimento é a desconexão entre aritmética e álgebra. Em relação a isso, Silva (2013, p. 23 -24) afirma que:

> Essas transcrições da Aritmética para Álgebra e da Álgebra das equações para a Álgebra das funções confundem os nosso alunos, de tal maneira que na nossa experiência docente no Ensino Médio podemos encontrar a mesma dificuldade de compreensão em relação à função, pois o sinal de (=) passa a adquirir um sentido ligeiramente diferente, não mais uma equivalência de expressão algébrica como na equação e sim como uma relação entre grandezas variáveis, ou seja, o (=) passa a significar *definido por*. Além dos símbolos de igualdade e de operações vemos que no início da transição da Aritmética para a Álgebra a letra *x* representa um termo desconhecido que se quer achar, aos poucos ela vai adquirindo um novo *status*, como por exemplo, o de variável no estudo das funções.

Portanto, a partir do exposto, percebemos que alcançar um pensamento algébrico que acompanhe tais raciocínios em Matemática não é tarefa simples e piora quando a manipulação algébrica do fazer por fazer, do achar valores desconhecidos sem conexões com outros contextos dominam o fazer algébrico dos professores em sala de aula.

No estudo de funções, pesquisas mostram que os alunos têm enormes dificuldades na assimilação dessa temática. Isto se deve a essas dificuldades mencionadas acima, em que o ensino de álgebra é repassado como algo que não tem significado para a nossa realidade, sendo mencionado como algo totalmente abstrato e sem nenhuma conexão com o que vivemos no mundo real.

Na realidade, precisamos de um ensino de qualidade em Matemática, pois percebemos muitas dificuldades dos alunos nessa disciplina e quando partimos para o ramo da álgebra parece que as coisas pioram. Logo, toda a educação algébrica do meio escolar é permeada de dificuldades, sejam elas advindas do próprio caráter abstrato que a álgebra tem ou também pela falta de conexão entre o que é abordado em sala de aula e os demais contextos.

A álgebra escolar, para facilitar o nosso estudo e o aprendizado dos discentes, pode ser dividida em quatro modos de representação essenciais, conforme a classificação adotada pelos autores Friedlander e Tabach (2001), que são as seguintes: representação verbal, representação numérica, representação gráfica e representação algébrica, conforme destacamos a seguir, com as suas vantagens e desvantagens.

a) A representação verbal está normalmente associada à apresentação do problema e à interpretação final dos resultados obtidos. Este tipo de representação é muito utilizado quando fazemos a conexão da Matemática com outras áreas do conhecimento e entre a Matemática e o cotidiano. Esta forma de representação, apesar de importante, conforme mostramos em nossa proposta de estudo, pois favorece a conexão entre a Matemática e a vida cotidiana, pode tornar-se um obstáculo para a comunicação matemática, uma vez que não é universal e a sua utilização pode ser feita de forma ambígua ou conduzir a associações irrelevantes ou incorretas nos variados contextos.

b) A representação numérica é um tipo de representação comum para os alunos que se encontram no estágio inicial do estudo da álgebra. Este tipo de representação é importante na compreensão inicial de um problema e na investigação de casos particulares, porém, a sua falta de generalização se torna uma desvantagem em alguns casos, sendo por isso uma ferramenta, em alguns casos, limitada.

c) A representação gráfica proporciona uma imagem clara de uma função de variável real. É um tipo de representação que chama a atenção dos discentes que gostam da análise visual. No entanto, a representação gráfica apresenta a desvantagem de ser influenciada por fatores externos (por exemplo, escalas no plano cartesiano) que apresenta frequentemente só uma parte do domínio do problema, e não o todo. A sua utilidade no estudo de funções varia de acordo com a tarefa em análise.

d) A representação algébrica é concisa, geral e efetiva na apresentação de padrões e modelos matemáticos. É o tipo de representação em que a generalização aparece. Contudo, esta forma de representação, que usa exclusivamente símbolos algébricos, pode dificultar o significado matemático ou a natureza dos objetos representados e, dessa forma, causar dificuldades de interpretação de resultados.

Assim, cada representação apresenta vantagens e desvantagens. Não há a fórmula mágica para ensinar a álgebra presente nos currículos de Matemática, pois cabe a cada professor conhecer as dificuldades de sua turma e aplicar em suas abordagens o melhor método que alcance os seus objetivos. Todas as representações mostradas são importantes e todas podem ajudar no aprendizado do aluno, uma vez que, uma ou outra ou todas em conjunto, pode ajudar no enfrentamento das dificuldades presente no estudo de funções e nos demais conteúdos algébricos.

Além dessas quatro representações algébricas, os estudiosos do assunto mencionam cinco ideias essenciais no estudo de funções[1], que constituem ideias importantes para um ensino de funções com mais qualidade. De acordo com Cooney, Beckmann e Lloyd (2010) citados por Silva (2013, p. 31), são as seguintes: 1) O conceito de função; 2) Covariação e taxa de variação; 3) Famílias de funções; 4) Combinação e transformação de funções; 5) Representações múltiplas de funções. Na seção a seguir focaremos apenas uma dessas ideias, que corresponde às representações múltiplas de funções, por percebermos uma aproximação maior com as abordagens que estabelecemos em nosso estudo.

2.3 Ideias essenciais no estudo de funções: o caso das representações múltiplas

Conforme discutido anteriormente, há cinco ideias que são essenciais no ensino de funções. Segundo Silva (2013, p. 50), "transitar em meio a cada uma delas pode ajudar a desenvolver novos conceitos e compreensões essenciais de funções".

Em nosso trabalho focamos apenas no caso das representações múltiplas de funções, pois esta ideia determina que o estudo de função, por ser muito amplo e aplicado em diversos contextos, apresenta diferentes representações, que chamamos de representações múltiplas.

As representações múltiplas correspondem a uma das ideias essenciais das funções conforme dito anteriormente. Segundo Silva (2013), as representações múltiplas podem ser eleitas como a quinta grande ideia essencial, "como central e unificadora de todas as ideias" (SILVA, 2013, p. 84).

De acordo com Silva (2013) baseando-se nos estudos de Van de Walle (2006, p. 290-291), há cinco modos diferentes de interpretar uma função: através de um contexto, de uma tabela de valores, da linguagem, do gráfico e da equação algébrica, conforme o esquema a seguir:

[1] Ver Cooney, Beckmann e Lloyd (2010, p. 9-12) para uma compreensão mais detalhada das cinco ideias essenciais mencionadas no estudo de funções.

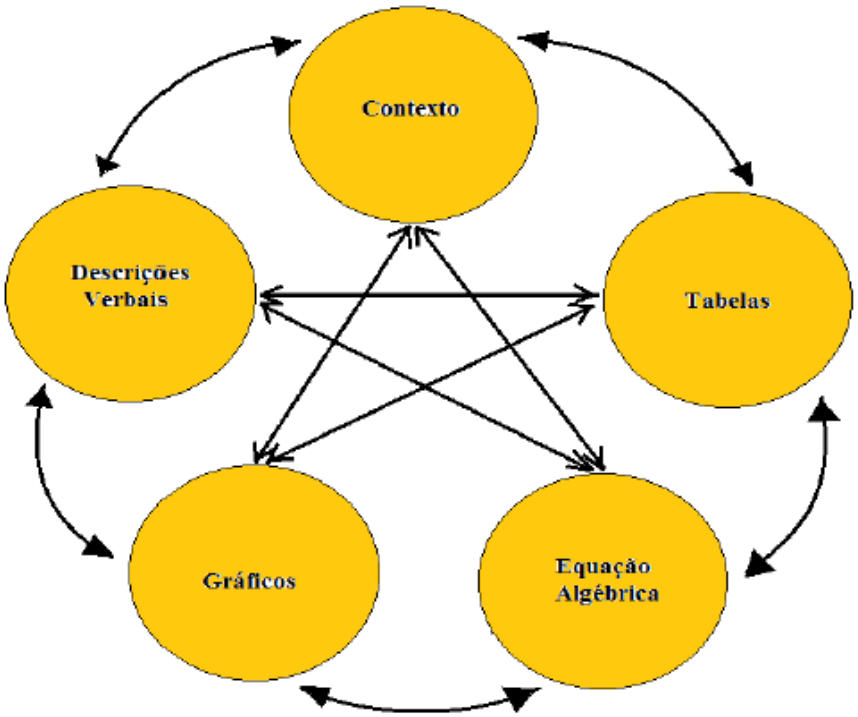


Figura 1. Modelo das cinco representações diferentes de uma função apresentado por Silva (2013) segundo as abordagens de Van de Walle (2006)
Fonte: SILVA (2013, p. 85)

As representações múltiplas podem ser consideradas um elo mediador que auxilia no processo de codificação e descodificação no trabalho com o ensino de funções. Juntas elas expressam a mesma ideia.

> A ideia mais importante é perceber que, para uma dada função, cada uma dessas representações ilustra a mesma relação. O *contexto* fornece uma incorporação da relação fora do mundo da matemática. A *linguagem* ajuda a expressar a relação de uma maneira significativa e útil. As *tabelas* explicitamente associam elementos selecionados que são emparelhados pela função. A variação conjunta é implícita no emparelhamento dos números. O *gráfico* traduz os pares de números numa imagem. Qualquer ponto no gráfico da função tem duas coordenadas. A função é a regra que relaciona a primeira coordenada à segunda. A *equação* expressa a mesma relação funcional com a economia e o potencial do simbolismo matemático (VAN de WALLE, 2006, p. 290-291 *apud* SILVA, 2013, p. 85).

Em nosso estudo, essas representações múltiplas estão bastante presentes na atividade explorada durante o levantamento dos dados, conforme apresentamos no Capítulo 6. Começamos falando do contexto, que na nossa pesquisa parte do contexto escolar para um contexto do cotidiano, que é a venda de geladinhos; estiveram presentes também a linguagem (descrição verbal da atividade), as tabelas (sabores de geladinhos e respectivos custos de

produção, valor de venda e lucro), equação algébrica (descoberta das funções) e os gráficos (das funções encontradas). Ao longo do Capítulo 6 o leitor poderá perceber a presença dessas representações múltiplas.

Diante dessas cinco representações não podemos considerar uma representação mais importante do que outra, porque elas se complementam, ou seja, todas elas em conjunto fazem parte da construção do conceito de função por parte dos discentes.

Segundo Silva (2013, p. 88):

> O importante não é privilegiar só um tipo de representação e, sim, diferentes representações para a mesma função: a equação algébrica, o gráfico e a tabela. Entretanto, a riqueza no trabalho com funções vai estar no desenvolvimento de habilidade de não somente compreender e usar cada representação de função, mas também conectar as diferentes ideias e representações.

Esse foi um dos propósitos de nossa pesquisa, observarmos diferentes significados produzidos pelos alunos em cada uma dessas representações, não as observando de forma isolada, mas convergindo entre uma e outra no intuito de apontar novos direcionamentos para os alunos no presente estudo envolvendo a função afim.

2.4 A contextualização no ensino de funções

Como discutimos inicialmente, durante o primeiro ano letivo do Ensino Médio, a temática que permeia essa caminhada é liderada pelo estudo das funções, a qual é fragmentada nos seguintes conteúdos: função afim, função quadrática, função modular, função exponencial, função logarítmica e função trigonométrica. Quando visto de forma geral, o assunto torna-se muitas vezes complicado e não compreendido pelos discentes, pois cada tipo de função apresenta uma regra e um comportamento diferente que necessita ser bastante explorado para que haja, de fato, um verdadeiro entendimento pelos alunos.

Sabemos que as aplicações de funções estão presentes em simples situações do nosso dia a dia, como na leitura de um jornal ou uma revista, na qual nos deparamos quase sempre com gráficos, tabelas e ilustrações, que na maioria dos casos são exemplos que se relacionam com as ideias de funções. Estes são instrumentos muito utilizados nos meios de comunicação e não é só nos jornais e revistas que encontramos os gráficos, estes estão presentes nos exames laboratoriais, nos rótulos de produtos alimentícios, nas informações de composição química de

cosméticos, nas bulas de remédios, enfim, em diversas outras situações e nos variados contextos que envolvem o nosso meio.

Percebemos que por ser um assunto que está presente em diversas situações, se faz necessário levar até a sala de aula tais informações de forma clara e coerente com a realidade, uma vez que a motivação é um fator primordial para a aprendizagem, e quando o aluno percebe que outros contextos estão inseridos no que ele está estudando na escola, a motivação pode vir à tona e tornar-se uma via para que a aprendizagem, de fato, aconteça.

Levando tais informações para a sala de aula, o aluno perceberá que aquilo que ele está estudando também está presente em outras situações, que há uma inter-relação entre a Matemática e o seu cotidiano, e que, os conteúdos que são vistos em Matemática não servem apenas para essa disciplina, mas para diversas outras áreas presentes no currículo e que os gráficos, equações e inequações estudados nos conteúdos que envolvem funções, dentro do ambiente escolar, têm utilidade para resolver outros problemas na sua vida real.

Todas as funções estudadas no primeiro ano do Ensino Médio, apresentam uma série de aplicações, em que o professor pode inserir outros contextos nos conteúdos estudados na sala de aula. Este é um assunto riquíssimo e que está muito ligado ao cotidiano do aluno, que possui uma série de aplicações que levam em consideração a vivência em diversos contextos.

É lamentável, nos dias atuais, o conteúdo de funções no Ensino Médio, ainda ser abordado de forma técnica e mecânica, tendo por base muitas vezes apenas o uso do livro didático dos alunos, onde na maioria dos casos apresenta exercícios desconexos com contextos cotidianos e tabelas prontas, no qual o aluno se comporta como um ser passivo e como um mero resolvedor de exercícios.

Ao ser ensinado de forma diferente, seria capaz de levar até os alunos, dependendo do contexto circunstanciado, uma forma melhor de compreensão, na qual estes poderiam desenvolver diversas habilidades matemáticas a partir do conhecimento deste assunto e aplicar esses conhecimentos nos variados contextos do dia a dia.

Em relação a isso, concordamos com a fala de Braga quando afirma que:

> Seguramente, o avanço de um educando em direção a um conhecimento maior do conceito de função deverá levá-lo a uma compreensão melhor de seu dia-a-dia, disponibilizando-lhe ferramentas úteis ao exercício de sua cidadania como, por exemplo, o reconhecimento de variáveis em situações do cotidiano e o estabelecimento de relações entre elas. Esse alcance confere ao referido conteúdo uma relevância incontestável na matemática escolar (BRAGA, 2006, p. 17).

Como já discutida a importância que existe nas relações entre a matemática escolar e a matemática presente no cotidiano, com essa citação reforçamos essa relevância no conteúdo de funções, pois de nada adianta ensinarmos apenas a manipulação algébrica sem que os alunos compreendam os porquês e as aplicações dos conteúdos vistos na sala de aula.

Os educandos esperam da escola um encontro com a sua realidade, com a sua vivência, e, por não verem isto, mas um modelo escolar baseado em paradigmas do século passado, acabam se desmotivando e muitas vezes abandonando os estabelecimentos de ensino por não perceberem conexões entre o que estudam na escola e o que vivem fora dela.

O ensino de funções acontece, na maioria das vezes dessa forma, e os resultados são quase sempre os mesmos: evasão e reprovação. Nesse aspecto, ressaltamos que os conteúdos ofertados pelo currículo escolar, de maneira geral deixam muito a desejar e estão longe de contribuir para a formação do aluno cidadão, crítico e consciente de suas escolhas nos ambientes sociais do qual faz parte.

As aulas, na maior parte, seguem a seguinte rotina: aula expositiva, exercícios e correção dos mesmos, sendo sempre a mesma sequência em todos os conteúdos durante o ano. Há nesse contexto apenas uma aula tradicional, com raros problemas pertencentes a outros contextos, com poucas ou nenhuma situação prática e que em pouco, ou em nada, contribui para certas habilidades necessárias à formação dos educandos para o seu exercício de cidadão.

Diante disso, Silva (2016, p. 28) assinala que:

> Não basta nos apoiarmos em metodologias prontas e repetitivas apresentadas em alguns desses livros didáticos, já que muitos se sustentam em modelos com definições e exemplos, assim como a exercitação, ou seja, exercício de fixação. Dessa forma, o conhecimento matemático fica restrito à informação, e mesmo que o conteúdo seja apresentado de forma aprofundada, mas fragmentada, não garante que o aluno irá fazer alguma relação com as ideias desconectadas da realidade e da vida de cada um.

Face a isso, acreditamos que se o ensino dessa ciência for bem planejado, como por exemplo, com as temáticas voltadas para a sua inserção em outros contextos, podemos em conjunto com os educandos mudar a visão tão distorcida que apresenta a Matemática nos dias atuais nas diversas escolas do nosso país. Se conseguirmos, como professores, que ela seja vista pelos nossos discentes como um caminho essencial para o fortalecimento do conhecimento necessário as nossas vidas e conseguirmos superar alguns desafios encontrados no ensino atual, com certeza conseguiremos chegar ao alcance de resultados satisfatórios para a vivência e para a formação de cada indivíduo que se encontra na escola atualmente.

Sabemos que o conteúdo de função se apresenta como um pré-requisito para o avanço do conhecimento de diversos outros assuntos da Matemática, sendo de grande auxílio para a compreensão das situações escolares e do cotidiano. Dessa forma, para que essa temática possa ser aceita e assimilada pelos estudantes é preciso que algumas mudanças na prática pedagógica aconteçam, para que efetivamente tal conteúdo possa ser aprendido pelos alunos e levado para o convívio diário com outras pessoas.

No primeiro capítulo falamos sobre a contextualização de uma maneira ampla, e aqui trazemos para as nossas discussões a sua importância apenas para o ensino das funções. Vimos que a contextualização sempre está presente no ensino de Matemática, e em nosso estudo defendemos a sua importância atrelada as situações que acontecem no cotidiano.

A contextualização, como já mencionamos, sempre acontece em uma sala de aula, e os contextos voltados para o cotidiano é uma das formas dessa contextualização acontecer, pois ao aliarmos os conteúdos estudados com outras vivências podemos dar novo sentido ao que é estudado na sala de aula. É preciso que os contextos de ensino possam se adequar a outros contextos, pois é necessário que haja motivações nos discentes para aprender e estas motivações dependem das circunstâncias encontradas no momento em que os conteúdos estão sendo explanados.

Contextualizar com temáticas voltadas ao cotidiano, portanto, é uma estratégia fundamental para a construção de significações, pois quanto mais próximos estiverem o conhecimento escolar e os contextos presentes na vida pessoal do aluno e no mundo no qual ele vive, mais o conhecimento terá significado.

A contextualização mobiliza diferentes motivações para alcançar o mesmo objetivo, pois contextualizar o conhecimento, com as questões presentes na vida pessoal do aluno, pode ajudá-lo a vivenciar intelectual e afetivamente a relevância do conhecimento adquirido no meio escolar para compreender e resolver os seus próprios problemas no mundo afora, tomar decisões em certas situações, construir uma visão de mundo no meio onde está inserido. Além disso, contextualizar o conhecimento é buscar o significado do conhecimento a partir de contextos do mundo e da sociedade em geral e, assim, levar o aluno a compreender a relevância desses conhecimentos para a aplicação em outras situações, que o leve a entender os fatos, fenômenos e processos que estão ao seu redor. Enfim, contextualizar o conhecimento com base na realidade vivida, é criar condições para que o aluno experimente a curiosidade e o encantamento das descobertas matemáticas e a satisfação de construir o seu conhecimento com autonomia.

Todas as funções que estão presentes no currículo escolar apresentam uma série de aplicações, que podem ser contextualizadas pelo professor. Este é um assunto riquíssimo em

aplicações matemáticas e que está muito ligado ao cotidiano do aluno, possuindo uma série de aplicações que levam em consideração a vivência em diversos contextos. Assim, quando abordado dessa forma, pode, dependendo das circunstâncias, levar os alunos a pensarem e entenderem a importância que as funções têm em nosso meio, levando a entender, que além da manipulação algébrica há uma outra interpretação para este assunto, e que se bem compreendido pode ajudar a resolver certos desafios que são impostos no cotidiano de cada um.

Acreditamos, como professores, que a frequente falta de interesse dos alunos quanto ao processo de aprendizagem nessa área se deve a vários fatores, e defendemos em nossa pesquisa que a Matemática ensinada na escola, por ser em muitas circunstâncias diferente da matemática vivenciada pelos estudantes no seu cotidiano, acarreta desmotivação e falta de estímulo na construção dos conceitos referentes aos conteúdos do currículo escolar.

Diante disso, Silva (2016, p. 16) diz que:

> O processo de ensino da Matemática escolar deve ser gratificante para todos os envolvidos no processo educativo. [...] as pessoas gostam de aprender desde que a nova informação se conecte com as ideias já desenvolvidas, ou seja, é necessário trabalhar de acordo com as percepções dos alunos, auxiliando para que os mesmos possam reconhecer os conceitos Matemáticos presentes na vida de cada um, e também contribuindo para que equívocos com relação a disciplinas possam ser quebrados.

Assim, podemos perceber que para haver compreensão das ideias essenciais do estudo de funções é preciso fazermos uma análise da nossa prática enquanto professor e também fazer uma análise do perfil do aluno que hoje temos na sala de aula, pois sabemos o quanto é grande o desafio e a tarefa de ensinar nos dias atuais, e não podemos enquanto educadores achar que não há mais solução para o problema e nem mais nada a fazer, pois é preciso acreditarmos em nosso profissionalismo e inserir mudanças em nossa prática, uma vez que pequenas mudanças podem levar a grandes conquistas. No ensino de funções há muito o que aprender e também há muito o que se ensinar, porém o intervalo de um ano letivo é muito curto para compreender em detalhes os conceitos e as ideias essenciais de funções.

> Assim, no curto período do Ensino Médio, não podemos ter a pretensão de alcançar a amplitude e a flexibilidade que o conceito de função carrega dentro dele na sua completude, porque sabemos do alto grau de dificuldade que isso representa para os alunos desse nível de ensino. Essa afirmação pode ser provada do ponto de vista histórico, visto que a humanidade levou milhares de anos para construir o conceito de função (SILVA, 2013, p. 58).

Portanto, em nosso estudo defendemos que as ideias essenciais para o ensino de funções no Ensino Médio, conforme mencionadas na seção anterior, devem sempre ser colocadas em pauta pelos professores durante a execução das aulas de funções no primeiro ano desse nível de ensino, e que estes educadores sempre abordem na sala de aula a importância que as funções apresentam no mundo fora da escola, que, guiados por este olhar que vai além do livro didático, possam levar aos alunos a importância que a compreensão do conteúdo de funções possui para a formação de cada indivíduo e, que os discentes possam compreender as ideias desta temática em diferentes contextos, aplicando-as em situações de sua vida diária e também das pessoas que convivem ao seu redor, compreendendo assim que este assunto é útil para modelar diversas situações e fenômenos que acontecem no mundo real. Convém ressaltar que todas essas ideias precisam ser fortificadas pelas diferentes abordagens da contextualização, para que haja, de fato, a diferença que tanto almejamos no ensino da Matemática.

Precisamos, dessa forma, valorizar o contexto no qual os alunos vivem e levar atividades para a sala de aula que façam sentido para eles. São atividades desse tipo que podem despertar a criatividade de nossos estudantes, sendo que tais atividades devem apresentar desafios que façam com que estes sintam-se motivados para resolvê-los, e movidos por essa motivação possam encontrar sentido para o que estão estudando. Assim, para que o professor de Matemática consiga trabalhar desta maneira, é preciso que ele seja um ser pesquisador, que possa conhecer os contextos no qual os seus alunos vivem e ser bem criativo na sua prática escolar.

Diante disso, o educador de Matemática não se consegue do dia para a noite ter a melhor prática na sala de aula, mas o mesmo nunca pode parar de buscar o melhor para esse ambiente. É fundamental que o educador em matemática:

> Acredite que sua prática é muito importante e que possui momentos riquíssimos, os quais merecem uma discussão/reflexão coletiva. O fato de o professor não crer em sua capacidade faz com que ele se isole cada vez mais, acreditando que sua prática tem pouco a oferecer, deixando de colaborar para que mudanças efetivas se realizem. O que deve estar sempre presente é que a soma de pequenas experiências pode transformar e gerar práticas educativas mais significativas (OLIVEIRA, 1997, p. 108).

Dessa forma, cabe a cada educador refletir constantemente sobre a sua prática e sempre buscar inserir dentro de sua sala de aula novas formas de ensinar. Com relação ao ensino de funções, muitas mudanças podem ser feitas, pois é partindo dessa ideia de melhorias na prática educativa que podem surgir a motivação dos discentes para aprenderem, despertando-os para o

que é mencionado nas aulas de Matemática. Diante dessa possibilidade de mudanças, compete ao docente rever o que ensina e como leva o conhecimento para a sala de aula, sendo essa uma possibilidade dos discentes valorizarem as aulas desse componente curricular e ao mesmo tempo observarem as vantagens que esses conhecimentos têm em suas vivências.

2.5 O estudo da função afim e suas aplicações no cotidiano

Durante os estudos de funções, que acontecem, na maioria das vezes, no primeiro ano do Ensino Médio, a função afim, que é um dos tópicos do ensino de funções, é sempre o primeiro contato que o aluno tem após a explicação da parte introdutória desse conteúdo. De acordo com Souza (2013, p. 84), a definição de função afim é:

> Uma função f: $\Re \rightarrow \Re$, que a todo número $x \in \Re$ associa o número ax + b, com *a* e *b* reais, é chamada função afim.
>
> $x \rightarrow ax + b$
>
> $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$
>
> Dizemos que a e b são os coeficientes da função.

Além da definição geral da função afim, é abordado também as definições dos casos particulares (função linear e função identidade) que é colocada em evidência durante os estudos dessa temática. Após as definições, tanto geral como dos casos particulares, é abordado quase sempre essa sequência: o estudo do gráfico dessa função, o zero da função afim, o estudo dos coeficientes e as suas aplicações, sendo expostos um grande número de exercícios que são colocados à disposição do aluno para responder e testar seus conhecimentos.

Alguns autores de livros didáticos, antes de exporem as definições dos conteúdos, iniciam a abertura do capítulo com uma situação problema, evidenciando a aplicação daquele tema em alguma situação além do âmbito da Matemática, e isso é interessante, pois pode ajudar aos professores a trabalharem com a aplicação do tema em estudo e mostrar aos discentes que o que vai ser exposto pode ajudar a solucionar certos problemas que podem estar presentes em situações até mesmo rotineiras, e que o estudo do determinado conteúdo ajudará a solucioná-lo.

No estudo da função afim, não são poucas as aplicações que se relacionam com problemas do cotidiano, e que muitas vezes passam despercebidas em nossas ações ou sequer nos damos conta que em certas situações estamos usando o conceito desse tipo de função.

Diante das cinco ideias diferentes vistas nas representações múltiplas de funções, (contexto, tabelas, equação algébrica, gráficos e descrições verbais), apontamos a seguir algumas situações cotidianas que envolvem o estudo da função afim e citamos, em cada, caso a presença dessas ideias essenciais no estudo de funções.

- *Quantidade de água que cai em um tanque após uma bomba ser ligada e o tempo que leva para enchê-lo*: nessa situação podemos utilizar uma função afim para mostrar a relação entre a quantidade de água que entra em uma caixa d'água e o tempo que a bomba deve permanecer ligada até enchê-la. A exploração desse tipo de questão torna-se relevante pelo simples fato de estarmos diante dessa situação todos os dias, principalmente para enchermos a caixa d'água do banheiro e precisamos cronometrar o tempo que demora para que a mesma possa encher dependendo da vazão da água. Nesse exemplo, podem ser abordadas as cinco representações diferentes no estudo da função que contemplam a ideia essencial das representações múltiplas.
- *Valores a serem pagos envolvendo duas taxas, sendo uma fixa e outra variável*: nesse caso podemos citar exemplos de serviços de uma pizzaria, de um táxi, de uma montadora de móveis, da compra de um objeto pela *internet* entre outros serviços que utilizam em seus serviços o valor fixo do produto e um valor variável para a entrega, que em algumas situações depende dos quilômetros de deslocamento. Outro exemplo no qual o serviço final é pago modelado por uma função afim diz respeito a uma corrida de táxi, pois ao andarmos em um táxi percebemos que ao entrarmos no mesmo há uma taxa chamada bandeirada que é uma taxa fixa, e ao longo do percurso percebemos a variação do valor (taxa variável) e o valor final a ser pago é dado pela soma das duas taxas. Nesse exemplo, se conhecermos o valor que o taxímetro está cobrando por quilômetro rodado, e se tivermos conhecimento da função afim podemos ter uma prévia, conhecendo-se o total de quilômetros do percurso, do valor final a ser pago. Nesse exemplo, também podem ser abordadas as cinco representações diferentes no estudo da função que contemplam a ideia essencial das representações múltiplas.
- *Relação entre a quantidade de pragas e a destruição de um cultivo*: podemos citar o exemplo da lagarta e a destruição das folhas de uma plantação, cuja devastação pode alcançar grandes proporções, caso nada seja feito para impedir. Podemos, por meio de uma função afim, encontrar a relação existente entre a quantidade de lagartas e a quantidade de massa, em gramas, de folhas que elas são capazes de comer por dia. Nesse exemplo, podemos focar outras temáticas, fazendo uso da interdisciplinaridade, como a cadeia alimentar, a agricultura do nosso lugar e as perdas que temos na lavoura, a chegada das pragas em nosso país, o uso de agrotóxicos, a poluição do solo e das águas, entre outras relações que podemos estabelecer com

o exemplo citado. Nesse exemplo, podem ser abordadas em maior ênfase as ideias de contexto e de equação algébrica.

- *Velocidade e tempo:* nesse caso podemos citar a relação existente entre a Matemática e a Física através do conteúdo de função afim e o caso do estudo do movimento. Aqui podemos conhecer a relação que existe entre a distância e o tempo do percurso e questionamentos podem ser levantados sobre a importância de evitar o excesso de velocidade para a prevenção de acidentes, o perigo que existe nas estradas e tais questões podem ser alvo de discussões nas abordagens da função afim. Nesse exemplo, podem ser abordadas as cinco representações diferentes no estudo da função que contemplam a ideia essencial das representações múltiplas.
- *Taxa fixa de um salário e taxa extra pelas horas a mais de trabalho:* podemos citar os exemplos das grandes lojas que, pagam um valor fixo salarial e uma comissão a partir do total de vendas que o vendedor tem durante o mês. Além deste caso, podemos citar, por meio de uma função afim, o trabalho realizado por alguém, por exemplo, que trabalha em manutenção de computadores, que cobra uma taxa fixa do trabalho mais um valor que vai variar de acordo com as horas que levará para consertar tal objeto, entre outros serviços que também utilizam tal estratégia, e até mesmo para quem faz hora extra, em empresas ou outros setores. Nesse exemplo, podem ser abordadas as representações de contexto, já que a situação envolve relações do cotidiano. Também pode-se ouvir o que os alunos têm a dizer sobre essa situação, dando ênfase ás descrições verbais e também ao estudo de equações algébricas que acontece a partir da transformação de um contexto cotidiano em um contexto matemático;
- *Capacidade de um determinado local (casa de show, ginásio, campo de futebol) e a arrecadação por meio da venda de ingressos:* nesse exemplo, o dono do referido estabelecimento, através de uma função afim pode fazer uma prévia de quanto será arrecadado em tal evento. Além disso, outros questionamentos podem ser levantados, como questões envolvendo lucro e prejuízo, discussões sobre o valor exorbitante dos ingressos e dos artistas para fazerem um *show*, o alto valor que colocam nas bebidas e comidas nos ambientes fechados, a separação de pessoas que têm mais dinheiro e as menos favorecidas através dos camarotes e da pista normal, entre outras situações. Nesse exemplo, podem ser abordadas as cinco representações diferentes no estudo da função que contemplam a ideia essencial das representações múltiplas.
- *Conta bancária e manutenção (taxa cobrada pelo serviço):* nesse exemplo, podemos comentar sobre as taxas de manutenção de alguns bancos e o valor desses serviços. Tal questão e discussão, tem seu valor de importância porque ter uma conta bancária nos dias atuais é algo

que todos os alunos conhecem, embora a maioria, por serem menores de idade, ainda não tenham a sua, mas os seus pais, na maioria dos casos, possuem, e é um assunto bastante presente no cotidiano de todos os alunos. Dessa forma, outras questões como o investimento em uma poupança e as ofertas de cada banco também podem entrar em cena. Nesse exemplo, podem ser abordadas as cinco representações diferentes no estudo da função que contemplam a ideia essencial das representações múltiplas, mas as ideias de contexto e formação de equação algébrica pode ganhar um destaque maior.

- *Self-service e valor a ser pago pelo consumo:* nesse exemplo, podemos comentar sobre o valor que pagaremos pelo total que comeremos em um restaurante, cujos serviços sejam através do *self-service*, no qual o valor a ser pago está diretamente ligado com o total de comida consumida. Nesse exemplo, podemos abordar as representações de contexto, equação algébrica e gráficos em uma ênfase maior.
- *Imposto de Renda:* nesse exemplo, podemos abordar o que vem a ser o imposto de renda e como é feito o cálculo para sabermos a quantidade que alguém paga, dependendo do que se ganha anualmente. Pode-se também levar a tabela progressiva anual para o cálculo desse imposto e trabalharmos o conteúdo de função afim baseado nessa situação, e observarmos o que os alunos conhecem sobre o assunto, pois apesar dos alunos ainda não declararem tal imposto, este é um exemplo importante que cabe várias discussões, e com certeza os seus pais, ou parentes, ou alguém de sua comunidade declara tal imposto e este é um exemplo que aborda um contexto cotidiano visto em jornais, debatido na sua casa ou em outros contextos e que pode fazer parte do repertório de conhecimentos dos alunos. Nesse exemplo, podem ser abordadas as cinco representações diferentes no estudo da função que contemplam a ideia essencial das representações múltiplas.
- *Vantagens de alguns serviços que variam de acordo com a nossa necessidade:* podemos citar vários casos de promoções que pode tornar-se uma vantagem para o mercado e uma ameaça ao bolso do consumidor. Aqui, pode-se citar, por exemplo, os serviços de estacionamento em que muitas vezes é melhor pagar a taxa fixa do que a taxa por hora em que o veículo fica estacionado, e isso vai depender da necessidade do cliente, e essa situação pode ser modelada mais uma vez pelo estudo da função afim, principalmente na abordagem dos gráficos das funções, e com isso podemos mostrar aos alunos a importância da Matemática por trás de algumas escolhas que podem ferir ou salvar o nosso bolso. Nesse exemplo, podem ser abordadas, em maior ênfase, as representações de tabelas, equações algébricas e gráficos.

- *Relação entre massa e peso:* nesse exemplo, podemos abordar o que de fato é a massa e o peso, cujos conceitos científicos são confundidos em muitas situações do nosso cotidiano e a partir da função afim podemos discutir a variação do peso com a massa de uma determinada pessoa, considerando por exemplo, dois ambientes diferentes: na lua e na terra, e assim podemos diferenciar o que é o peso e a massa em conceitos científicos e ainda abordar os conceitos de aceleração da gravidade, fazendo um paralelo entre os estudos da Física e sua relação com a Matemática. Nesse exemplo, podem ser abordadas as representações de contexto, de descrições verbais e equação algébrica em maior ênfase.
- *Relação entre o número do sapato e o comprimento do pé:* nesse exemplo, é proposto uma expressão algébrica que dirá o tamanho do número do sapato de alguém conforme o comprimento do seu pé baseado nos estudos da função afim, pois embora todos conheçam o seu número de calçado, esta situação servirá para explicar a relação matemática que está por trás dessa medição, como as fábricas utilizam esse padrão e porque para qualquer marca de tênis, sapato ou sandália o tamanho do seu calçado é sempre o mesmo. Nesse exemplo, podem ser abordadas, em uma ênfase maior, as representações de tabelas e equações algébricas.
- *Depreciação de um veículo em relação ao seu tempo após ser comprado:* nesse exemplo, o aluno perceberá o quanto se perde no valor de um veículo a cada ano depois de comprado e questões sobre lucro e prejuízo, vantagens e desvantagens de comprar um carro novo entrarão em pauta. Essa questão torna-se importante a partir do momento que este fizer relação com o carro do seu pai, do seu amigo, do seu vizinho e começará a perceber a relação que existe entre o contexto da aula de Matemática e o seu cotidiano. Nesse exemplo, podem ser abordadas as cinco representações diferentes no estudo da função que contemplam a ideia essencial das representações múltiplas.
- *Questões que envolvem a vazão (volume/tempo)*: esses casos estão bem presentes no cotidiano dos alunos, principalmente ao encher ou esvaziar um recipiente qualquer, este está utilizando tais grandezas mesmo sem percebê-las e isto pode trazer uma boa discussão para a sala de aula. Nesse exemplo, podem ser abordadas representações de tabelas, gráficos e equações algébricas em uma abordagem mais aprofundada.
- *Linhas telefônicas e seus planos:* nesse exemplo, podemos citar as principais linhas telefônicas da cidade e pesquisar os seus preços pelos serviços oferecidos. Assim, a partir dos dados colhidos podemos modelar através da função afim qual o plano mais vantajoso para cada aluno dependendo de suas necessidades. Nesse exemplo, podem ser abordadas as cinco

representações diferentes no estudo da função que contemplam a ideia essencial das representações múltiplas.

- *Relação entre o preço a pagar e o total de quilogramas comprados:* esse exemplo está bem presente em nosso cotidiano na hora das compras, e cuja relação matemática se destina ao estudo das funções afins. Podemos citar situações como a compra de frutas, de legumes e dos diversos produtos que compramos em nosso dia a dia e que os preços que pagamos, nos dias atuais, quase sempre não dependem da quantidade (por unidade), mas da quantidade (em massa) comprada. Isso é bem perceptível, principalmente nas compras de frutas, as quais antigamente o preço era dado por unidade, e hoje, geralmente cada tipo de fruta apresenta um respectivo preço por quilograma e o valor a ser pago é uma dependência da quantidade de cada quilograma comprado. Nesse exemplo, podem ser abordadas as cinco representações diferentes no estudo da função, que contemplam a ideia essencial das representações múltiplas.
- *Relação entre o preço a pagar e o total de xerox retirada:* essa relação está bem presente em nosso cotidiano na hora de irmos a uma papelaria com o intuito de xerocarmos alguma coisa, e percebemos que o total a ser pago, no final de tudo, vai depender diretamente da quantidade de folhas xerocadas. Este exemplo, apesar de simples, é algo que todo aluno faz na prática no decorrer de sua trajetória estudantil, e podemos utilizá-lo como motivação para a compreensão da função afim. Nesse exemplo, pode ser abordado um olhar mais aguçado para as representações de gráficos e equações algébricas.
- *Relação entre o custo de produção e o preço de venda:* podemos citar alguns casos de produtos, como por exemplo a venda de geladinhos, que para se obter lucro precisa saber os gastos obtidos com os ingredientes no momento da produção e traçar uma estratégia para o preço de venda, cuja abordagem foi a escolhida para discutirmos em nosso estudo e se fará bem presente nas próximas páginas dessa dissertação. Nesse exemplo, podem ser abordadas as cinco representações diferentes no estudo da função que contemplam a ideia essencial das representações múltiplas, conforme apresentamos em nossas discussões.

Ao longo dessa discussão, foram mostrados alguns casos de situações do nosso cotidiano que podem ser modeladas através do estudo da função afim. Essas situações não são as únicas, pois existem várias outras que podem ser abordadas na sala de aula e que podem ajudar o discente a encontrar sentido nos estudos dessa temática.

Assim, no decorrer do todo o exposto, percebemos e reforçamos a importância que situações aliadas a contextos do cotidiano tem no ensino da Matemática, pois elas podem facilitar ao professor a encontrar algumas respostas para as indagações de alguns alunos e mostrar a estes onde tal conteúdo pode ser usado nos contextos que estão ao nosso redor. Pode

favorecer motivações para estudar tal assunto, haja vista que o aluno percebe as aplicações do conteúdo em algumas situações de sua rotina e torna-se motivador estudar aquilo que está conectado diretamente com certos acontecimentos de seu meio.

Portanto, apostamos em uma prática que apresente sentido ao aluno, que o leve a compreender as razões da existência da Matemática em nossas vidas. Também apostamos na metodologia usada pelo professor para a execução de sua aula, pois as variações do modo de ensinar também determinam diferenças nos resultados obtidos, e, partindo desse pressuposto, ensinar não é simplesmente seguir uma sequência de atividades presentes em um livro didático, ou simplesmente transmitir informações achando que os alunos estão aprendendo tudo o que está sendo exposto; ensinar vai além disso, pois exige esforço e dedicação, e quanto mais persistência melhores resultados podem surgir.

Enquanto professores de Matemática, precisamos rever nossa atuação e perceber o que deve ser feito para melhorar a nossa prática, pois como vimos ao abordarmos sobre o contexto circunstanciado, a aprendizagem depende da motivação do aluno para estudar o que é exposto, mas também depende da nossa motivação, enquanto professor, para ensinarmos, pois é nessa troca simultânea que a aprendizagem pode ou não acontecer.

2.6 Abordagem das funções em alguns documentos curriculares

O conteúdo de função aparece atualmente com frequência nos documentos curriculares que orientam as políticas curriculares das redes de ensino pelo país, mas a busca por estudos mais profundos nessa temática somente começou a acontecer aqui no Brasil por volta das décadas de 30 e 40 do século passado e, nos dias atuais, o conteúdo de função aparece com destaque nas páginas de alguns desses documentos. Nessa seção vamos relatar o que dizem as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM), os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (PCN+ Ensino Médio) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que são alguns dos principais documentos curriculares do nosso país.

Começamos nossa discussão abordando as ideias que aparecem sobre o conteúdo de funções nas OCEM, sendo este documento curricular um instrumento de apoio ao professor e responsável pelas reflexões que o docente deve utilizar em favor do aprendizado do aluno tendo como objetivo contribuir para o diálogo entre professor e escola sobre a prática docente.

Quanto ao estudo de funções, as OCEM nos sugerem que:

> O estudo de *Funções* pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras. Também é interessante provocar os alunos para que apresentem outras tantas relações funcionais [...] (BRASIL, 2006, p. 72).

Diante disso, podemos perceber a ênfase que as OCEM dão ao ensino de Matemática voltado para situações reais, em que o aluno possa perceber as relações existentes da variação de uma grandeza com outra, pois o ensino de função, como debatido, não pode ser entendido apenas na sua forma algébrica, ou simplesmente por meio da construção do gráfico que a represente, e nem apenas pela representação dos seus dados em uma tabela, mas é preciso que os alunos percebam as relações existentes nas variáveis de diversas situações que caracterizam determinados tipos de funções, e que modelem situações que estão ao nosso redor.

Nesse sentido, a contextualização voltada para o cotidiano pode entrar em cena e dar sentido ao que é exposto na sala de aula, pois ao ensinar uma determinada equação envolvendo, por exemplo, a função afim, é preciso que haja um porquê para aquela equação, que essa possa modelar uma determinada situação, e que a partir disso haja o levantamento de questionamentos que levem os discentes a entenderem o comportamento das grandezas envolvidas naquele estudo.

Em relação a abordagem desse tipo de contextualização, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006, p. 72) afirmam que:

> É recomendável que o aluno seja apresentado a diferentes modelos, tomados em diferentes áreas do conhecimento (queda livre de um corpo, movimento uniforme e uniformemente acelerado, crescimento de uma colônia de bactérias, quantidade de medicamento na corrente sanguínea, rendimentos financeiros, consumo doméstico de energia elétrica, etc.). Sempre que possível, os gráficos das funções devem ser traçados a partir de um entendimento global da relação de crescimento/decrescimento entre as variáveis. A elaboração de um gráfico por meio da simples transcrição de dados tomados em uma tabela numérica não permite avançar na compreensão do comportamento das funções.

Assim, a todo momento, percebemos que a preocupação das OCEM se baseiam na qualidade do ensino e para que essa qualidade seja garantida é preciso que, enquanto docentes, saibamos fazer uma seleção do que vamos ensinar, onde estejam presentes situações que transformem o *fazer matemática* na sala de aula e que auxiliem na apropriação do conhecimento de tais temáticas.

Portanto, as OCEM sugerem que o assunto de funções seja abordado nas aulas de Matemática não apenas como um conteúdo a mais dessa disciplina, mas como um conteúdo que possibilite aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, em que os discentes tenham a oportunidade de inserir nessa abordagem questões que envolvam a modelagem de fenômenos reais, proporcionando-as uma aprendizagem consistente e duradoura que leve em consideração a vivência dos sujeitos envolvidos e a sua criatividade, fazendo com que estes possam fazer conexões com outras áreas do conhecimento numa visão interdisciplinar e coesa com os verdadeiros objetivos da escola.

Outro documento curricular, de suma importância para as nossas discussões, compreende os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), criado com o objetivo de servir como referência e como base para que os municípios e os estados construam seus currículos, discutindo, portanto, o que os professores devem ensinar. O mesmo propõe os conteúdos que devem ser repassados nas unidades escolares conforme as mais diferentes áreas do conhecimento. Os mesmos também servem de estímulo e apoio à reflexão sobre a prática diária do professor, auxiliando no planejamento das aulas e no desenvolvimento do currículo da escola.

Os PCNEM defendem a ideia que os conteúdos matemáticos não devem ser trabalhados de forma isolada, sem levar em consideração o caráter integrador que cada conteúdo possui. É preciso conduzir os discentes a terem uma visão mais ampla dos conceitos matemáticos e fazer com que estes possam perceber o elo existente entre os conteúdos matemáticos e as suas atividades diárias, nos variados contextos.

Sendo assim, a Matemática abordada no Ensino Médio deve estar atrelada à vida cotidiana e contribuir para a formação do pensamento crítico e reflexivo dos alunos. Para os PCNEM (BRASIL, 2000, p. 40), em seu papel formativo, a Matemática:

> Contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais.

Diante disso, a Matemática torna-se para o aluno a disciplina capaz de lhe auxiliar a resolver problemas e encontrar soluções para as diversas situações que lhe são apontadas no

seu dia a dia, propiciando ao aluno perceber a beleza e a harmonia que há por trás dos conteúdos matemáticos mencionados na escola. Logo:

> Cabe à Matemática do Ensino Médio apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo. Saber aprender é a condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida. Sem dúvida, cabe a todas as áreas do Ensino Médio auxiliar no desenvolvimento da autonomia e da capacidade de pesquisa, para que cada aluno possa confiar em seu próprio conhecimento (BRASIL, 2000, p. 41).

Quanto ao ensino de funções, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000, p. 43) asseveram que: "[...] o ensino isolado desse tema não permite a exploração do caráter integrador que ele possui". Dessa forma, mais uma vez frisamos a importância que a contextualização possui no meio escolar para que o aluno possa perceber as conexões externas e internas que existem entre a Matemática e a sociedade, principalmente, em seu entorno.

Abordando sobre esse caráter integrador, concebido pelas temáticas de funções, os PCNEM acentuam que:

> Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problemas de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática (BRASIL, 2000, p. 43-44).

Aqui fica esclarecido que, além do estudo da Matemática propriamente dito, é importante a análise desse estudo em outros contextos, principalmente, nos que consigam modelar situações reais baseadas no que é ensinado dentro dessas aulas. É importante que os discentes ao fim do Ensino Médio possam perceber a riqueza que existe na Matemática para a explicação de diversos acontecimentos que acontecem na vida real e não apenas aprendam a memorizar fórmulas para obter resultados.

Esse processo é lento e trabalhoso e não acontece do dia para a noite. É preciso que haja formação adequada para os professores e que estes também estejam dispostos as mudanças necessárias para que resultados melhores possam acontecer. Também não podemos esquecer do contexto circunstanciado presente em todos os momentos nas aulas de Matemática, pois somente a motivação de cada aluno pode garantir a sua aprendizagem.

Sabemos que ao longo do Ensino Médio existem objetivos a serem cumpridos em cada área e cada um deles apresenta diferentes finalidades. Diante dessas finalidades presentes no PCNEM, percebemos que se faz necessário aos docentes traçarem estratégias que levem aos educandos a alcançarem tais objetivos, que são de suma importância para o verdadeiro conhecimento de um aluno ao longo de sua trajetória estudantil.

É de grande relevância que a aquisição do conhecimento matemático esteja vinculada ao domínio de um saber fazer matemática e de um saber pensar matemático, e tanto no ensino de funções quanto nos demais conteúdos, essas finalidades devem ser respeitadas, sendo que para o cumprimento de tais metas, os professores e alunos precisam estar em consonância com tais objetivos, sendo que os professores devem evitar métodos prontos e que fazendo uso de diferentes estratégias possam levar até os seus alunos o pensar matemático e o reconhecimento da importância dessa disciplina para o nosso mundo.

Além dos PCNEM, as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (PCN+ Ensino Médio) também trazem suas contribuições sobre o ensino de Funções, afirmando que:

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções (BRASIL, 2002, p. 121).

É perceptível a ênfase dada ao ensino de funções e a sua preocupação em relação ao ensino desta temática, em que o estudo dos conceitos, das propriedades, dos gráficos e das aplicações desse conteúdo devem servir de modelo para descrever fenômenos reais e permitir o entendimento do aluno nas variadas conexões dentro e fora da Matemática, facilitando dessa forma a cada discente a compreensão sobre o que significa pensar em Matemática e utilizar os conhecimentos adquiridos para análise e intervenção na realidade.

Em relação às aplicações do conteúdo de funções, este documento afirma que:

> Os problemas de aplicação não devem ser deixados para o final desse estudo, mas devem ser motivo e contextos para o aluno aprender funções. A riqueza de situações envolvendo funções permite que o ensino se estruture permeado de exemplos do cotidiano, das formas gráficas que a mídia e outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas. O ensino, ao deter-se no estudo de casos especiais de funções, não deve descuidar de mostrar que o que está sendo aprendido permite um olhar mais crítico e analítico sobre as situações descritas (BRASIL, 2002, p. 121).

Assim, as aplicações no ensino de funções são de suma importância para o entendimento deste conteúdo tanto dentro como fora da Matemática, permitindo aos educandos perceberem o uso de tal temática nas variadas situações que abordam a dependência entre duas grandezas, o que permitirá o estudo deste tema a partir de situações contextualizadas e também o entendimento do seu caráter algébrico e o seu comportamento gráfico.

De acordo com os PCN+ este tema permite:

> O desenvolvimento de várias competências relativas à contextualização sociocultural, como a análise de situações reais presentes no mundo contemporâneo e a articulação de diferentes áreas do conhecimento. Contribui também para a compreensão e o uso de representações gráficas, identificação de regularidades, interpretação e uso de modelos matemáticos e conhecimento de formas específicas de raciocinar em Matemática (BRASIL, 2002, p. 127).

Além da análise desses três documentos, abordamos aqui também a ênfase que a BNCC vem dando ao estudo das funções ao longo de sua elaboração. Já vimos anteriormente que este documento entrou em vigor recentemente e o seu objetivo é “definir o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BRASIL, 2017, p. 7).

Na BNCC, as funções são consideradas um objeto de conhecimento situada dentro da álgebra e a habilidade que é voltada para o seu estudo diz que é preciso que o aluno ao estudar tal conteúdo no Ensino Médio possa:

> Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis (BRASIL, 2017, p. 269).

A BNCC afirma que o estudo dessa temática contribui para que os estudantes desenvolvam o pensamento algébrico a partir de situações simples. No ensino de funções tais

situações apresentam as ideias intuitivas deste assunto por meio da ideia de variação proporcional direta entre duas grandezas.

Uma das habilidades, dentre tantas outras, que os alunos desse nível de ensino devem desenvolver para a assimilação deste assunto é “determinar o elemento desconhecido que torna uma igualdade verdadeira, utilizando a ideia de equivalência, a partir de problemas” (BRASIL, 2016, p. 281)

Quanto ao estudo da álgebra, especificamente, das funções, nos anos finais do Ensino Fundamental, é retomado e ampliado o que foi abordado nos anos inicias, sendo pautadas as ideias de regularidade, de generalização e de equivalência para os alicerces do desenvolvimento de outras dimensões importantes no estudo dessa área de estudo da Matemática. É importante destacar aqui que as noções de variável e incógnita começam a ganhar representação maior no estudo das expressões algébricas e equações, e também nas abordagens iniciais no ensino de funções, que acontecem de forma mais detalhada no 7º, 8º e 9º anos. Ao término dos anos finais do Ensino Fundamental é preciso que os alunos tenham desenvolvido algumas habilidades no estudo da Matemática, e entre elas, o reconhecimento de uma função como uma relação de dependência entre duas variáveis, bem como as representações algébrica e gráfica é de fundamental importância para o andamento deste assunto durante o primeiro ano do Ensino Médio.

Portanto, é no Ensino Médio que o estudo de funções é ampliado e seu papel de modelo matemático para analisar e interpretar diversos fenômenos do mundo natural e social é colocado em evidência. Também é ampliada a visão das funções além do âmbito matemático, sendo o seu estudo destacado também em outras áreas, como Física, Química e Biologia para que o aluno possa compreender a vastidão desse conhecimento. Entre as habilidades que os alunos devem ter ao estudar tal assunto, a compreensão de função como uma relação de dependência entre duas variáveis, as ideias de domínio e imagem, e suas representações algébricas e gráficas devem ser destaque para a consolidação da aprendizagem desse assunto, bem como a utilização dessas ideias para a análise e interpretação de diversas situações nos variados contextos, inclusive o seu estudo diante dos fenômenos naturais, sociais e de outras áreas.

Finalizando nossas discussões nesse capítulo, percebemos o tamanho da importância que o ensino de funções tem na Matemática, sendo o seu estudo essencial para a compreensão de diversos problemas presentes nesse componente curricular como também fora dele, e, por ser uma temática essencial para o conhecimento de todo cidadão, defendemos que o seu estudo deve acontecer nas escolas com conexões entre o que é estudado na sala de aula e os outros

contextos presentes fora do âmbito escolar, para que os alunos possam perceber o porquê de estudá-la ao longo da Educação Básica.

Em nossa pesquisa, procuramos por meio das investigações matemáticas na sala de aula conhecermos como os alunos compreendem as funções afins e que estratégias utilizam para resolver problemas envolvendo esse tipo de função, com situações voltadas para os contextos do cotidiano.

Atrelado a essa perspectiva de encontrar tais estratégias usamos o modelo teórico dos campos semânticos como auxílio para compreendermos a tomada de decisão, o levantamento dessas estratégias e a produção de significados que os alunos conseguem obter no estudo de função afim.

Pretendemos, a partir de todas as estratégias elaboradas pelos alunos, alcançarmos os objetivos propostos nesta pesquisa. Para isso damos continuidade ao estudo, apresentando no próximo capítulo uma discussão ampliada sobre as investigações matemáticas na sala de aula, o modelo teórico dos campos semânticos e as relações existentes entre as duas propostas para a realização do nosso trabalho em sala de aula.

3 MODELO TEÓRICO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS E SUA INFLUÊNCIA NAS INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NA SALA DE AULA

Nesse capítulo, apresentamos as reflexões sobre o modelo teórico dos campos semânticos, proposto por Rômulo Campos Lins, e sua importância para o nosso estudo. Inicialmente apresentamos o que diz a teoria e a importância que a mesma possui no que diz respeito a construção do conhecimento pelos próprios alunos a partir da produção de significados obtidas durante as atividades feitas na sala de aula. Após tais discussões, trazemos as ideias de João Pedro da Ponte, Joana Brocardo e Hélia Oliveira sobre as investigações matemáticas na sala de aula, na qual apontamos a importância dessa metodologia em nosso estudo e as suas possibilidades no ensino da Matemática. Finalizamos este capítulo, fazendo um paralelo entre o modelo teórico dos campos semânticos e a proposta de investigações matemáticas na sala de aula, em que apresentamos as conexões entre os dois referenciais teóricos e a sua importância para a nossa pesquisa.

3.1 Modelo teórico dos campos semânticos

O modelo teórico dos campos semânticos (MTCS), proposto pelo professor Rômulo Campos Lins, surgiu nos estudos desse autor para dar suporte teórico ao pensamento algébrico. Essa teoria está totalmente ligada ao ensino e à aprendizagem. Em primeiro lugar, para que possamos compreendê-la necessitamos conhecer o significado das seguintes palavras: *conhecimento, significado* e *produção de significado* nas abordagens desse estudo. Antes de abordarmos os objetivos pelos quais Lins criou essa teoria, vamos discutir o significado de tais palavras, que são de suma importância para o entendimento desse referencial teórico.

Começamos falando sobre *conhecimento*. Segundo Lins e Gimenez (1997), o que chamamos de conhecimento consiste em uma crença-afirmação, que se resume nas enunciações que um certo indivíduo relata a partir daquilo que ele acredita e, junto com esta crença-afirmação há a justificação, ou seja esta justificação é o suporte que dá ao indivíduo a autoridade de dizer aquilo que ele está dizendo.

Ao fazer tal afirmação, Lins e Gimenez (1997, p. 141-142) cita o seguinte exemplo para a nossa compreensão:

> *K_1 = ("2+3 =5", "Se junto dois dedos com três dedos, tenho cinco dedos")* é um conhecimento. "2+3=5" é a *crença-afirmação*; "Se junto dois dedos com

> três dedos, tenho cinco dedos" é a *justificação*. A *justificação* é, nessa formulação, parte integrante de um conhecimento, e não apenas uma "explicação" para ele, e o *conhecimento* é o par, (*crença-afirmação, justificação*) e não apenas a proposição na qual o sujeito acredita, e cuja crença afirma.

Do exemplo citado, podemos compreender que um sujeito tem um conhecimento quando ele encontra justificações para as suas crenças. Ao afirmarmos que 2+3=5 e não conseguirmos fazer uma certa relação com esta expressão numérica não estamos tendo conhecimento, uma vez que este é formado pelo par (crença-afirmação, justificação).

Em maiores detalhes, com base nesse aspecto teórico, Silva afirma que:

> Os três aspectos-chave para conhecimento são: a crença, a afirmação e a justificação. O sujeito acredita naquilo que está afirmando, o que implica que ele acredita estar autorizado a ter aquela crença. Mas não é suficiente que a pessoa acredite e afirme; é preciso também que ela justifique suas crenças-afirmações para que a produção do conhecimento ocorra. Porém, o papel da justificação não é explicar a crença-afirmação, mas tornar sua enunciação legítima, o que faz com que as justificações tenham um papel central no estabelecimento do conhecimento do sujeito (SILVA, 2003, p. 18).

Assim, compreendemos que os ensinamentos na escola, dependendo das circunstâncias, se torna em conhecimento quando os discentes compreendem os conteúdos escolares (crença-afirmação) e conseguem elaborar uma justificação para os mesmos. Embora a teoria seja de fácil entendimento, na prática até que aconteça a consolidação desse feito muitas coisas precisam ser feitas nas abordagens matemáticas na sala de aula, pois nada acontece de forma linear como acreditamos ser quando atuamos como professor: eu ensino e você aprende! A aprendizagem não acontece simplesmente assim, pois há muitos elementos envolvidos para que esse conhecimento realmente se consolide.

No modelo teórico dos campos semânticos os elementos envolvidos, conforme afirmamos, são a crença-afirmação e a justificação para que haja conhecimento. Para esse feito precisamos, enquanto docentes, levarmos em consideração vários outros elementos no processo de ensinar e entre eles estão: os conhecimentos prévios dos alunos, o contexto circunstanciado, a inserção de outros contextos no contexto matemático, entre outras situações. Sem estes elementos estamos caminhando rumo ao fracasso. Em relação a este fracasso, Lins e Gimenez (1997, p. 17) diz o seguinte:

> Quando falamos de fracasso, não se trata, naturalmente, de fracasso dentro dos muros da escola. Embora em muitos casos o fracasso seja completo, isso significando que o aluno não aprende o que a escola lhe propõe, há um outro fracasso, igualmente preocupante, que é a farsa de tantas pessoas que aprendem o que é ensinado na escola, mas apenas para a escola. Essas pessoas passam nas provas e nos exames escolares, mas não chegam jamais a alcançar o objetivo de integrar o que aprenderam na escola e o que aprenderam na rua, e quando acaba a matemática escolar – seja porque a pessoa para de ir à escola ou porque segue uma carreira na qual não há matemática – acaba a razão de existir de tudo aquilo. Normalmente, dizemos que as pessoas "esquecem" o que aprenderam na escola, mas achamos que seria melhor dizer que elas nunca chegaram a se lembrar da matemática escolar fora da escola, *mesmo durante o tempo no qual estavam vivendo a matemática escolar.* (Grifos do autor)

Em relação a tal comentário, Lins e Gimenez (1997) traz em suas abordagens o que falamos nos capítulos anteriores. Comentamos que os discentes na maioria das vezes não veem relação nenhuma entre a matemática escolar e a matemática do cotidiano, e dessa forma são condenadas ao fracasso nessa área, principalmente quando não há motivação para aprender e quando o professor não aborda as conexões de outros contextos com os contextos da sala de aula.

Diante disso, o aluno não aprende, pois ele não é capaz de enunciar o que foi explanado na sala de aula, uma vez que todo conhecimento existe a partir de sua enunciação, sendo nesta produzidos os significados sobre os objetos. Para o MTCS, este significado refere-se a tudo o que acontece no interior de uma atividade. Lins (2012, p. 28) afirma que "*significado* de um objeto é aquilo que se efetivamente diz a respeito de um objeto, no interior de uma atividade. Objeto é aquilo para que se produz o significado".

Colaborando com essas ideias, Machado (2002, p. 141) afirma que: "[...] conhecer é conhecer o significado, e o significado é sempre construído pelas pessoas, ou seja, o conhecimento é sempre pessoal".

Assim, em qualquer conhecimento produzido, o mesmo é pessoal e corresponde a uma crença-afirmação de algo, e este de fato só existe quando o indivíduo é capaz de fazer uma justificação sobre o que é dado.

Logo, quando um sujeito produz significados, simplesmente, significa dizer que ele conseguiu produzir ações enunciativas a respeito de um objeto dentro de uma determinada atividade, ou melhor, a partir destes significados o sujeito agora tem uma crença-afirmação e uma justificação, e que a mesma pode ser enunciada, ou seja, agora o sujeito tem conhecimento acerca de um tal assunto.

Quanto a essa complexidade do fenômeno da produção de significados, da forma como eles emergem, Lins e Gimenez (1997, p. 146) afirma que há muitos e delicados aspectos a considerar. Entre estes, ele cita os seguintes:

> i. A atividade em questão, e também a tarefa que a origina;
> ii. Os significados sendo produzidos – e, portanto, o núcleo (ou núcleos) em jogo;
> iii. O possível processo de transformação do (s) núcleo (s), e as possíveis rupturas na direção de novos modos de produção de significados;
> iv. Os textos sendo produzidos – notações, diagramas, escrita, fala, gestos, e sua eventual constituição em objeto;
> v. O papel do professor como interlocutor;
> vi. Os alunos como interlocutores uns dos outros;
> vii. Interlocutores não-presentes;
> viii. A existência de certos modos de produção de significados que queremos que os alunos dominem; e,
> ix. A existência de certas *afirmações* que eles venham a assumir como corretas.

Percebemos que, para produzir significados, é preciso em primeiro lugar existir uma atividade a se trabalhar. Após a escolha dessa atividade, os alunos produzem significados sobre ela, aí entra em cena outro conceito do modelo teórico dos campos semânticos, o *núcleo*, que, para Lins e Gimenez (1997, p. 144), corresponde a um "conjunto de objetos já estabelecidos e em relação aos quais significados estão sendo produzidos". Em outras palavras, Lins e Gimenez (1997) declara que um núcleo pode ser evidenciado por um diagrama, por um desenho, por uma balança, por um conjunto de axiomas, por uma situação *realista* ou ficcional. Um mesmo núcleo pode evidenciar diferentes significados para diferentes temáticas. Lins e Gimenez (1997) cita o exemplo da balança, que em Matemática pode servir para o estudo de uma equação, mas para a área das ciências jurídicas esta mesma balança tem outro significado e para o nosso cotidiano a mesma é utilizada para outras funções.

Para tanto, no interior dessa atividade os núcleos são transformados em diferentes significados, sendo o professor apenas interlocutor nesse cenário e os alunos são os interlocutores uns dos outros, tendo cada um, ideias diferentes que ao final da atividade são mencionadas e transformadas em outros significados para os seus colegas.

Quando uma atividade é interessante e serve de motivação para os discentes, diferentes significados podem ser produzidos. Atividades com esse objetivo podem provocar mudanças na condução da aula e entre elas podemos citar: 1. O aluno passa a ser o centro das atenções e em vez do professor conversar com os alunos, os alunos é quem conversam Matemática com o

professor; 2. Os alunos afirmam aquilo que eles acreditam como verdade dentro da atividade, sendo a sua voz ouvida nos significados propostos pelos mesmos; 3. Os alunos conversam Matemática com os seus colegas, uma vez que as atividades exigem que haja interação entre eles, etc.

Observamos que esse fenômeno de produção de significados é bem complexo, mas sem a introdução de atividades que façam o aluno colocar em foco o seu saber sobre aquilo que é exposto não há como o professor perceber os seus saberes advindos de sua vivência. É necessário que os conhecimentos da rua cheguem até a escola e que os conhecimentos da escola possam também ir até a rua.

Quanto a isso, Lins e Gimenez (1997, p. 17) traça a seguinte reflexão:

> As diferenças entre a matemática da rua e a escolar sugerem que cada uma delas envolve seus próprios significados e suas próprias maneiras de proceder e avaliar os resultados desses procedimentos, e sugere que essas diferenças acabam constituindo legitimidades, pois do mesmo modo que a escola proíbe os métodos da rua – em geral chamando-os de informais, e dizendo que são de aplicação limitada -, a rua proíbe os métodos da escola, chamando-os de complicados e sem significado, e dizendo que não são necessários na rua.

Diante disso, é preciso que, enquanto professores de Matemática, possamos compreender que ambas as matemáticas são importantes para a construção do intelecto dos indivíduos presentes na escola, que cada uma possui sua forma de organização e ambas podem se complementar com o desenvolvimento de novos significados, havendo assim uma interconexão entre uma e outra.

Como o conhecimento é uma construção contínua da humanidade que se transforma e consolida ao longo da história da humanidade, este conhecimento só acontece, segundo o MTCS, com a *produção de significados*, que para Lins e Gimenez (1997) corresponde ao "aspecto central de toda aprendizagem humana".

Lins e Gimenez (1997) afirma que "para que pertençamos a uma prática social, ou a uma determinada cultura, precisamos produzir significados" e, essa ocupa um papel importante para a aprendizagem Matemática. Quando estamos ensinando Matemática e colocamos certa situação-problema, que exija do aluno uma tomada de decisão, uma justificação para que o mesmo possa expressar os seus conhecimentos acerca de tal situação, estamos oferecendo aos mesmos a possibilidade de produzir significados, com a qual podemos extrair as ideias de como os alunos operam e quais as suas dificuldades diante do exposto.

Assim, o MTCS, segundo Lins e Gimenez (1997), pode permitir novos direcionamentos ao professor no âmbito escolar, possibilitando ao docente uma melhor leitura da sala de aula; observar as dificuldades dos alunos; compreender o processo de produções de significados de cada aluno, como estes operam no ponto de partida para a resolução dos problemas propostos; entender que tomada de decisões os alunos utilizam para argumentar as suas justificativas e ideias e observar como estes conseguem produzir significados dentro de uma determinada atividade.

Além disso, o MTCS permite ao professor uma melhor visão de como acontecem os processos de ensino e aprendizagem em Matemática na sala de aula; dar voz ao aluno, o qual deixa de ser um ser passivo; transforma a sala de aula em um ambiente de comunicação e não de transmissão de conhecimentos e o aluno se responsabiliza em produzir seus próprios significados sobre um determinado conteúdo.

O objetivo pelo qual Lins e Gimenez (1997) criaram essa teoria foi para dar suporte teórico aos seus pensamentos algébricos, e esta teoria possibilita uma melhor leitura da sala de aula, a qual nos permite percebermos as dificuldades dos alunos através de nossas observações, suas diferentes produções de significados e a possibilidade de compartilhamento dessas produções.

Vemos nessa teoria uma possibilidade de aproximarmos o que propõe nossa pesquisa com as práticas que tivemos na sala de aula, pois tal modelo parte do princípio de como os alunos produzem significados dentro de uma determinada atividade, além de dar voz ao aluno, permitindo-lhe dizer como o mesmo operou para chegar aos resultados obtidos, quais as dificuldades encontradas na resolução dos problemas e o porquê das respostas obtidas.

Este modelo também proporciona a alteração dos papeis do professor em uma determinada sala de aula, em que este assume mais um papel de observador, sendo o aluno o foco do processo, ou seja, o responsável por produzir seus próprios significados sobre uma determinada temática. O professor, neste modelo, deve comportar-se também como um mediador, e deve procurar entender como os seus alunos estão pensando e quais as produções de significados extraídas de um determinado assunto.

O professor, quando aplica determinadas atividades e a partir destas quer compreender os significados que os alunos obtêm parte, então, do princípio que os alunos pensarão de diferentes maneiras e cada uma dessas maneiras precisam ser ouvidas e exploradas. A partir dos resultados dos alunos o professor contribui com as explicações dadas por eles, fazendo perguntas adicionais, contribuindo com outras ideias e observações, fazendo com que o conjunto de várias ideias venha a se tornar em algo válido, que dê significado ao que está sendo

estudado. Assim, ao final da exploração dos significados obtidos pela turma o professor observará não apenas o produto final, mas os processos e detalhes que cada aluno percorreu ao longo do objeto em estudo e perceberá a partir disso os erros e acertos de cada sujeito presente na turma, o que contribuirá para explorações adicionais que sejam capazes de intervir nessas dificuldades.

Como o MTCS dá voz ao aluno, permite, assim, caminharmos em direção às dificuldades dos mesmos, e nos ajuda a encontrarmos estratégias para saná-las, pois usando tal modelo não estamos afim de procurarmos conhecer o que os alunos não sabem, mas aquilo que eles sabem e como sabem, e como podemos, enquanto professores, intervir nesses saberes.

Para produzir significados, é preciso que o aluno seja colocado em situações que precise justificar, levantar hipóteses, argumentar, afirmar, justificar etc. A aprendizagem desta forma será permeada pelos processos de comunicação entre os alunos que produzirão significados e os professores que identificarão esses significados na atividade dos alunos.

Buscar significados produzidos pelos alunos em uma atividade Matemática passa a ser uma estratégia para encontrar sentido dentro de um processo em que o aluno é que estabelece o caminho seguido para a resolução da atividade e nesse caminho o aluno compreende de fato a importância do estudo dos diversos conteúdos presentes na Matemática escolar, principalmente quando tais atividades estão ligadas a contextos presentes no cotidiano dos mesmos, o que favorece uma conexão entre a escola e o que acontece fora dela.

Diante dessas discussões sobre a produção de significados no modelo teórico dos campos semânticos trazemos uma discussão metodológica sobre investigações matemáticas em sala de aula, na qual usaremos o referencial teórico proposto pelos autores João Pedro da Ponte, Joana Brocardo e Hélia Oliveira, e em seguida, finalizamos com um paralelo entre esse referencial teórico e o MTCS.

3.2 Investigações matemáticas na sala de aula

Ao abordar sobre investigações matemáticas na sala de aula, Ponte, Brocardo e Oliveira (2016) comentam neste método a possibilidade dos discentes produzirem significados e apresentarem entusiasmo pela Matemática, sendo este método uma das possibilidades dos alunos compreenderem melhor as temáticas estudadas em salas de aula.

Quando falamos em investigação matemática, talvez venha em nossa mente trabalharmos com problemas difíceis ou até mesmo com questões que os alunos possivelmente

não conseguirão responder, mas dentro do contexto da sala de aula, isso é bem diferente, conforme mostramos na citação a seguir.

> Em contextos de ensino e aprendizagem, investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento. Significa, tão só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso. Desse modo, investigar não representa obrigatoriamente trabalhar em problemas muito difíceis. Significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 9)

Assim, percebemos que a investigação quando bem elaborada dentro da sala de aula, pode ajudar na produção de significados dos discentes, uma vez que partindo dos seus saberes, os mesmos, possivelmente, conseguirão formar conjecturas sobre os problemas propostos, e, provavelmente, chegarão a demonstração dos mesmos, sendo que do início ao fim do processo acontecerá a produção de significados dos discentes sobre a temática em estudo.

O principal objetivo de uma aula investigativa é conhecer aquilo que ainda não se sabe, é identificar claramente o problema a resolver, e para que os alunos possam, de fato, resolver aquilo que lhes é solicitado, é preciso seguir algumas etapas, as quais os autores chamaram de *momentos na realização de uma investigação*. As etapas desses processos são mostradas no quadro a seguir.

Quadro 1: Momentos na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	• Reconhecer uma situação problemática • Explorar a situação problemática • Formular questões
Conjecturas	• Organizar dados • Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	• Realizar testes • Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	• Justificar uma conjectura • Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 21)

Resumindo o que os autores propõem no Quadro 1, é mencionado o seguinte:

> [...] a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 20).

Diante disso, percebemos que as etapas a serem seguidas com o trabalho de investigação pode fazer com que os discentes mobilizem seus recursos cognitivos e afetivos, e vejam nas aulas de Matemática uma nova maneira de aprender neste componente curricular, pois os mesmos são convidados a agirem como matemáticos e não simplesmente como meros resolvedores de problemas e exercícios, como é de costume vermos na atuação da grande maioria dos professores no dia a dia na sala de aula.

Em uma aula de investigação, além dos alunos explorarem a fundo as situações propostas que lhes são dadas, os discentes também argumentam, demonstram o porquê de seus resultados e passam a ter voz dentro da sala de aula. Nesse tipo de aula, o professor da turma pode programar-se para começar, porém nunca se sabe como vai terminar, e durante o desenvolvimento da mesma os autores propõem que três fases precisam ser levadas em consideração, que são as seguintes:

> (i) introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito, (ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 25)

Em resumo, podemos dizer que uma aula investigativa dispõe de três fases, conforme os argumentos dos autores, que são: *I) O arranque da aula; II) O desenvolvimento do trabalho; e III) A discussão da investigação*, sendo cada uma dessas fases de suma importância para a concretização da investigação posta. Iremos em seguida discutir sobre cada uma delas e sua importância.

A primeira fase acontece com o arranque da aula, que diz respeito à introdução do trabalho, em que o professor vai mencionar o que se espera dos discentes nessas aulas e, assim, deve ficar entendido o que se vai fazer na atividade lançada. Este é o momento inicial, aquele

momento em que o professor precisa garantir a todos os alunos o sentido da atividade proposta, e a partir desse entendimento, os alunos precisam formular as suas próprias questões, com base na situação que lhes é apresentada, sendo o papel do professor nesse momento de regulador, deixando que os alunos por si só consigam compreender o verdadeiro papel da investigação e de como proceder.

É preciso, enquanto professores, compreendermos que a interpretação da tarefa deve ser um dos objetivos dessas aulas, na qual o aluno deve ter a sua própria autonomia de enxergar o que deve ser feito na execução do trabalho. É preciso deixar claro que a discussão que os alunos devem levantar, o tempo que se deve dar para eles falarem a respeito da tarefa, comentar sobre suas ideias fazem parte do sucesso da investigação. O professor deve interrogar mais do que afirmar, sendo o seu papel deixar bem claro o que ele quer como produto final de cada atividade e que o aluno entenda que no final todo o seu trabalho vai ser exposto para os demais colegas, valorizando as suas ideias. A fase introdutória deve ser breve, para que o aluno não perca o seu interesse pela atividade.

Na segunda fase, acontece o desenvolvimento do trabalho, em que os discentes, em pequenos ou em grandes grupos, irão partir para a realização da tarefa seguindo as etapas já descritas anteriormente. Por serem de suma importância dentro desse contexto, sempre merecem destaque, sendo elas: “a exploração e formulação de questões, a formulação de conjecturas, o teste e a reformulação de conjecturas e, ainda, a justificação de conjecturas e avaliação do trabalho” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 29).

Ao explorar e formular as questões iniciais, os alunos que não são acostumados a esse tipo de aula podem sentir dificuldades, e para os olhos do professor pode parecer que nada está acontecendo, mas depois da compreensão, os alunos começam a formular questões e conjecturas, sendo que aí acontece uma melhor familiarização com a atividade, em que os mesmos passam a formular e testar os seus resultados, chegando a uma justificativa coerente. Os discentes precisam também escrever todo o seu desenvolvimento de raciocínio para permitir que o professor analise tais resultados e prepare as etapas seguintes do trabalho.

Durante essa fase o professor observa o trabalho dos alunos na atividade em andamento, presta apoio aos discentes sempre que necessário durante a execução da tarefa, mas nunca lhe dando as respostas, porém apontando o caminho para que os alunos raciocinem matematicamente e consigam se encontrar na investigação.

> O professor precisa estar atento a todo esse processo de formulação e teste de conjecturas, para garantir que os alunos vão evoluindo na realização de

> investigações. Desse modo, cabe-lhe colocar questões aos alunos que os estimulem a olhar em outras direções e os façam refletir sobre aquilo que estão a fazer (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 36)

Não obstante, os papéis do professor, em uma aula de investigação, são bem diferentes do que ocorre nos outros tipos de aulas, sendo o seu papel levantar questões, problematizá-las ao longo das etapas em cada grupo e dar autonomia aos seus alunos para desenvolverem o seu próprio trabalho. Outros papéis essenciais dentro do processo de investigação também são desempenhados pelos professores, tais como: "desafiar os alunos, avaliar o seu progresso, raciocinar matematicamente e apoiar o trabalho deles" (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 47).

A terceira fase corresponde à discussão da investigação, que é a hora da partilha de conhecimentos, na qual as principais ideias deverão ser colocadas em pauta, e o professor nessa fase deve estimular os alunos a questionarem-se mutuamente. Nessa fase os alunos devem expor as suas reflexões e ideias trabalhadas nas atividades para os demais colegas, sendo esse momento rico e de grande significado para o encerramento de uma aula investigativa.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 41):

> A fase de discussão é, pois, fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar, e por outro lado, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação. Podemos mesmo afirmar que, sem a discussão final, se corre o risco de perder o sentido da investigação.

Dessa forma, a discussão do que foi feito ao longo da investigação deixa claro que a Matemática não é apenas a disciplina das fórmulas prontas e acabadas, como muitas vezes os alunos a veem, mas como uma disciplina onde tudo é explorado, investigado e discutido. Vale salientar que aqui as falhas e os erros também são motivações para aprender, e que uma boa discussão investigativa pode gerar um aprendizado melhor sobre o conteúdo explorado.

Portanto, o trabalho com investigações matemáticas na sala de aula, segundo os autores que destacamos nessa pesquisa, afirmam que essa metodologia pode constituir uma poderosa forma de conhecimento, permitindo novos direcionamentos tanto ao professor quanto aos alunos nas aulas.

Aos professores, o trabalho com investigação matemática, permite perceber como os alunos trabalham matematicamente, o que favorece também uma melhor leitura da sala de aula; permite observar as dificuldades dos alunos, suas tentativas, sua forma de pensar e racionar

matematicamente; ajuda a perceber como os alunos formulam suas conjecturas e como procuram testá-las e prová-las; permite uma visão melhor dos processos de ensino e aprendizagem em Matemática que se estabelecem na sala de aula; transforma a sala de aula em um ambiente de comunicação, investigação, formulação, demonstração e discussão de conhecimentos, e não apenas de transmissão de saberes; concede ao docente atuar como um regulador do processo, e não apenas como um mero receptor de saberes produzidos matematicamente; consente também ao educador desafiar os seus alunos, avaliar o seu progresso, raciocinar matematicamente junto com os mesmos e apoiar o trabalho de cada um; amplia a sua visão para perceber como seus alunos operam no ponto de partida para a resolução dos problemas propostos; possibilita uma melhor visão sobre como cada aluno desenvolve ideias para o problema proposto; incentiva na busca de alternativas que ajudem àqueles alunos que apresentam muitas dificuldades nesse componente curricular.

Já aos alunos, o trabalho com a investigação matemática permite a chance de realizar aprendizagens e apresentar maior entusiasmo pela Matemática; possibilita que os discentes sejam chamados a agirem como matemáticos, desde a formulação de questões até as discussões e resultados com os seus colegas; permite levantar hipóteses sobre tal problema e buscar uma solução, que não precisa necessariamente ser difícil, mas que leve ao aluno a pensar em um modo de como resolvê-lo; dá voz ao aluno, pois ao final de toda investigação os alunos são chamados para discutirem os seus resultados para todos os seus colegas; permite que a sua participação favoreça também o seu envolvimento na sua própria aprendizagem; possibilita que todos sejam chamados a comunicar as suas ideias e a argumentá-las com os seus pares; permite que os discentes se responsabilizem em produzir suas próprias conjecturas e, ao mesmo tempo, possam partir para a demonstração destas; exige dos educandos a formulação de suas próprias questões sobre a proposta lançada; dá consentimento para que estes se questionem mutuamente com os resultados obtidos individualmente, na sua equipe e nos outros grupos; permite, por fim, que o aluno seja capaz de produzir o seu próprio conhecimento de acordo com o contexto circunstanciado do momento da exploração das atividades investigativas.

Percebemos, ao longo dessas discussões, alguns pontos comuns entre os dois referenciais teóricos, citados nesse capítulo.

Diante dessa proximidade, elencamos, na seção a seguir, alguns desses pontos comuns que ao nosso ver, enquanto pesquisadores, mantém uma certa relação de proximidade.

Para isto criamos o Quadro 2, no qual procuramos mostrar esses pontos, destacando de modo sintético, todos os aspectos que concerne à temática em debate, com as suas respectivas justificativas.

3.3 Pontos comuns e diferentes entre o modelo teórico dos campos semânticos e a proposta de investigações matemáticas na sala de aula

Nessa seção, fazemos um paralelo entre os objetivos do modelo teórico dos campos semânticos e os objetivos da proposta de investigações matemáticas na sala de aula, em que apontaremos os pontos comuns e diferentes entre os dois referenciais teóricos.

Como foi discutido, o MTCS mostra que para existir conhecimento é preciso que haja uma crença-afirmação e uma justificação de onde provém a enunciação sobre um objeto, e a partir disso há subsídios para determinado sujeito comentar o que sabe sobre esse objeto com o conhecimento que se tem acerca dele. Para o MTCS, todo conhecimento só existe devido à produção de significados.

Produzir significado, diante do que Lins e Gimenez (1997), expõe no seu modelo teórico, significa a capacidade que um indivíduo tem de conseguir produzir ações enunciativas a respeito de um objeto numa determinada atividade, ou seja, é a partir destes significados adquiridos que o sujeito passa a ter uma crença-afirmação sobre o objeto em estudo e uma justificação que lhe autoriza a falar aquilo que ele está falando em relação a esse determinado campo de conhecimento, ou seja, a produção de significados resume-se a tudo aquilo que o sujeito efetivamente diz sobre aquele objeto no interior da atividade trabalhada.

Quando este modelo teórico é colocado em pauta em conjunto com a prática escolar pode-se perceber benefícios e conexões que assemelham-se com o trabalho de investigações matemáticas na sala de aula, proposto por Ponte, Brocardo e Oliveira (2016). Como foi visto, estes autores afirmam que o trabalho com investigações matemáticas, quando bem elaborado, seguindo fielmente o que propõe o verdadeiro sentido da investigação, pode trazer benefícios numa aula de Matemática e levar os discentes a pensarem e a raciocinarem matematicamente, como não é visto comumente nas aulas dessa disciplina.

Discutimos que a proposta de levar a uma aula de Matemática problemas investigativos não é uma tarefa fácil, nem para os alunos nem para os professores, mas, quando bem explorado, o trabalho merece destaque, sendo essa uma das formas dos alunos construírem a partir de suas ideias o seu próprio conhecimento.

Quando estamos ensinando Matemática e colocamos certa situação-problema, que exija do aluno uma tomada de decisão, uma justificação para que o mesmo possa elaborar as suas conjecturas, testá-las, reformulá-las, justificá-las e discuti-las, estamos diante de uma situação de investigação matemática que faz o aluno pensar, formular suas próprias ideias e, que,

consequentemente, para chegar ao estágio final da investigação, precisará produzir significados sobre o objeto em estudo.

Percebe-se aqui, o paralelo existente entre a teoria dos campos semânticos e a proposta de investigações matemáticas na sala de aula. Se analisarmos detalhadamente o referencial teórico de ambas, perceberemos alguns pontos em comum, sendo que alguns deles merecem destaque. Assim, expomos um quadro com tais pontos e as justificativas dos mesmos.

Dos pontos comuns entre os dois referenciais teóricos, citamos os benefícios que acontecem tanto para os professores quanto para os alunos. Esses benefícios permitem aos docentes perceberem as dificuldades dos seus alunos e observarem atentamente como acontecem produções de significados durante os processos de ensino e aprendizagem, permitindo que ambos façam das aulas de Matemática um momento riquíssimo de aprendizagem e descobertas, conforme veremos no Quadro 2.

Apesar de muitas semelhanças entre os dois referenciais teóricos, conforme mostra o Quadro 2, podemos também encontrar algumas diferenças que pertencem exclusivamente a cada um desses estudos. No estudo do modelo teórico dos campos semânticos percebemos que o principal objetivo de suas abordagens é a produção de significados sobre determinado assunto. Ao produzir um significado, um determinado sujeito está diante de um conhecimento que não precisa necessariamente passar pelas etapas de uma investigação matemática. Nesse modelo o aluno está no centro do processo, ou seja, é preciso que ela tenha crenças-afirmações e justificações para realmente ter um conhecimento; já o papel do professor é tentar entender como o aluno está pensando e que significados ele está conseguindo produzir para um determinado assunto.

No referencial teórico das investigações matemáticas, percebemos que diferentemente do modelo teórico dos campos semânticos, o aluno precisa seguir etapas para a resolução de um determinado problema, sendo essas etapas regidas por três fases e quatro momentos. Além disso, o aluno precisa ter um papel interativo com os seus colegas durante o desenvolvimento de toda a atividade, tornando-se assim um ser ativo durante a investigação; já o professor tem o papel de ser o gestor do processo, colocando-se de modo explícito durante a resolução do processo investigativo e ajudando aos alunos quando estes precisam durante o desenrolar de toda a aula investigativa.

Quadro 2: Pontos comuns entre o modelo teórico dos campos semânticos e a proposta de investigações matemáticas na sala de aula

Pontos comuns entre o MTCS e o processo de investigações matemáticas na sala de aula	**Justificativas**
• Permitem ao professor uma melhor leitura da sala de aula;	Pela análise do MTCS percebemos que o aluno, ao produzir significados diante de um determinado conteúdo, permite ao professor ter uma melhor leitura da sala de aula como um todo, pois o mesmo terá a capacidade de conhecer como os seus alunos produzem significados diante de um determinado problema e como estes operam matematicamente. Já pela análise da metodologia das investigações matemáticas também podemos perceber esse elo, pois o professor será capaz de perceber que em atividades de cunho investigativo os alunos expõem suas ideias com mais clareza e estas ideias passam a ter relevância, principalmente quando o trabalho é em equipe, pois as interações permitem o levantamento de um conjunto de ideias, em que eles conseguem pensar e falar matematicamente, produzindo dessa forma significados necessários as atividades.
• Permitem ao professor observar com melhor clareza as dificuldades dos alunos;	Nesse ponto percebemos que o MTCS pode possibilitar aos docentes uma melhor clareza das dificuldades dos alunos, pois a partir do momento em que este começa a produzir significados sobre um determinado problema é possível observar onde ele está acertando e onde ele está errando. Quanto na metodologia das aulas investigativas o professor observa com melhor clareza as dificuldades dos alunos, sendo que todo início de uma aula investigativa é geralmente difícil até o momento que o aluno se familiariza com a questão proposta, sendo a partir daí que ocorre uma tomada de decisão por parte do aluno e que possivelmente o levará a formular suas conjecturas levando-o até a etapa final do processo investigativo. Nesse intervalo de tempo significados são produzidos pelos alunos, sendo o professor um observador que acompanha o desenvolvimento dos alunos e consegue perceber as suas dificuldades, ajudando-os a superar esses desafios.

• Permitem ao docente compreender as produções de significados de cada aluno;	Observando a proposta do MTCS percebemos que o seu cerne é exatamente a produção de significados presente nas aulas de matemática e, esta produção de significados permite ao professor compreender como os alunos estão pensando na resolução de uma determinada situação e que ideias estão tendo. Quanto à aula investigativa, esta vem auxiliar a partir de uma determinada atividade, para que este objetivo se concretize. São nessas aulas que o professor analisa o desenrolar de cada um na investigação, como estes estão formulando as suas ideias, que significados estão sendo produzidos e a que conclusão estes chegam.
• Permite uma visão melhor do processo de ensino e aprendizagem em Matemática que se estabelece na sala de aula;	No MTCS o docente tem a oportunidade de conhecer o que os seus alunos estão pensando através das interações que os discentes têm uns com os outros; não diferente, a proposta das investigações matemáticas permite essa oportunidade do professor levar até a sala de aula atividades desafiadoras e conhecer o que os alunos compreendem delas. Este ponto se justifica pelo fato do professor em aulas investigativas atuar como um regulador do processo, e não apenas como um mero receptor de saberes produzidos matematicamente, sendo a sua função perceber qual produção de significados que cada sujeito está obtendo.
• Dar voz ao aluno;	O aluno deixa de ser um ser passivo ao expor as suas ideias e seus significados produzidos ao longo de uma determinada atividade. Aqui temos a conexão entre uma atividade investigativa, que permite que os alunos se sintam desafiados em compreendê-la, e por outro lado temos que essa compreensão fará com que estes produzam diversos significados sobre a determinada atividade. Nessa produção de significados, os alunos têm o dever de exporem as suas ideias uns para os outros, possibilitando que cada um conheça a produção de significado do outro, sendo várias ideias abordadas e vistas em diversos ângulos numa mesma temática, possibilitando, por sua vez, aos alunos terem vez e voz nas aulas de Matemática.
• Transforma a sala de aula em um ambiente de comunicação, investigação,	Nesse ponto, uma aula investigativa permite aos alunos que eles se comuniquem entre si, que investiguem o determinado problema em busca de soluções e por fim, exponham suas ideias uns para os outros, o que transforma

formulação, demonstração e discussão de conhecimentos, e não de transmissão de conhecimentos;	a aula de Matemática em um local de investigação em que há a discussão de diferentes conhecimentos sobre um mesmo tema, levando-os a produzirem diferentes significados. É essa interação que permite aos alunos produzirem outros significados não perceptíveis por alguns até então na atividade.
• Permite que o aluno se torne responsável pela produção de seus próprios significados;	O aluno se responsabiliza em produzir seus próprios significados sobre um determinado conteúdo, cabendo ao docente perceber como os alunos formulam suas conjecturas e como procuram testar e provar as mesmas. É importante mencionar que em uma aula investigativa os alunos sempre interagem uns com os outros e essa interação é a responsável pela produção significados que os alunos conseguem obter.
• Exige dos alunos a tomada de decisões;	Para produzir significados é preciso ter uma tomada de decisão sobre um determinado problema. Ao ser entregue uma atividade investigativa aos alunos, estes têm a incumbência de tomarem as primeiras decisões do que vai ser feito na atividade. Após essa tomada de decisão os alunos formulam questões que podem ser aceitas ou não, e após todo o processo de desenvolvimento e construção de suas ideias, em que haverá sempre a formação de novas conjecturas, os alunos discutem seus resultados para os seus colegas permitindo a estes levantarem hipóteses sobre tal problema e encontrarem novas soluções para o mesmo.
• Amplia a visão do professor para perceber como seus alunos operam do ponto de partida até a resolução final dos problemas propostos;	Esse ponto possibilita ao professor uma melhor visão sobre como cada aluno opera diante do problema proposto. Quando uma atividade investigativa é entregue, inicialmente, aos olhos do professor parecerá que nada está acontecendo, mas depois ele perceberá que os alunos começam a interagir nas equipes e buscam diferentes olhares para uma mesma atividade, sendo o MTCS operando mais uma vez em uma aula investigativa, pois diferentes pontos de vistas começam a ser expostos, levando a diferentes produções de significados.
• Permite, por fim, que o aluno seja capaz de produzir o seu próprio conhecimento.	Esse é o objetivo principal de ambos os referenciais teóricos aqui expostos. Em uma aula investigativa o aluno começa a colocar em pauta os seus conhecimentos sobre um determinado assunto e a produção do seu próprio conhecimento ocorre em um processo de harmonia entre a produção de significados e o processo investigativo em pauta, de acordo com o contexto circunstanciado do momento da exploração de tais atividades investigativas.

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Por este quadro, percebemos que o trabalho com investigações matemáticas na sala de aula está ligado às afirmações do modelo teórico dos campos semânticos, sendo que a correspondência de uma com a outra pode ajudar ao professor a compreender como os alunos produzem significados dentro de um determinado conteúdo matemático.

No decorrer de nossas discussões, mostramos cada um desses referenciais, destacando os seus objetivos. A partir da análise das duas foi perceptível uma semelhança entre ambas, e a junção de uma a outra fez-nos utilizar em nossa metodologia o processo de aulas investigativas, e a partir destas, a observação da produção de significados dos discentes.

Ao final desse capítulo, podemos extrair a ideia principal da nossa dissertação que é a observação da produção de significados que os alunos conseguem obter através do processo de aulas investigativas nas aulas de função afim, com uma atividade voltada para os contextos do cotidiano, que será discutida com veemência nas próximas páginas desse trabalho.

4 EMPREENDEDORISMO E NEOLIBERALISMO: O QUE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA TEM A VER COM ISSO?

Nesse capítulo, apresentamos algumas reflexões sobre o empreendedorismo e as políticas neoliberais presentes no sistema capitalista. Este capítulo surgiu a partir das sugestões lançadas pela banca examinadora na qualificação desse trabalho, em que a necessidade de um olhar crítico sobre essa temática em nosso estudo se fazia necessário e, diante disso, trazemos algumas considerações necessárias para o aprimoramento de nossas ideias. Essas ideias se baseiam em alguns fundamentos que vão além da Educação Matemática. Inicialmente trazemos uma discussão sobre o empreendedorismo em nosso meio, em que discutimos a sua importância para as conjecturas presentes no mercado atual. Em seguida, fazemos uma discussão sobre o empreendedorismo e o neoliberalismo, em que apontamos as facetas do neoliberalismo em nosso entorno. Dando continuidade, trazemos algumas reflexões, advindas da Educação Matemática, de suma importância para o aprimoramento dessa pesquisa. Finalizamos o capítulo aliando o empreendedorismo ao estudo da função afim, em que abordamos as nossas ideias com ênfase na atividade aplicada no levantamento dos dados dessa pesquisa, apontando a possibilidade desse trabalho se encaixar nas ideias de um cenário de investigação.

4.1 O Empreendedorismo no nosso meio

Falar sobre empreendedorismo nos dias atuais, principalmente em uma sala de aula, de primeiro ano do Ensino Médio, não é um assunto tão distante da realidade dos nossos alunos, pois, sabemos que estamos rodeados de pessoas que vendem, que compram, que trocam, que montam seu próprio negócio, que ganham e perdem dinheiro e tais situações fazem parte das variadas ações empreendedoras que cercam o nosso meio.

Como o nosso intuito nessa dissertação é nas produções de significados que os alunos conseguem obter em aulas investigativas sobre o conteúdo de função afim em contextos voltados para situações do cotidiano, uma discussão sobre o empreendedorismo se faz necessária, uma vez que o conjunto de atividades investigadas em nossa pesquisa esteve todo o tempo voltada para as ações empreendedoras.

A nossa atividade investigativa foi dividida em três etapas, sendo que cada uma delas focava sobre a produção, a venda e o lucro com geladinhos e, tais ações, como produzir, vender e lucrar com algo estão diretamente ligadas a algumas das ações praticadas no

empreendedorismo, sendo este o elo de ligação principal entre o contexto do cotidiano e o contexto da sala de aula no momento em que a atividade estava sendo aplicada.

O termo empreendedor pode ser pensado como alguém que apresenta a capacidade cognitiva de tomar algumas decisões e iniciativas, capaz de reunir novas ideias criativas, visando colocar tais ideias em prática, mesmo sabendo que o sucesso é incerto, pois este depende de variados fatores.

Para Brito, Pereira e Linard (2013, p. 15-16), conforme é propagado pela perspectiva neoliberal:

> Um empreendedor é capaz de conceder a algo já existente uma nova funcionalidade. Constantemente empenha-se em descobrir oportunidades para inovar, sem medo de assumir riscos. Aquele que empreende, além de ser capaz de detectar oportunidades rentáveis, também busca informações e conhecimentos, pois entende que esse é o caminho para o êxito do seu negócio.

Nos dias atuais, o empreendedorismo tem ganhado cada vez mais destaque no contexto da sociedade em que estamos inseridos e tal destaque precisa ser mencionado nas salas de aulas nos diversos componentes curriculares. Como educadores críticos, participantes de uma sociedade capitalista, consumista e globalizada precisamos ter um olhar crítico a respeito dessa temática, e aqui nos cabe as seguintes indagações: 1. Dentro das escolas mencionamos ideias sobre o empreendedorismo e, se mencionamos, está correto da forma que fazemos? 2. Para que estamos formando as novas gerações? 3. Qual é a nossa preocupação, enquanto docentes, no nosso trabalho pedagógico frente as demandas exigidas pelo mercado de trabalho? 4. Estamos formando o nosso aluno para gerenciar o seu capital?

Diante dessas indagações, cabe afirmarmos que uma educação empreendedora no cenário escolar se faz necessária, pois somente através dessa educação voltada para as questões do empreendedorismo podemos formar sujeitos capacitados para criarem e recriarem frente as demandas impostas pela realidade social e econômica. Também se faz necessário, enquanto docentes, ampliarmos a visão dos discentes para as diversas facetas do mundo globalizado, norteando-os a terem um olhar crítico para as exigências que o mercado impõe na sociedade como um todo.

É preciso que as escolas foquem sobre o empreendedorismo em todas as áreas do conhecimento, que formemos novas gerações mais capacitadas para pensarem e refletirem sobre ações presentes no mundo dos negócios. Também é necessário que nas escolas haja a implementação de ideias que foquem sobre os pontos positivos e negativos do

empreendedorismo em nosso meio e que estas ideias sejam úteis para potencializar o desenvolvimento humano, social e econômico sustentável, tanto dentro como fora das escolas.

> Portanto, educar, nesta perspectiva, exige concepções teóricas, práticas pedagógicas, metodologias de ensino, análise de currículo, prática avaliativa e desejo coletivo da instituição escolar, previstas no projeto político pedagógico (STOCKMANNS, 2015, p. 8)

Essa perspectiva educacional é chamada de Pedagogia Empreendedora e o seu objetivo, segundo Dolabela (2003, p. 55) é: "estimular e preparar o aluno para sonhar e buscar a realização do sonho".

Dessa forma, o aluno ao desenvolver um sonho pensa em um futuro onde quer chegar e se vê motivado para aprender o que a escola lhe propõe para chegar a esse objetivo.

> A Pedagogia Empreendedora é uma estratégia didática para o desenvolvimento da capacidade empreendedora de alunos da educação infantil até o nível médio, que utiliza a Teoria Empreendedora dos Sonhos, não se propondo a ser uma metodologia educacional de uso amplo. Restrita ao campo do empreendedorismo, conviverá com as diretrizes fundamentais de ensino básico adotadas no ambiente de sua aplicação: a escola (DOLABELA, 2003, p. 55).

Diante disso, ao abordarmos a temática da Pedagogia Empreendedora nas escolas estamos, enquanto professores, tendo a oportunidade de perceber em cada aluno os seus objetivos e suas perspectivas para o futuro. Compreendemos também algumas das concepções educacionais, principalmente no que tange ao âmbito das propostas pedagógicas, currículo, metodologias de ensino, avaliação da aprendizagem etc.

É de suma importância refletirmos com os nossos alunos que além dos pontos positivos do empreendedorismo, este também deixa seus aspectos negativos e, assim, reflexões sobre frustrações ao ter uma ideia e não dá certo precisam ser discutidas, o caso do consumismo exagerado das pessoas e as consequências trazidas por isso precisam ser colocadas em pauta e também as exigências das políticas "neoliberalistas", impostas em nosso meio, precisam ser analisadas com bastante rigor.

> Dessa forma, podemos salientar conforme descrito na LDB 9394/96 no Art.2º que determina que devemos compor ambientes para que o ensino e

> aprendizagem ocorra de forma a preparar e educar os cidadãos tornando-os críticos, atuantes, que façam reflexões e que sejam livres.
> O termo empreendedorismo, para a maioria das pessoas, tem um significado apenas empresarial, cujo pensar está ligado em como ter sucesso no negócio, é preciso desmistificar fazendo com que os educadores compreendam a necessidade de introduzir nos ensinamentos a atitude empreendedora, onde o educando possa desenvolver habilidades para minimizar a desigualdade social e melhorar a qualidade de vida (SELLA; SANTOS, 2013, p. 7-8).

Portanto, uma educação voltada para o empreendedorismo nos ensina que o objetivo principal das ações empreendedoras não é formar pessoas para serem empresários e, sim, minimizar a desigualdade tão presente no mundo capitalista e dito globalizado. O objetivo principal da educação empreendedora é buscar melhorar a qualidade de vida das pessoas envolvidas, garantindo-as uma renda necessária para todos os envolvidos. Dessa forma, a mesma deveria ter como ponto de partida o desenvolvimento social, com o objetivo de combater a miséria tão presente em nosso meio. Assim, a escola, ao envolver em seus contextos tal temática em conjunto com os conteúdos escolares, pode ajudar no desenvolvimento dessa cultura e, assim, possibilitar ao público presente noções que são importantes para a vida no mundo capitalista que nos rege. Cabe ao professor desenvolver em sala de aula uma cultura empreendedora junto aos alunos, fazendo-os perceber nas suas inserções os pontos positivos e negativos do empreendedorismo em nosso meio, conforme discutiremos melhor na seção seguinte.

4.2 O Neoliberalismo e o Empreendedorismo: os dois lados da moeda!

Percebemos em nosso cotidiano que o desenvolvimento do empreendedorismo é cada vez mais nítido em vários locais não tão distantes de nós e que a cada dia surgem variados e novos empreendimentos, sejam estes de grandes fornecedores ou donos de pequenos negócios, sendo este último em maior número no nosso país.

A montagem de um negócio próprio talvez seja o sonho de muita gente, mas será que todos estão preparados para assumir as responsabilidades e desafios que virão pela frente? Será que a educação que é fornecida nas escolas nos dias atuais dá suporte para que um jovem empreendedor consiga vencer esses desafios? E as políticas neoliberais, como lidar com isso no sistema capitalista?

Essas são perguntas difíceis de serem respondidas, pois cada empreendedor apresenta ideias e vários sonhos e, quando algo dá errado, que não são poucas as vezes, o problema muitas

vezes está na falta de informação que, na maioria das ocasiões, se torna o grande vilão e contribui para o fracasso dessas organizações.

Diante dessas ideias, Brito, Pereira e Linard (2013, p. 11) afirmam que:

> [...] a probabilidade de sucesso é maior quando existe conhecimento sobre o investimento; quando quem coloca o negócio acredita que dará certo e luta para que isso aconteça, quando há poder de liderança para convencer os colaboradores de que sua ideia dará certo e que o sucesso depende de todos que compõem a organização, desde o fornecedor até chegar ao cliente final, aí sim a possibilidade de sucesso aumenta.

Em nossa pesquisa, focamos sobre o empreendimento com geladinhos, em que mencionamos o debate para a fabricação desse produto até a sua venda, sendo aí uma sugestão investigativa para o trabalho com função afim. Diante disso, caberia aqui um debate mais ampliado na sala de aula sobre essa venda de geladinhos, em que ideias sobre esse tipo de empreendimento poderiam ser colocadas em discussão, levando os alunos a refletirem sobre as vantagens e as desvantagens que temos que enfrentar no mercado de trabalho junto as políticas neoliberais.

Quando levamos para a sala de aula uma temática desse porte precisamos ouvir o que os alunos têm a dizer sobre ela e também precisamos apontar reflexões e críticas que nos levem a pensar em uma Educação Matemática libertadora, que consiga libertar todos os seres ali presentes das situações de opressão impostas pelo capitalismo vigente, tornando-os sujeitos críticos e reflexivos capazes de transformarem a realidade em que vivem e capazes de se agregarem à sociedade de forma afetiva.

De acordo com o que discutimos até agora, entendemos que uma pessoa empreendedora é aquela que sabe identificar as oportunidades e busca a partir destas atingir seus objetivos, mas uma pergunta se faz necessária diante dessa afirmação: Será que todo empreendedor que identifica as oportunidades, de fato, consegue atingir os seus objetivos?

Esta pergunta digna de muitas respostas, teorias e suposições nos aproxima da nossa próxima discussão, que é sobre o neoliberalismo, que, conforme sabemos, se constitui como um conjunto de ideias políticas e econômicas provenientes do capitalismo que defende pouca intervenção do Estado na economia. Nesse processo deve haver total liberdade de comércio para que haja a garantia do crescimento econômico e social de um determinado país.

Essa autonomia política trouxe aos países subdesenvolvidos uma série de consequências e, entre elas, estão: a desigualdade social, a economia instável, o fluxo de capital invertido, muitos salários baixos e também muito desemprego, entre outras situações.

No nosso país, se fizermos um breve passeio histórico, perceberemos que tais ideias neoliberais só entram em cena após o fim da ditadura militar, ou seja, em meados de 1985 com a vitória de Tancredo Neves para presidente, em que José Sarney (1985-1990) assumiu o mandato presidenciável, se consolidou em 1989 com a vitória de Fernando Collor (1990 – 1992), e se aprofundou nos governos de Fernando Henrique Cardoso (1995 – 2002) e Michel Temer (2016-2018). Durante o tempo inicial de sua implantação pensou-se que o neoliberalismo fosse a solução para o processo de uma globalização mais econômica, o que de fato nunca foi, pois, os interesses dominantes partem das nações mais poderosas, ficando os países de terceiro mundo à mercê das ideias que eles ditam, ou seja, sem autonomia nenhuma.

Diante do que expomos até aqui é possível entendermos do que trata o neoliberalismo e as consequências que recai sobre os pequenos empreendedores, por exemplo, um vendedor de geladinhos. Em nosso trabalho, como discutimos sobre a venda de geladinhos, podemos fazer a seguinte indagação: Até que ponto consegue chegar o pequeno empreendedor, como um fabricante de geladinhos, em competitividade com grandes corporações que mandam, desmandam e vendem seu produto abaixo do preço em relação ao pequeno investidor? O que isso acarreta? Acarreta em desilusão por parte do microempresário que não consegue vender seu produto pelo preço desejado, gerando desemprego e frustrações pessoais.

Como educadores precisamos focar o lado bom do empreendedorismo em nossas explanações na sala de aula, mas também não podemos esquecer de abordar os pontos negativos tão presentes no mundo dos empreendedores, que se relaciona com as dificuldades que qualquer empreendedor precisa enfrentar no sistema neoliberal tão presente em nosso entorno, que não permite vantagens ao pequeno empreendedor, que quase sem capital visa obter o mínimo necessário para a sua sobrevivência, mas, massacrado pelo neoliberalismo, muitas vezes nem esse mínimo é obtido.

No neoliberalismo o pequeno empreendedor não tem vez porque este vive cercado de um processo político hegemônico, ou seja, o poder fica nas mãos dos que muito faturam, sendo estes a minoria, que comandam, por sua vez, a maioria. No caso dos donos de pequenos negócios, muitas vezes não fluem com suas ideias empreendedoras porque não conseguem competir com as grandes corporações que estão no mercado.

Diante disso, Oliveira (2002, p. 7), baseando-se nos estudos de Gentili (1996, p. 9), afirma que:

> O neoliberalismo não é apenas um sistema econômico, mas um complexo processo de construção hegemônica, que, para se manter, procura construir consenso, através da pretensa ideia de dissolver os problemas da humanidade, na medida que encara os mesmos como problemas comuns, estabelecendo, assim, uma falsa leitura do real, onde as desigualdades sociais, geradas pela oposição entre dominantes e dominados são dissimuladas ou propositadamente ignoradas. As consequências sobre a educação, especialmente a dos países subdesenvolvidos, são as piores possíveis, pois, por meio de um poderoso aparelho ideológico e econômico, haja vista que o neoliberalismo é exercido e defendido principalmente pelos países altamente desenvolvidos, as práticas neoliberais manipulam, das mais diversas formas, os países do terceiro mundo.

Face ao exposto, percebemos que os países mais ricos manipulam os países mais pobres, sendo o poder concentrado nas mãos de poucos, que por sua vez dominam a maioria. Estas consequências também têm efeitos desastrosos sobre a educação, sendo que "a grande operação estratégica do neoliberalismo consiste em transferir a educação da esfera da política para a esfera do mercado, questionando assim seu caráter de *direito* e reduzindo-a a sua condição de propriedade" (GENTILI, 1996, p. 5).

Acerca dessa educação, voltada para o mundo do capital, Corrêa (2000, p. 148) afirma:

> A retórica do neoliberalismo não somente admite que a escola pública *é capitalista, mas que ela deve ser capitalista*. Isso significa que a escola pública *deve atender os interesses e as necessidades do capital*. Significa, também, *que deve funcionar como uma empresa capitalista.* Através de um "pacote" de medidas o MEC e alguns governos estaduais e municipais procuram implantar e justificar essa ideologia neoconservadora e neoliberal, uma solução com um viés economicista porque trata a educação, a cultura e a política com a mesma teoria e metodologia de uma economia de mercado.

E de quem é a culpa de tudo isso?

Segundo Gentili (1996), a culpa dessa crise educacional no neoliberalismo tem a ver com o modelo de estado assistencialista e os sindicatos que proclamam a defesa de um interesse geral baseado na necessidade de construir e expandir a esfera dos direitos sociais. Ele também faz uma crítica ao fracasso educacional quando menciona que todos os indivíduos são culpados por essa crise quando carregam consigo as seguintes ideias:

> Os pobres são culpados pela pobreza; os desempregados pelo desemprego; os corruptos pela corrupção; os faceados pela violência urbana; os sem-terra pela violência no campo; os pais pelo rendimento escolar de seus filhos; os professores pela péssima qualidade dos serviços educacionais (GENTILI, 1996, p. 6).

Essas são ideias das políticas neoliberais muito presentes no pessimismo do nosso cotidiano, e Gentili (1996) ainda reforça essas ideias quando afirma o seguinte:

> Se a maioria dos indivíduos é responsável por um destino não muito gratificante é porque não souberam reconhecer as vantagens que oferecem o mérito e o esforço individuais através dos quais se triunfa na vida. É preciso competir, e uma sociedade moderna é aquela na qual só os melhores triunfam. Dito de maneira simples: a escola funciona mal porque as pessoas não reconhecem o valor do conhecimento; os professores trabalham pouco e não se atualizam, são preguiçosos; os alunos fingem que estudam quando, na realidade, perdem tempo, etc. (GENTILI, 1996, p. 6).

Essas ideias de que tudo vai mal e que a culpa é sempre do sistema estão bem presentes em nosso cotidiano, pois sempre vamos achando desculpas para diversas situações diárias, e quando algo dá errado, achamos em nossa intuição, que a culpa é do nosso próprio destino, e nem nos damos conta do massacre que o sistema neoliberal impõe sobre nossas vidas diariamente, nos moldando de tal forma a aceitação dessas situações e criando em nosso entorno que a culpa é nossa de não conseguirmos os nossos objetivos.

Portanto, o fato desse poder hegemônico pertencer às classes dominantes, o sistema educacional e a nossa vida como um todo são altamente afetadas, pois, assim como os pequenos empreendedores, ficamos à mercê do comando dos que mandam e desmandam no sistema capitalista vigente.

4.3 Empreendedorismo *versus* Neoliberalismo: um olhar crítico da Educação Matemática

Começamos nossa discussão nesse capítulo pela seguinte indagação: O que a educação tem a ver com toda essa discussão? Após a resposta, focaremos o nosso olhar para a Educação Matemática, enfatizando o que ela também tem a ver com essa discussão sobre o empreendedorismo e o neoliberalismo, em que apontaremos algumas críticas e reflexões advindas dessa área, que corresponde o foco do nosso estudo.

Quando falamos em educação temos uma gama de discursos a respeito de situações que envolvem esse assunto e, o empreendedorismo, juntamente com o neoliberalismo, contemplam esse repertório.

Segundo Skovsmose (2014, p. 10), quando falamos em educação, os discursos não são poucos. Diante desse argumento ele enfatiza que:

> Quando o tema é educação, grande é a variedade de discursos. Na sala dos professores, por exemplo, o assunto são os alunos problemáticos. Na direção da escola, as atenções voltam-se para as questões administrativas e organizacionais. Na esfera política, todos reconhecem a importância da escola para o sistema produtivo e falam dos números de ingressantes e concluintes no sistema educacional [...]

Percebemos nesse pequeno fragmento que a educação, embora em suas diferentes performances, ocupa os diversos espaços em nossas vidas com suas diferentes abordagens. No argumento de Skovsmose (2014), percebemos que o olhar dado à educação, no cenário político, corresponde aos interesses voltados para o sistema produtivo, ou seja, em outras palavras, a educação vista pela esfera política tem seu verdadeiro foco no capital.

É com o olhar voltado para o crescimento econômico, para os comandos neoliberais e para as exigências do sistema capitalista que a educação é vista pelo grupo que constitui essa esfera. Os interesses ampliam-se em colocar gente qualificada no mercado de trabalho, gente que foi preparada por uma educação neoliberal para obedecer aos comandos dos donos das grandes corporações, que obedeçam às ordens e que concordem com todas as regras estabelecidas.

A educação escolar, por estar inserida em um sistema neoliberal e por ser administrada em maior parte pelos interesses políticos, consegue obter êxito em suas ideias, pois são as elites que monopolizam o poder político, que dão comandos e diz o que deve ser e o que não deve ser feito, enquanto a maioria das pessoas são submetidas a condições de pobreza, em que são negados seus direitos sociais e ficam à mercê da sorte para ocupar uma vaga de emprego que vá lhe garantir o mínimo possível para a sua sobrevivência, sendo submetida às regras que o neoliberalismo impõe a todos.

Complementando a discussão, acrescentamos argumentos de Gentili (1996):

> O que tudo isso tem a ver com a educação? A resposta é simples: se o sistema escolar tem que se configurar como mercado educacional, as escolas devem definir estratégias competitivas para atuar em tais mercados, conquistando nichos que respondam de forma específica à diversidade existente nas demandas de consumo por educação. Mcdonaldizar a escola supõe pensá-la como urna instituição flexível que deve reagir aos estímulos (os sinais) emitidos por um mercado educacional altamente competitivo (GENTILI, 1996, p. 9).

Quando Gentili (1996) fala na *mcdonaldização* da escola ele está comparando as instituições com a lógica que regula o funcionamento dos locais que vendem comida pronta e

rápida, pois, a lógica que as instituições educacionais adotam com as exigências do capitalismo contemporâneo se comparam a estes espaços, uma vez que o sistema neoliberal impõe sobre as escolas uma educação com uma qualidade que esteja totalmente vinculada às necessidades do mundo moderno, ou seja, as escolas devem funcionar como empresas produtoras de serviços educacionais, que tendem a ser moldadas conforme os padrões produtivistas proposto pelo neoliberalismo. *Mcdonaldizar* a escola significa, portanto, reestruturar a educação conforme a proposta dos governos neoliberais, em que a escola deve se adaptar às demandas impostas pelo mercado e funcionarem como empresas produtoras de serviços.

Nesse mesmo argumento ele foca também sobre como as instituições educacionais atuais vivem esse processo, de como definem estratégias para que o seu público adote a lógica de mercado como algo primordial nas suas vidas, ou seja, a educação nos dias de hoje visa formar o cidadão para se adaptar ao que o mercado lhe exige, em que não cabe a este, discussões e críticas com o que lhe é oferecido, apenas a aceitação das condições impostas, basta! Para os neoliberais as unidades escolares devem funcionar como empresas produtoras de serviços educacionais que atendam às exigências dos seus requisitos.

Diante dessa discussão Gentili (1996) ainda enfatiza:

> Por outro lado, é importante destacar que quando os neoliberais enfatizam que a educação deve estar subordinada às necessidades do mercado de trabalho, estão se referindo a uma questão muito específica: a urgência de que o sistema educacional se ajuste às demandas do mundo dos empregos. Isto não significa que a função social da educação seja garantir esses empregos e, menos ainda, criar fontes de trabalho. Pelo contrário, o sistema educacional deve promover o que os neoliberais chamam de empregabilidade. Isto é, a capacidade flexível de adaptação individual às demandas do mercado de trabalho. A função "social" da educação esgota-se neste ponto. Ela encontra o seu preciso limite no exato momento em que o indivíduo se lança ao mercado para lutar por um emprego. A educação deve apenas oferecer essa ferramenta necessária para competir nesse mercado. O restante depende das pessoas. Como no jogo de baccarat do qual nos fala Friedman, nada está aqui determinado de antemão, embora saibamos, que alguns triunfarão e outros estarão condenados ao fracasso (GENTILI, 1996, p. 7).

Aqui, discute-se mais uma vez a proximidade existente entre o sistema educacional e o mercado de trabalho, que traz a educação como a principal ponte para a chegada a este mundo do trabalho, em que nem todos que têm acesso àquela educação conseguirão de fato o emprego tão sonhado, mas essa é a meta do neoliberalismo: colocar a educação frente aos seus ideais, mesmo que nem todos consigam o sucesso almejado.

Em relação a esses interesses neoliberais que são impostos no sistema educacional e que gera muitas desigualdades, Corrêa (2000, p. 121-122) afirma que:

> De um lado, temos a concepção de escola pública chamada "*mercoescola*", organizada de acordo com os interesses do mercado. Nessa perspectiva neoliberal, a desigualdade é vista como um valor positivo e natural; a competição é estimulada; o mérito individual premia os melhores; a concorrência é salutar e imprescindível para que todos possam prosperar. Esse modelo de escola desloca os ideais de solidariedade e de igualdade; aumenta e consolida a exclusão daqueles que já são socialmente marginalizados, por trabalhar com um conhecimento padronizado sob a ótica e os interesses dos grupos dominantes, que não atende as necessidades dos desiguais (CORRÊA, 2000, p. 121- 122)

Nesse fragmento, Corrêa (2000) expõe que os interesses neoliberais acabam dominando os interesses educacionais e acabam aumentando a exclusão dos que já são marginalizados e vítimas desse sistema tão forte em nosso cotidiano. Em relação a isso, Corrêa (2000) discute que, em vez do sistema educacional atender aos requisitos do neoliberalismo, a escola deveria ser um espaço de discussão coletiva, que questionasse esse pensamento homogeneizador, pois é preciso consenso dos que fazem a educação para que essa realidade da competitividade e do individualismo exacerbado possa ser mudada em nossa sociedade.

Quando Côrrea (2000) fala dessa *mercoescola,* ela está apontando exatamente essa extrema relação existente entre a escola e o mercado nos dias atuais.

> De acordo com a lógica neoliberal, a *mercoescola* é a única concepção de escola pública porque está organizada de acordo com os interesses do mercado, ou seja, são considerados como valores positivos e naturais à desigualdade, o mérito individual, a concorrência e a competição. Esse modelo se contrapõe ao que defendemos na escola pública, fundada nos ideais de solidariedade e de igualdade, organizada a partir dos interesses daqueles que já são socialmente marginalizados (CORRÊA, 2000, p. 118)

Essa relação existente entre mercado e escola, em que a escola é utilizada como uma organização que atende aos princípios neoliberais, de fato, se contrapõe aos verdadeiros requisitos defendidos pelas instituições de ensino, que são prezar por igualdade de todos os que se encontram nelas. Diante disso, fica difícil defender direitos iguais para todos em um ambiente regido por um sistema que preza a desigualdade, conforme são perceptíveis nos princípios do neoliberalismo.

Até aqui enfatizamos como a educação de um modo geral está centrada com as ideias neoliberais. A partir de agora frisaremos um olhar mais específico da Educação Matemática, a respeito dessa discussão entre neoliberalismo e empreendedorismo.

Começamos nossa discussão fazendo a mesma pergunta que fizemos quando começamos essa seção sobre a educação, o empreendedorismo e o neoliberalismo. Aqui lançamos a seguinte indagação: O que a Educação Matemática tem a ver com tudo isso que expomos?

Inicialmente, vale salientar que quando falamos de ensino de Matemática nos vem logo em mente que entender Matemática é entender regras, fazer exercícios e seguir rigorosamente alguns passos típicos dos conteúdos dessa disciplina, sem a abordagem de outros questionamentos que estão presentes em nosso meio.

Em relação a isso, Skovsmose (2014, p. 18) traz uma série de indagações que se encaixam perfeitamente em nossas discussões a respeito desse ensino conteudista que visa resolver exercícios e mais exercícios. Ele afirma que:

> Esses exercícios podem tomar a forma de longas sequências de ordens. Será que o ensino de matemática tradicional contribui para embutir nos alunos uma obediência cega que os habilita a participar de processos de produção em que a execução de ordens sem questionamento é um requisito essencial? Será que tal obediência é uma condição necessária para o funcionamento de tantos postos de trabalhos existentes, e o papel do ensino de matemática tradicional na sociedade é justamente ajudar a estabelecer essa condição? Será que uma obediência cega, da qual faz parte certa submissão ao regime de verdades, alimenta a apatia social e política que tanto é apreciada pelas forças do mercado de trabalho? Será que esse tipo de obediência contempla perfeitamente as prioridades do mercado neoliberal, em que a produção sem questionamentos atende às demandas econômicas?

Nessas indagações, Skovsmose (2014) expõe alguns argumentos que se aproximam dos nossos questionamentos. Enquanto professores de Matemática, será que estamos preparando o nosso aluno para questionar o mundo fora da escola, principalmente o mundo do trabalho? Será que simplesmente ser obediente, garante a existência e a permanência em um determinado emprego? Como a Matemática, vista durante toda a vida estudantil, pode ir de encontro das ideias neoliberais? Como questionar todas essas ideias na sala de aula de Matemática?

É importante que nós, enquanto professores de Matemática, reflitamos sobre essas indagações nas aulas de Matemática, pois educar matematicamente é levar aos nossos alunos uma concepção crítica do mundo em que vivemos. É preciso que os alunos reconheçam a importância do exercício, mas é mais importante ainda que ele perceba o engajamento dos

profissionais que utilizam a Matemática em suas atividades, inclusive os professores que a ensinam, que ele reconheça que ela está em toda ação humana e por toda parte. Logo, educar matematicamente é educar para a vida, para o desenvolvimento de uma cidadania crítica e para a potencialização de todos os indivíduos.

Quando falamos de empreendedorismo em nossa pesquisa e trabalhamos com uma atividade voltada para a fabricação de geladinhos, estávamos interessados nas relações que os alunos podem fazer entre a atividade e o conteúdo de função afim, mas vale salientar que por trás de tudo isso deveria haver um leque de indagações importantes de caráter crítico que enriqueceriam cada vez mais as nossas abordagens. Poderíamos ter aproveitado aquele momento para falar do mundo do trabalho e as nossas relações com esse mundo, das políticas neoliberais tão presentes em nosso meio, do sistema capitalista vigente e, dessa forma, poderíamos ter utilizado a Educação Matemática como elemento crucial para os nossos questionamentos, potencializando as nossas discussões.

Ao mesmo tempo em que a Educação Matemática pode ser potencializadora, Skovsmose (2014, p. 25) descreve que ela também pode ser despotencializadora, assim:

> A educação matemática pode cumprir diversas funções, que são difíceis de classificar em um esquema simplista de bom ou ruim. A educação matemática pode potencializar de diversas formas. Pode ser potencializadora para uns e despotencializadora para outros. Potencializadora para aqueles que buscam adquirir competências valorizadas pelo mercado de trabalho. E despotencializadora na medida que reforça um comportamento de adequação e obediência a regras.

Mediante as ações de potencializar/despotencializar, Skovsmose (2014) afirma que a Educação Matemática é indefinida, pois ela não tem uma única essência, pois pode ser praticada de maneiras bem diferentes, em diversos interesses sociais, políticos e econômicos, atuando de diferentes maneiras na sociedade. Ao nos reportamos ao empreendedorismo e ao neoliberalismo, cabe nessas discussões algumas considerações voltadas para a Educação Matemática crítica, como mencionamos a seguir.

Abordamos que o empreendedorismo é uma prática de suma importância para o crescimento econômico de uma sociedade. Abordar o empreendedorismo nas aulas de Matemática pode ajudar os alunos a perceberem que toda e qualquer atividade que envolve ida e vinda de capital se inclui nos discursos matemáticos. Além do professor discutir a importância do empreendedorismo para o crescimento econômico, outros debates precisam entrar em cena. Vamos tomar por base o empreendimento com geladinhos.

De início deve-se ouvir a voz dos alunos a respeito da temática e, após todo o início de conversa, o professor pode começar com seus questionamentos. Pode-se questionar sobre o orçamento para vender geladinhos, o custo de produção e preço de venda dos geladinhos. Após essas discussões o professor pode convidar os alunos para conhecer e conversar com um fabricante desse produto e, após a conversa, o docente pode desenvolver outros debates com base nessa mesma temática.

Entre esses debates, o neoliberalismo pode ser um deles, em que uma discussão sobre o poder atuante do neoliberalismo sobre nós deve vir à tona. Pode-se questionar como um fabricante de geladinhos, com baixo investimento, coloca seu próprio negócio, e consegue competir com grandes empresas de sorvetes? Como vender seu produto em grande escala, se ao seu redor há outros competidores? Será que baixando o preço de venda é uma estratégia? Como a Matemática pode ajudar a um pequeno empreendedor de geladinhos a ter vez no mercado competitivo?

Perguntas como essas com certeza podem trazer muitas outras discussões na sala de aula, em que a criticidade dos alunos deve-se fazer presente. É preciso que os nossos alunos conheçam que vivemos em um regime neoliberal, em que o poder hegemônico, é de quem controla o capital, ou seja, o poder econômico fica nas mãos de poucos e nós, queiramos ou não, somos escravos consumidores, sendo os comandantes os donos dos grandes negócios. Um exemplo simples dessa hegemonia é o caso do empreendimento com geladinhos, pois se analisarmos bem um pequeno vendedor de geladinhos jamais terá como competir com o dono de uma grande fábrica de sorvetes, o que faz, na maioria das vezes, este desistir de suas ideias empreendedoras e partir para outros rumos.

É preciso que os alunos entendam e percebam que esse modelo de desenvolvimento neoliberal gerou e gera muita riqueza, mas não reduziu a pobreza no mundo, nem a desigualdade entre os seres humanos, ao contrário, amplia mais a cada dia, pois somos reféns desse poder, bem como afirma Gentili (1996, p. 7).

> O neoliberalismo formula um conceito específico de qualidade, decorrente das práticas empresariais e é transferido, sem mediações, para o campo educacional. As instituições escolares devem ser pensadas e avaliadas (isto é, devem ser julgados seus resultados), como se fossem empresas produtivas. Produz-se nelas um tipo específico de mercadoria (o conhecimento, o aluno escolarizado, o currículo) e, consequentemente, suas práticas devem estar submetidas aos mesmos critérios de avaliação que se aplicam em toda empresa dinâmica, eficiente e flexível.

É preciso que os nossos alunos percebam que estamos engajados em um sistema educacional que é vivido sobre a tutela do neoliberalismo, em que, ao preparar o aluno para a vida, como bem mencionamos em nossos discursos, estamos muitas vezes preparando-o para ser mais um atuante dos postos de trabalhos regidos pelo neoliberalismo. Em relação a isso, Gentili (1996, p. 8) afirma que o "Estado neoliberal é mínimo quando deve financiar a escola pública e máximo quando define de forma centralizada o conhecimento oficial que deve circular pelos estabelecimentos educacionais".

As escolas uma vez regidas pelo neoliberalismo cria em seu meio a ideia de que somente os melhores alunos triunfarão em suas conquistas e, que os demais podem ser condenados ao fracasso, caso não busquem se adequar as regras ditas pelo sistema escolar.

Diante disso, Gentili (1996, p. 13) afirma que:

> Exacerbaram (e estão exacerbando) o individualismo e a competição selvagem, quebrando assim os laços de solidariedade coletiva e intensificando um processo antidemocrático de seleção "natural" onde os "melhores"" triunfam e os piores perdem. E, em nossas sociedades dualizadas, os "melhores" acabam sendo sempre as elites que monopolizam o poder político, econômico e cultural, e os "piores", as grandes maiorias submetidas a um aumento brutal das condições de pobreza e a uma violência repressiva que nega não apenas os direitos sociais, mas, principalmente, o mais elementar direito à vida (GENTILI, 1996, p. 13).

Qual é o posicionamento da Educação Matemática sobre isso? Como um pequeno empreendedor consegue vencer todos esses desafios no sistema neoliberal em que vivemos? Como a escola pode formar cidadãos críticos para atuarem no mercado de trabalho? Como contribuir com uma educação crítica e potencializadora?

Em perguntas como essas cabem inúmeras reflexões, rendendo muitas discussões na sala de aula. Com relação a essa Educação Matemática reflexiva, Skovsmose (2014, p. 97-98) afirma que:

> A matemática é uma ferramenta importante na formulação, no aprofundamento e no detalhamento de uma gama de reflexões de ordem econômica, política e social. É possível fazer reflexões com a matemática e, em muitos casos, a matemática é uma ferramenta que reforça as reflexões.

A Matemática da sala de aula pode contribuir para que os alunos percebam o meio onde estão inseridos e que mudanças devem acontecer nesse meio. É preciso usar a Matemática escolar ao nosso favor, de modo que esta ganhe significados concretos e que os alunos possam

perceber, a partir de seus ensinamentos, a importância desse componente curricular para o nosso meio.

É preciso que a escola possa trazer para o seu entorno as mazelas da sociedade, em que a realidade deve se fazer presente nas explanações da sala de aula. É dever da escola mostrar aos alunos os pontos positivos e negativos do cenário em que vivemos e qual é o nosso posicionamento, enquanto cidadãos, que se insere nessa sociedade.

Em relação a isso, Corrêa (2000, p. 145) discorre que:

> Não se trata de adaptar a escola pública à sociedade, num processo de naturalização da exclusão – "não tem jeito, mesmo" – mas de contestar o instituído com práticas instituintes, de cidadãos críticos, criativos e ativos no sentido de transformá-la. Não há como reinventar a escola sem questionar a sociedade na qual está inserida, a partir do entendimento das complexas mediações pelas quais se dá a sua inserção contraditória nessa sociedade. A escola pública deve ser entendida como espaço social, de vivências com pluralidade cultural, contradições, conflitos, dissensos e consensos.

Foi exatamente isso que tentamos discutir ao longo dessa seção, mostrar um olhar crítico da Educação Matemática voltada para as práticas empreendedoras e como a vigência do neoliberalismo atua sobre a nossa sociedade em geral, principalmente nas repartições escolares.

Ao longo do levantamento de dados dessa pesquisa procuramos aproximar a nossa atividade de uma situação real, pois nossa proposta nessa dissertação foi focar exatamente sobre produção de significados que os alunos conseguem obter no estudo de função afim quando são levados para a sala de aula questões sobre o empreendedorismo, que no nosso caso correspondeu à produção e venda de geladinhos.

A partir de aulas investigativas, o nosso intuito, enquanto pesquisadores, foi observar esses significados sendo produzidos no âmbito da Matemática. Percebemos, após o levantamento dos dados, que uma discussão além se fazia necessária naquele cenário. Foi exatamente com este propósito que surgiram as ideias contidas nesse capítulo.

Vale salientar que a maioria das reflexões postas nesse capítulo, não estiveram presentes na sala de aula no momento em que a pesquisa aconteceu, uma vez que o nosso tempo de levantamento de dados era limitado e não podíamos nos estender muito para a sua realização. É importante mencionarmos que tal olhar crítico e reflexivo só se deu a partir da contribuição da banca examinadora do exame de qualificação e, por isso, em nossa análise dos dados, presente no Capítulo 6 e em nossos diálogos com os sujeitos da pesquisa não aparecem essas reflexões mencionadas ao longo desse capítulo.

4.4 Cenários de investigação e *milieus* de aprendizagem

Nas seções anteriores focamos muito sobre o empreendedorismo, em que frisamos a sua importância no mundo dos negócios e as consequências que o neoliberalismo impõe sobre o mesmo. Nessa seção pretendemos abordar de forma sucinta a importância deste assunto na Educação Matemática, que é o foco do nosso trabalho. Falaremos sobre os cenários de investigação e os *milieus* de aprendizagem no qual elencamos a nossa proposta de pesquisa que aborda o empreendedorismo aliado ao estudo da função afim, que possibilita, por sua vez, um trabalho voltado para um cenário de investigação.

Quando falamos em cenários de investigação estamos nos referindo a um cenário sobre o qual as atividades de Matemática acontecem, sendo o aluno o responsável por investigar como certas situações acontecem nesse meio. Para Skovsmose (2014, p. 46),

> O momento em que um cenário para investigação é apresentado aos alunos é um momento de abertura de possibilidades de sentidos. Atividades que envolvem *pesquisa* costumam ser assim. Isso é bem diferente do que se costuma ver no ensino tradicional de matemática, com suas baterias de exercícios prontos.

Na atividade elaborada para o levantamento dos dados dessa pesquisa usamos ideias do empreendedorismo com geladinhos para uma abordagem do estudo da função afim. Conforme já argumentado, dividimos essa atividade em três etapas, que, por sua vez, constituiu um cenário de investigação, em que o aluno foi o responsável por elaborar estratégias para a chegada dos resultados finais.

Skovsmose (2014) traz, no referencial teórico de cenários de investigação, o conceito de *milieus* de aprendizagem, sendo a palavra *milieus* de origem francesa, que significa meio, centro. Para falar desses *milieus* de aprendizagem, tem-se um quadro reproduzido a seguir.

Quadro 3*: Milieus* de aprendizagem[2]

	Listas de exercícios	Cenários para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências a uma semirrealidade	(3)	(4)
Referências à vida real	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2014, p. 54)

[2] Ver Skovsmose (2014, p. 54) para saber mais sobre *milieus* de aprendizagem.

Ao olharmos esse quadro parece-nos que a melhor maneira de ensinar seria utilizando as referências à vida real e usando os *milieus* do tipo (5) e (6). Com base nesse ponto de vista, Skovsmose (2014, p. 61) afirma o seguinte:

> Pode parecer, à primeira vista, que a solução dos problemas em educação seria a adoção imediata de *milieus* do tipo (6), mas não é bem assim. O *Quadro 03* (*grifo nosso*) deve orientar o professor a refletir o que se passa em suas aulas. Em que *milieu* as coisas estão acontecendo? Como elas se comparam com o ano anterior? Houve uma movimentação entre diferentes *milieus*? Onde se localizava a maioria das atividades de sala de aula? Deve-se pensar na tabela como um apoio para o planejamento: onde queremos estar no próximo ano?

Ao ensinar Matemática com base nesses *milieus* de aprendizagem precisamos fazer tais reflexões, conforme apontadas ao final da citação, uma vez que cada um apresenta características próprias e todos são úteis dependendo da situação abordada e até que ponto determinante queremos chegar.

> Faz sentido pensar o processo educacional como uma viagem por diferentes *milieus* de aprendizagem. Não há *milieus* bons por natureza nem maus, mas apenas formas diferentes de viajar. Considero problemático restringir todas as atividades de sala de aula aos *milieus* do tipo (1) e (3), pois não podemos esquecer que a obediência a ordens desenvolve-se nesses contextos. [...]. Dessa forma, depois de trabalhar no *milieu* do tipo (2), pode-se voltar ao *milieu* do tipo (1) antes de passar, digamos, para o de tipo (4) (SKOVSMOSE, 2014, p. 56)

Logo, percebemos que todos os *milieus* de aprendizagem são importantes dependendo de cada contexto e que eles, de certa formam, podem se completar no ensino de Matemática. Na nossa pesquisa, a atividade elaborada se inclui no *milieu* de aprendizagem do tipo (5) e (6) que se refere a um exercício com referência à vida real e também pode se encaixar em uma situação propícia a ocorrência de um cenário para investigação.

> O *milieu* (5) refere-se a situações da vida real; elaborar exercícios com esses dados é trivial. Não seria surpresa se uma ideia original como estudar as razões entre consumo e produção na agricultura se transformasse, de repente, em tema para a geração de incontáveis exercícios. [...] O *milieu* (6) é um cenário para investigação com referências à vida real (SKOVSMOSE, 2014, p. 56)

Trabalhar com esses tipos de *milieus* não é uma tarefa simples. Skovsmose (2014) afirma que “ é um grande desafio desenvolver *milieus* de aprendizagem do tipo (5) e do tipo (6)”.

Apesar de desafiante, exercícios que apresentam referências à vida real também são propícios a abertura de críticas sobre o tema abordado. Na nossa atividade sobre a venda de geladinhos, que poderia se incluir em um cenário para investigação com referência à vida real, a criticidade poderia ser um fator marcante para que as aulas com essa temática pudessem ir além da sala de aula e ganhasse outras dimensões passíveis de diversas discussões ricas para os sujeitos participantes da pesquisa.

Em nosso estudo, tentamos nos aproximar muito a uma situação considerada real, pois nossa proposta nessa dissertação foi focar exatamente sobre produção de significados que os alunos conseguem obter no estudo de função afim quando são levadas para a sala de aula questões sobre o empreendedorismo, que no nosso caso correspondeu à produção e venda de geladinhos e, a partir de aulas investigativas, o nosso intuito, enquanto pesquisadores, foi observar esses significados sendo produzidos no âmbito da Matemática.

5 CAMINHAR METODOLÓGICO DA PESQUISA

Neste capítulo, apresentamos o caminho metodológico que seguimos. Apresentamos primeiramente as caracterizações de uma pesquisa qualitativa baseando-nos nos escritos de Lüdke e André (2015) e Bogdan e Biklen (1994), em seguida apresentamos as etapas da pesquisa, os sujeitos envolvidos, a escola onde foi realizado o trabalho de campo e todos os instrumentos de levantamento de dados utilizados. A reunião dessas caracterizações, instrumentos e procedimentos fizeram o nosso caminhar metodológico ao longo do percurso desta pesquisa.

5.1 Opção metodológica de pesquisa

Tendo como referência o interesse em encontrar respostas condizentes com o problema de pesquisa, optamos em usar neste estudo uma abordagem metodológica qualitativa, por entendermos que este tipo de metodologia trata o fenômeno em toda sua profundidade, buscando dar-nos a compreensão e os significados das questões abordadas e não apenas a explicação das mesmas. Nesta perspectiva, Lüdke e André (1987) afirmam que a pesquisa qualitativa apresenta o ambiente natural como fonte direta dos dados e o pesquisador como o seu principal instrumento.

Assim, entendemos, que para esses autores, a abordagem qualitativa apresenta-se como aquela que procura descrever e analisar os diversos comportamentos no ambiente natural em que as ações ocorrem, com a qual é possível descrever os detalhes das situações vividas pelos participantes da pesquisa durante o levantamento dos dados. A partir desses detalhes observados, a pesquisa qualitativa nos dá o suporte necessário para interpretarmos os significados obtidos pelos participantes durante o trabalho executado.

De acordo com Lüdke e André (2015, p. 20), “o estudo qualitativo se desenvolve numa situação natural, é rico em dados descritivos, tem um plano aberto e flexível e focaliza a realidade de forma complexa e contextualizada”. Diante disso, percebemos uma ligação enorme entre esse tipo de pesquisa e a nossa proposta, na qual temos a preocupação de irmos além das descrições obtidas no ambiente escolar.

Além desses autores também trazemos as abordagens de Bogdan e Biklen (1994) que se referem aos estudos qualitativos da seguinte forma:

> Os investigadores qualitativos frequentam os locais de estudo porque se preocupam com o contexto. Entendem que as ações podem ser melhor compreendidas quando são observadas no seu ambiente habitual de ocorrência. (...) A investigação qualitativa é descritiva: os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números. Os resultados escritos da investigação contêm citações feitas com base nos dados para ilustrar e substanciar a apresentação. Os dados incluem dentre outras formas as notas de campo. Na sua busca de conhecimento, os investigadores qualitativos não reduzem as muitas páginas contendo narrativas e outros dados a símbolos numéricos. Tentam analisar os dados em toda a sua riqueza, respeitando, tanto quanto possível, a forma em que foram registrados ou transcritos (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 48)

A pesquisa qualitativa nos permite uma análise mais profunda da obtenção de dados descritivos sobre pessoas, lugares e processos interativos e acontece pelo contato direto do pesquisador com a situação estudada, o que nos ajuda a compreender os fenômenos segundo a perspectiva dos sujeitos da situação em estudo, tendo seu caráter aberto e flexível.

Dentre as inúmeras modalidades de pesquisa qualitativa em Educação, a nossa pesquisa se enquadra em uma modalidade denominada pesquisa exploratória. Seu caráter exploratório se dá pelo simples fato da questão norteadora explorar um determinado problema de estudo com vista a compreendê-lo com mais detalhes. A pesquisa exploratória permite uma maior aproximação entre o pesquisador e o assunto pesquisado, no qual a partir do aprofundamento na investigação posta, é possível encontrar as reais causas para os objetivos em estudo.

Diante do nosso objetivo geral da pesquisa, e na intenção de alcançá-lo, optamos por trabalhar com uma turma de alunos do 1º ano do Ensino Médio, com a temática de função afim, haja vista que este assunto é de suma importância para o ensino de funções, como exploramos no segundo capítulo.

Focamos a nossa atenção para a aplicação de uma atividade investigativa e a partir da resolução da mesma foram observadas as opiniões dos alunos, a tomada de decisão dos mesmos, as estratégias e a produção de significados sobre a atividade proposta.

5.2 As etapas da pesquisa

A metodologia realizada na seguinte pesquisa seguiu algumas etapas, baseando-se nos princípios que regem as investigações matemáticas na sala de aula. Essas etapas foram regidas pela aplicação de questionários (sendo dois deles com questões objetivas e os outros dois com questões discursivas) e pelo desenvolvimento das etapas da atividade investigativa envolvendo a venda de geladinhos, que contou com oito encontros e dezenove aulas. Nos próximos

parágrafos fazemos um resumo de como aconteceu essa investigação, em que daremos ênfase ao que foi feito em cada um desses momentos.

O primeiro momento foi dedicado à apresentação da pesquisa. Nos quinze primeiros minutos do primeiro encontro, iniciamos abordando sobre a importância da nossa pesquisa e também mencionamos a importância que os sujeitos envolvidos teriam para a mesma. Após as discussões do que faríamos nas próximas aulas mostramos o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido: TCLE (Apêndice A), o qual eles levariam para os seus responsáveis assinarem, caso aceitassem participar da pesquisa. Mencionamos que eles ficariam cientes da realização deste trabalho na turma e do sigilo das informações que ali seriam obtidas. Consideramos também extremamente importante conhecer o perfil da turma com a qual trabalhamos nessa pesquisa, e para isso elaboramos um questionário (Apêndice B) que ajudava a traçar o perfil dos sujeitos da pesquisa, uma vez que todo investigador precisa desse conhecimento para perceber as características dos alunos e em que estas podem influenciar no andamento da investigação. Para isso, trazemos o perfil dos participantes da pesquisa, que é mostrado no Quadro 01, com as informações sobre o gênero, a idade e se era ou não repetente do primeiro ano do Ensino Médio.

Quadro 4: Perfil dos participantes da pesquisa

Discentes			
		Total de alunos	**Porcentagem**
Gênero	Masculino	21	60%
	Feminino	14	40%
Faixa etária	Menos de 15 anos	07	20%
	Entre 15 e 17 anos	28	80%
	Entre 18 e 20 anos	0	0%
	Mais de 20 anos	0	0%
Situação na série atual	Repetente	02	5,7%
	Não repetente	33	94,3%

Fonte: Dados da pesquisa (2017)

Nesse dia, aplicamos também um questionário, que julgamos em nossa pesquisa como questionário inicial (Apêndice C), com o objetivo de conhecer o ponto de vista dos discentes sobre a Matemática e sobre as suas aprendizagens em relação ao conteúdo de função afim. O nosso intuito inicial era perceber no primeiro contato com os sujeitos da pesquisa os seus

respectivos pontos de vistas a respeito das aulas de Matemática e de suas aprendizagens nessa disciplina no decorrer dos anos estudados. As questões também abordavam sobre a função afim, uma vez que o professor tinha abordado esse conteúdo antes de iniciarmos nossa pesquisa de campo e frisamos algumas questões sobre esse assunto na perspectiva de conhecermos as opiniões dos alunos sobre a referida temática.

Como a nossa pesquisa envolvia uma metodologia até então desconhecida pelos sujeitos, achamos conveniente trazermos algo que abordasse sobre essa metodologia, e dessa forma um *slide* com um roteiro sobre aulas investigativas (Apêndice D) foi passado para a turma na segunda aula do primeiro encontro.

O primeiro encontro contou com 03 aulas, sendo a última delas destinada à discussão de um *slide* com a seguinte temática: *O que é ser empreendedor?* (Apêndice E), retirado do *site* do Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas (SEBRAE) com o intuito de levar os discentes a perceberem o quanto é grande a importância do empreendedor no mundo dos negócios, uma vez que a nossa pesquisa tem tudo a ver com a criação de estratégias para a produção e venda de geladinhos e suas conexões com o estudo da função afim. O começo da pesquisa com um texto abordando tal temática foi interessante pelo simples fato de motivar os alunos para o que viria em seguida. Essas discussões levaram em torno de 15 minutos.

Aproveitamos o final do primeiro encontro para iniciarmos a nossa atividade investigativa, que estava dividida em três etapas. Achamos conveniente iniciarmos a Etapa I (Apêndice F), naquele momento.

As três etapas, na qual a atividade investigativa estava dividida foram as seguintes: 1) A Etapa I contava com o seguinte texto: *Vender geladinho dá dinheiro?* que ocorreu no 1º encontro; 2) A Etapa II (Apêndice G) contava com um quadro com nove sabores de geladinhos, seus respectivos ingredientes e porções que davam para fazer dois tipos de geladinhos, de 115 mℓ e de 180 mℓ, e aconteceu durante o 2º, 3º, 4º e 5º encontros; 3) A Etapa III (Apêndice H) contava com uma atividade na qual os alunos iriam montar estratégias para a venda de 500 geladinhos por dia, de um respectivo sabor que foi escolhido a partir de um sorteio, e a partir disso ideias envolvendo custos de produção, de venda e lucro deveriam vir à tona, como também a modelagem da determinada situação com a utilização da função afim deveria ser usada pelos alunos, o qual seria um ponto de grande importância nessa investigação e a mesma aconteceu durante o 5º, 6º e 7º encontros.

Cada momento dessa investigação teve um propósito que comentaremos em seguida. O primeiro momento foi a abertura da atividade com a Etapa I, e para motivar os discentes sobre o nosso estudo, o texto "*Vender geladinho dá dinheiro"*? já começa investigando o que os

discentes achavam desse tipo de empreendedorismo, sendo os conhecimentos prévios dos educandos colocados em evidência no contexto em estudo. As discussões sobre esse texto partiram do princípio que vender geladinho pode não ser um grande negócio que dê muito dinheiro, mas pode ser um bom negócio que dependerá das estratégias de cada vendedor. No texto, também foi abordado o que se deve fazer para vender geladinhos e os melhores locais para vender tal produto.

Vale salientar que nesse momento caberia uma boa discussão sobre o empreendedorismo e o neoliberalismo, conforme as ideias postas no capítulo 4, porém, em virtude do tempo que tínhamos disponível, não foi possível apresentar essas reflexões.

O segundo momento foi a entrega de um quadro contendo nove sabores de geladinhos, com suas respectivas porções e ingredientes utilizados na produção, constituindo a parte II da nossa investigação. O quadro apresentava as porções que os ingredientes sugeridos podiam render para as embalagens de 115 mℓ e de 180 mℓ. O fato de não colocarmos o total de porções que os ingredientes podiam render para ambas as embalagens foi justamente com o objetivo de o aluno usar seus conhecimentos matemáticos sobre proporcionalidade para encontrar o outro resultado, sendo assim em alguns sabores colocamos o rendimento para as embalagens de 115 mℓ e o aluno acharia o rendimento para as embalagens de 180 mℓ e em outros sabores fizemos o contrário. Outro fato que consideramos importante em nossa pesquisa foi o fato de não colocarmos o preço dos ingredientes no quadro dado para cada equipe, pois como a maior parte desses ingredientes está presente no dia a dia dos discentes achamos conveniente que os mesmos colocassem os preços de cada ingrediente conforme os valores que eles achavam que, de fato, seriam.

O terceiro momento, que fazia relações com o conteúdo de função afim, contou com a entrega da atividade da Etapa III para cada equipe, na qual foi observada as estratégias criadas em cada uma delas para a venda de quinhentos geladinhos de dois tamanhos: uns de 115 mℓ e outros de 180 mℓ e a partir disso foi analisado como cada equipe criou suas estratégias das funções que modelavam as vendas, qual foi o ponto de partida de cada uma, que significados foram produzidos e as conexões com o conteúdo de função afim. Nessa Etapa III, foi analisada a formulação das ideias, a escrita delas, as expressões matemáticas formuladas e os gráficos que cada equipe conseguiu elaborar. Ainda foi pedido que ao final da atividade fosse feito um cartaz de divulgação para a venda dos geladinhos, como meio de propaganda para que o empreendimento de cada um ganhasse vez no mercado.

Após a conclusão das três etapas, que levou ao todo sete encontros, passamos um questionário de trinta questões (Apêndice I) com o objetivo de percebermos, de forma individual, todas as estratégias que cada equipe utilizou para a venda dos dois tipos de geladinhos em discussão e que significados foram obtidos em relação a essa produção de geladinhos e suas respectivas ligações com a Matemática. O objetivo de passarmos o questionário individual foi exatamente para conhecermos melhor a opinião de cada discente sobre a atividade.

O nosso oitavo encontro constituiu o nosso último momento com a respectiva turma. Nesse dia contamos com três aulas, nas quais foram realizadas a discussão do trabalho entre as equipes e após isso passamos dois questionários, um com questões objetivas (Apêndice J) e outro com questões discursivas (Apêndice K). O objetivo do primeiro era conhecermos, após a atividade investigativa, o que os alunos tinham aprendido sobre o empreendedorismo, sobre a função afim, sobre as aulas investigativas e que significados haviam sido obtidos em cada uma das equipes. Já o último questionário contava com cinco questões discursivas e seguia a mesma ideia do questionário anterior, porém queríamos conhecer melhor, através de registros escritos, os significados que os sujeitos da pesquisa conseguiram obter ao longo da atividade investigativa e também os pontos que estes julgavam que precisariam ser melhorados na investigação.

Durante as discussões de cada equipe, feita no último encontro, cada uma foi apresentar os seus resultados para as demais. Das oito equipes presentes, apenas duas delas se recusaram a apresentar os seus resultados, pois nesse encontro alguns membros dessas equipes haviam faltado e os que vieram comentaram que não iam apresentar os seus resultados, por causa da timidez que tinham. Diante desse fato, apenas seis equipes apresentaram seus resultados uns para os outros, em que foi divulgada as ideias que cada uma delas obteve inicialmente até chegarem aos resultados oficiais. Cada equipe também mencionou as suas dificuldades e as suas descobertas, onde foi possível observar resultados bem satisfatórios conforme mencionaremos no Capítulo 6.

No quadro a seguir, apresentamos a sequência cronológica do que foi abordado durante a pesquisa de campo. Apresentamos passo a passo do que foi abordado em cada encontro e também a duração de cada um deles, que variou de 01 aula até 04 aulas, pois muitas circunstâncias aconteceram no horário da escola durante esse tempo, conforme mencionaremos futuramente.

Apresentamos no Quadro 5, em detalhes, toda a sequência cronológica da pesquisa de campo, em que enfatizamos todas as vivências das equipes durante a realização da investigação

matemática feita. Essas etapas objetivaram, aos sujeitos da pesquisa, vivenciar os vários processos que fazem parte de uma atividade exploratório-investigativa em Matemática. No próximo capítulo, descrevemos e analisamos cada um desses encontros, apresentando cada uma das etapas e o desenvolvimento dos alunos na realização da investigação.

Quadro 5: Sequência cronológica das atividades na pesquisa de campo

Encontros com os sujeitos da pesquisa	O que foi abordado no encontro	Duração do encontro
1º encontro (14/08/2017)	• Assinatura do TCLE pelos responsáveis dos sujeitos envolvidos na pesquisa; • Aplicação do questionário que traçava o perfil dos sujeitos da pesquisa; • Aplicação do questionário inicial; • Explicação do roteiro de uma aula investigativa; • Discussão sobre o empreendedorismo; • Desenvolvimento da etapa I da atividade investigativa.	03 aulas
2º encontro (18/08/2017)	• Início do desenvolvimento da etapa II da atividade investigativa em que os alunos começaram a atribuir preços aos ingredientes, conforme consenso de todos os integrantes das equipes.	01 aula
3º encontro (21/08/2017)	• Continuação do desenvolvimento da etapa II da atividade investigativa em que os alunos terminaram de atribuir os preços e começaram a calcular o total de porções desconhecidas de cada sabor de geladinho.	01 aula
4º encontro (25/08/2017)	• Continuação do desenvolvimento da etapa II da atividade investigativa em que as equipes calcularam os gastos com os respectivos sabores fornecidos e também os gastos com os custos de produção de um único geladinho de cada sabor.	02 aulas
5º encontro (28/08/2017)	• Finalização do desenvolvimento da etapa II da atividade investigativa. • Início do desenvolvimento da etapa III da atividade investigativa, em que foi feito um sorteio com todas as equipes para que cada uma delas desenvolvessem ideias para um único sabor de geladinho.	03 aulas
6º encontro (01/09/2017)	• Continuação do desenvolvimento da etapa III da atividade investigativa, em que os alunos ficaram responsáveis por encontrar as funções que modelavam o custo de produção, as vendas e o lucro de cada sabor de geladinho.	02 aulas
7º encontro (04/09/2017)	• Finalização do desenvolvimento da etapa III da atividade investigativa em que os alunos representaram graficamente as funções encontradas. • Aplicação de um questionário sobre a atividade investigativa, que foi aplicado individualmente.	04 aulas
8º encontro (11/09/2017)	• Discussão da atividade investigativa com algumas das equipes. • Aplicação dos questionários finais, no qual um deles continha questões objetivas e, o outro, questões discursivas.	03 aulas

Fonte: Dados da pesquisa (2017)

5.3 Apresentando os participantes da pesquisa

Para a realização da pesquisa foi escolhida uma turma de 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual localizada no município de Sousa – PB. A turma estudava no turno vespertino e era composta por 35 alunos, numa faixa etária que variava entre catorze e dezessete anos, sendo a mesma formada por 21 meninos e 14 meninas, conforme mostramos no Quadro 3, que descrevia o perfil dos sujeitos participantes dessa pesquisa.

Ao procurarmos o professor de Matemática do primeiro ano da referida escola, o mesmo indicou-nos essa turma para fazer a nossa investigação, sendo uma turma com um número considerável de alunos, e isso facilitaria a formação de equipes para o trabalho investigativo.

Antes do desenvolvimento da atividade foi pedido ao professor da turma uma aula para a apresentação da proposta da pesquisa, sendo a mesma cedida por ele e, assim, no final do mês de junho de 2017, antes do recesso escolar, aconteceu o nosso primeiro contato com os discentes, em que percebemos um cenário bem propício para a nossa investigação, principalmente pelo caráter participativo da respectiva turma.

A atividade investigativa começou a ser desenvolvida no segundo semestre do ano letivo, tendo início no mês de agosto e término no mês de setembro do ano de 2017. Antes da aplicação dessa atividade, pedimos consentimento ao professor regente da turma para observar as suas aulas referentes à explanação do conteúdo de função afim, sendo que a mesma aconteceu no final do mês de julho e início do mês de agosto do referido ano.

O professor da turma nos explicou que ainda não tinha abordado essa temática porque trabalha com duas *frentes matemáticas* – uma do começo do livro didático para o final e outra do final para o começo. Na primeira parte, denominada Matemática I (do começo para o final), trabalhou todo o conteúdo de conjuntos e a parte introdutória do estudo de funções, e, na segunda parte, denominada Matemática II (do final para o começo), todo o conteúdo de progressões aritmética e geométrica havia sido exposto. A partir do segundo semestre o mesmo raciocínio continuaria em pauta, sendo a primeira parte iniciada com o estudo da função afim. Aproveitamos a oportunidade para observar tais aulas e, assim, termos um contato melhor com a turma na qual aplicaríamos nossa proposta.

No primeiro contato que tivemos com a turma, apresentamos as nossas intenções diante da nossa proposta. A pesquisa foi bem aceita pelo professor regente e o mesmo achou muito interessante, já os alunos disseram que não estavam acostumados a trabalhar dessa forma e que ia ser muito difícil, mas explicamos aos mesmos a importância da pesquisa e do trabalho de Matemática relacionado a situações reais. Afirmamos que iríamos apresentar à turma uma

atividade sobre a venda de geladinhos e que, através dessa, procuraríamos investigar os seus conhecimentos sobre empreendedorismo e sua relação com as funções afins. Após algumas discussões a turma concordou em fazer parte da pesquisa e contribuir para a evolução do nosso estudo.

A escolha de aplicar a proposta investigativa em uma turma do 1º ano do Ensino Médio regular surgiu pelo fato de, tradicionalmente, o conteúdo de funções ser abordado nessa série, sendo que o mesmo também aparece nos anos finais do Ensino Fundamental, mas a ênfase maior vem no início do Ensino Médio, conforme mostram os documentos curriculares que mencionamos em algumas explanações do nosso trabalho. Portanto, escolhemos aplicar a nossa investigação em uma dessas turmas e verificarmos produções de significados que os mesmos conseguiam relacionar entre o seu cotidiano e o conteúdo de função afim, por meio de aulas investigativas.

5.4 Apresentando o ambiente da pesquisa

A pesquisa foi realizada em uma escola pública da cidade de Sousa – PB, localizada em um bairro próximo ao centro da cidade, que oferta as seguintes modalidades da Educação Básica: Ensino Fundamental II regular (6º ao 9º ano), Ensino Médio regular (1º ao 3º ano) e a modalidade EJA (Educação de Jovens e Adultos – Ciclos IV ao VII). Trata-se de uma escola de referência na cidade, que acolhe os estudantes residentes tanto da zona urbana como da zona rural, e também de outros municípios vizinhos.

A escola possui uma boa estrutura física, contendo uma biblioteca, dois laboratórios, sendo um de informática e outro de ciências, sendo este último, segundo a diretora da referida instituição, utilizado para as aulas práticas de Ciências da Natureza e para algumas aulas de Matemática. Além disso, a escola dispõe de quinze salas de aulas, sendo que, pelo turno matutino, catorze delas são ocupadas, no turno vespertino, treze, e, no noturno, com a modalidade EJA, apenas cinco salas são utilizadas. Há oito banheiros, sendo quatro masculinos (três para os alunos e um para os professores) e quatro femininos (três para as alunas e um para as professoras), possui também uma secretaria, uma sala de direção, uma sala de professores e uma cantina e refeitório para a merenda. Vale ressaltar que três turmas do nível Médio dessa escola estudam na zona rural do respectivo município em um outro prédio que pertence à prefeitura da cidade.

A escola tem, em sua totalidade, 1100 alunos e 94 funcionários, destes 63 são professores. Desse total de professores, cinco deles lecionam o componente curricular de

Matemática. Ao todo são 22 turmas de Ensino Médio, sendo treze delas de 1º ano, apresentando a seguinte divisão por turno: cinco pelo turno da manhã, sete no turno da tarde (sendo seis na respectiva escola e uma na zona rural) e uma turma à noite.

A decisão de conduzir esta pesquisa nesse estabelecimento de ensino dependeu do bom relacionamento que tínhamos com os professores que ali atuavam, pois durante quatro anos trabalhamos juntos em um outro estabelecimento de ensino e, por mudanças ocorridas nesse antigo estabelecimento de ensino, a maioria migrou para esta outra escola.

Quanto ao professor regente desta turma, o mesmo leciona neste local desde a sua posse nos concursos de 2011 e 2012 e, ao apresentar as principais características do nosso trabalho para o mesmo, ele concordou com a realização do projeto em uma de suas turmas. A indicação da turma também partiu dele, o qual mostrou grande interesse em contribuir em todos os episódios de ensino na realização desse trabalho. Além disso, atribuiu a primeira nota do 3º bimestre baseando-se no desenvolvimento de cada indivíduo nos oito encontros que durou essa pesquisa.

5.5 Instrumentos de levantamento e análise de dados

Os dados obtidos no trabalho de campo foram levantados por meio dos registros dos alunos em cada etapa da atividade aplicada, no qual fizemos anotações no diário de bordo durante as aulas ministradas à medida em que elas iam acontecendo e também após as aulas. Também foram utilizadas gravações de áudio e uma câmera fotográfica. No momento em que os sujeitos da pesquisa apresentavam alguma estratégia para a resolução da atividade em andamento fazíamos as observações necessárias, utilizando fotografias e anotações pertinentes àquele momento.

Procuramos, ao longo das descrições das aulas e das produções de significados dos alunos, colocar em pauta os fragmentos dos diálogos que ocorriam em sala de aula na busca de mostrar a participação dos alunos por meio do aparecimento de suas vozes, embora nem sempre fosse possível estar em todos os grupos ao mesmo tempo.

Em cada etapa da atividade aplicada, buscamos ao máximo fazer os registros dos alunos sobre as diversas formas de resolução e da tomada de decisões que tinham na proposta em execução. Nesse aspecto, os dados analisados incluem as notas de aulas, as falas, informações, tomada de decisões, comentários e os registros escritos feitos por eles durante a realização da atividade que constituíram o repertório de significados de cada equipe. Para levantar esses dados, utilizamos várias técnicas bem propícias a uma investigação qualitativa, sendo elas:

gravações em áudio, anotações no diário de bordo, registros escritos dos alunos, registros fotográficos e questionários. No Quadro 6, comentamos a importância de cada instrumento para a nossa pesquisa.

Quadro 6: Instrumentos usados no levantamento dos dados

Instrumentos usados no levantamento dos dados	Descrição dos instrumentos
Gravação de áudio	Transcrever as falas mais relevantes dos sujeitos da pesquisa, principalmente nos momentos em que aconteceram as interações, com toda a classe, ao longo da discussão da nossa investigação. O objetivo principal desse instrumento foi a transcrição das informações detalhadas sobre significados produzidos em cada grupo.
Anotações no diário de bordo	Registrar os conhecimentos e as atitudes que os alunos de cada equipe manifestavam durante o trabalho de investigação.
Registros escritos dos alunos	Verificar o desenvolvimento de cada equipe durante a exploração da atividade investigativa, sendo que a partir de tais registros foi possível fazer uma análise melhor de como os alunos produziram seus significados no desenvolvimento de cada fase da atividade.
Registros fotográficos	Mostrar os principais momentos enquanto a pesquisa estava acontecendo, tanto da interação das equipes quanto das atividades que estavam sendo realizadas.
Questionários	Conhecer inicialmente as opiniões dos alunos sobre o ensino de Matemática e o seu entendimento do conteúdo de função afim, e depois finalmente conhecer o ponto de vista de cada discente sobre a atividade explorada e também o seu ponto de vista sobre o empreendedorismo, sua nova visão sobre o conteúdo de função afim, a sua opinião sobre as aulas investigativas e finalmente a importância dos significados produzidos por sua equipe.

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Todos esses instrumentos de levantamento de dados foram fundamentais para o desenvolvimento da nossa pesquisa, pois cada instrumento foi utilizado para a obtenção das observações mais relevantes para a nossa investigação, nos ajudando a entender como acontece o processo de produção de significados durante uma aula investigativa, que informações importantes os alunos conseguiram obter sobre a venda de geladinhos e as conexões que fizeram entre esse tipo de empreendedorismo com o conteúdo de função afim.

Todos os discentes participantes desse trabalho tiveram grande contribuição para a conclusão do mesmo, sendo tais contribuições abordadas no próximo capítulo.

5.6 Metodologia utilizada junto aos sujeitos pesquisados

Como mencionado anteriormente, esta pesquisa, de cunho qualitativo, desenvolve um estudo exploratório sobre produções de significados em aulas investigativas. Tal estudo exploratório busca compreender significados que os alunos dão a atividades diferenciadas daquelas que eles estão acostumados a resolver no dia a dia da sala de aula, sendo essas atividades inseridas em um contexto investigativo e que aborda temáticas do cotidiano, com o objetivo principal de perceber como estes relacionam esse contexto com tais tarefas, qual a tomada de decisões, as hipóteses levantadas e as ideias analisadas e desenvolvidas durante a investigação.

Essa atividade também pode ser chamada de exploratório-investigativa, uma vez que trata de uma investigação com um problema do tipo aberto, em que os alunos levantam hipóteses e buscam provar se realmente as suas ideias, naquele contexto, são válidas.

Nesta pesquisa, a atividade exploratório-investigativa utilizada no levantamento dos dados permitiu aos alunos buscarem vários meios de resolução para um único problema, em que algumas ideias foram validadas e outras refutadas pelas equipes. Logo, a ideia principal foi provocar a vontade da busca por estratégias para resolver tal problema e, assim, propiciar a criação de um ambiente de aprendizagem na sala de aula, em que os alunos se comportassem como verdadeiros matemáticos na busca da solução. A partir das discussões em grupos e das reflexões com toda a turma sobre a proposta, foi possível perceber significados produzidos pelos alunos.

Como já descrito em linhas anteriores, a nossa atividade focou sobre a venda de geladinhos, por meio da qual buscamos descobrir as estratégias que os alunos adotaram para fazer conexões entre tal atividade e o conteúdo de função afim. Escolhemos tal conteúdo porque o consideramos rico no estudo da Matemática e nas áreas afins, uma vez que o mesmo pode ser representado de diversas maneiras, como tabelas, gráficos, expressões algébricas, entre outras.

No Capítulo 3 dessa dissertação, a realização de uma atividade investigativa acontece em três fases e em quatro momentos distintos, sendo que em cada um deles o professor possui papeis diferentes dentro da sala de aula. Vamos discutir, brevemente, como aconteceu cada fase da nossa atividade na sala de aula junto aos sujeitos da pesquisa.

A primeira fase, a *introdução*, se deu com a abordagem sobre o empreendedorismo e a importância do empreendedor no mundo dos negócios. Em seguida trabalhamos com a Etapa I da nossa pesquisa, que abordava um texto sobre a venda de geladinhos, o qual consideramos o arranque inicial da investigação. Nessa fase o papel do professor é o de motivação, propondo-

lhes uma familiarização maior com a proposta abordada. Vale salientar que nessa fase, o primeiro momento, que é o de exploração e formulação de questões, entra em cena.

A segunda fase, o *desenvolvimento da atividade*, se dividiu em duas partes: na primeira parte trabalhamos com a Etapa II da atividade, na qual entregamos um quadro com nove sabores de geladinhos (Apêndice G), com o objetivo de permitir aos alunos a responsabilidade de colocar o preço de cada ingrediente conforme o consenso da equipe, permitindo-lhes a interação de todos os envolvidos e também o cálculo do total de porções que daria para fazer com tais ingredientes, usando as duas embalagens de tamanhos diferentes. A segunda parte constituiu a Etapa III da atividade, na qual desenvolveram a proposta de fazerem 500 geladinhos de um respectivo sabor sorteado do quadro da Etapa II. Nessa produção deveriam estar contidos a produção dos dois tipos de geladinhos pedidos, em que a quantidade a ser fabricada de cada um era escolha da equipe. Nessa fase, houve a formação de conjecturas, o que constitui o segundo momento de uma investigação, e também os testes e reformulação, constituindo o terceiro momento, que estão detalhados no Capítulo 6.

Em cada fase, o nosso objetivo como professores-pesquisadores foi dar apoio a todas as equipes, questionando mais do que explicando, deixando a cargo deles a construção de suas estratégias e o descobrimento das conexões existentes entre essa proposta e o conteúdo de função afim.

Ao final do desenvolvimento dessa atividade, a confecção de um cartaz sobre a divulgação da venda dos geladinhos teve como objetivo percebermos as ideias que os alunos tinham assimilado sobre o empreendedorismo e como eles fariam se fossem donos de seu próprio negócio.

Na terceira fase, *os momentos de discussão final*, serviram para cada equipe compartilhar as suas estratégias com as demais equipes, tendo o professor nessa etapa a função de mediador, buscando fazer com que as demais equipes prestassem atenção ao trabalho desenvolvido em cada uma, sendo esse momento riquíssimo para o nosso trabalho, uma vez que é nessa fase que os resultados das explorações investigativas de cada equipe são colocadas em pauta, sendo o confronto de ideias e estratégias adotadas pelos alunos propícias para esse momento final. Nessa fase entra em cena o quarto momento de uma aula investigativa que diz respeito à justificação e avaliação. Como dito, o objetivo desse momento era que cada equipe explicasse para as demais o passo a passo de sua investigação, pois uma mesma atividade pode ganhar diferentes olhares e, assim, levar cada equipe a perceber outras maneiras de fazer a atividade que não foram percebidas no momento em que a investigação estava acontecendo.

O confronto de tais resultados e processos construídos pelas equipes ajudaram aos discentes a compreenderem produções de significados oriundas de uma investigação matemática, além de possibilitar o desenvolvimento de alunos capazes de argumentar matematicamente as suas ideias na sala de aula.

Durante o processo de investigação, a classe estava dividida em oito equipes, sendo cinco com quatro alunos e três com cinco alunos em cada formação. Abaixo mostramos um quadro com essa formação, no qual o termo “D” indica discente e o número que o acompanha é o número do aluno no diário escolar.

Quadro 7: Formação das equipes

Número da equipe	Membros da equipe
01	D02, D04, D08 e D25
02	D21, D23, D24 e D28
03	D05, D07, D18, D20 e D26
04	D09, D13, D27 e D36
05	D11, D12, D15 e D34
06	D01, D10, D22, D35 e D38
07	D06, D19, D29 e D31
08	D14, D17, D30, D32 e D37

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Com a formação das equipes, observamos a discussão oral e escrita de cada uma, na qual foi pedido a cada aluno que explicasse os raciocínios e descobertas e colocassem todas as suas ideias no papel, incluindo as operações matemáticas realizadas, as expressões, as funções e os seus gráficos.

Realizadas as etapas citadas, partimos para a análise e interpretação dos resultados obtidos, cuja etapa é de suma importância em nosso trabalho, uma vez que a mesma dará as respostas para o nosso problema de investigação por meio dos dados levantados durante o trabalho em campo.

6 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ETAPAS DA ATIVIDADE INVESTIGATIVA

Apresentamos neste capítulo a descrição do desenvolvimento das atividades feitas pelos alunos nas três etapas da proposta de intervenção abordadas durante o levantamento dos dados dessa pesquisa. Destacamos como se deu o primeiro contato do pesquisador com a turma, as observações das aulas sobre a função afim e em seguida focamos como aconteceu cada etapa da proposta, dando ênfase às fases e aos momentos que acontecem na realização de uma investigação, conforme as ideias propostas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2016). Todas essas ideias seguem a dinâmica da metodologia das investigações matemáticas em sala de aula e da produção de significados, conforme mencionadas no modelo teórico dos campos semânticos proposto por Lins e Gimenez (1997). A partir disso, comentamos que significados cada equipe produziu durante o desenrolar das atividades, na qual fizemos o uso das transcrições de áudios mais relevantes que discutem alguns dos acontecimentos que ocorreram no decorrer da intervenção.

6.1 Primeiro contato dos pesquisadores com os alunos

Era uma tarde de segunda-feira, 19 de junho de 2017, dia em que fomos conhecer a turma para a qual iríamos aplicar a nossa proposta de intervenção. O objetivo desse primeiro momento era apenas manter o primeiro contato com a turma. Às 13h, quando a sirene da escola tocou para o início das aulas no turno vespertino, nos dirigimos com o professor regente da turma até a referida sala do primeiro ano.

Inicialmente, o professor da turma nos apresentou e pediu para falarmos um pouco sobre a nossa pesquisa. Iniciamos agradecendo pelo espaço concedido e começamos a falar da nossa proposta de intervenção que começaria no mês de agosto. Ao abordarmos sobre um trabalho investigativo no qual eles mesmos seriam os protagonistas da atividade, buscando seus próprios resultados, alguns alunos indagaram que seria difícil e não conseguiriam, uma vez que não eram acostumados a estudarem os conteúdos de Matemática dessa maneira, mas ressaltamos que daria certo e que acreditassem em seu potencial. Quando falamos que a nossa pesquisa envolvia a venda de geladinhos em consonância com o conteúdo de função afim, alguns discentes nos perguntaram se iríamos vender dindim na rua e na escola. Dissemos que veríamos tal possibilidade. Outros também perguntaram ao professor da turma se o nosso trabalho valeria nota para o bimestre, e o professor da turma disse que falaria sobre isso em um outro momento.

Percebemos nesse primeiro contato que a turma era bem participativa e também contava com um bom número de alunos para a realização da nossa pesquisa. Estavam presentes naquele momento 34 alunos, sendo 20 meninos e 14 meninas, dos 35 discentes que faziam parte daquela turma.

Após esse momento de apresentação inicial, nos dirigimos até o fundo da sala e nos sentamos em um local desocupado, no qual fomos observar a continuidade da aula do professor. O professor deu continuidade à sua aula corrigindo uma avaliação que tinha feito na semana anterior sobre o assunto de progressão geométrica. Percebemos que os alunos tinham muita noção do que tinham feito na avaliação, pois ao corrigi-la, antes mesmo de devolver a prova para os mesmos, alguns discentes mostravam total domínio do que tinham feito em tal avaliação.

Passados alguns instantes, a sirene tocou. Agradecemos à turma pelo momento e falamos para os mesmos que em breve voltaríamos para observar as aulas sobre o conteúdo de função afim que o professor da turma ia começar assim que voltasse do recesso das festividades de São João e São Pedro, que começaria do dia 23 de junho e se estenderia até o dia 11 de julho, conforme já tínhamos combinado na sala dos professores.

6.2 Observações das aulas sobre o conteúdo de função afim

O professor da turma entrou em contato conosco no dia 25 de julho e confirmou que dia 28 de julho iniciaria as suas abordagens sobre a função afim, e assim confirmamos presença para tal dia. Chegado o momento, o professor abordou os seguintes pontos nessa aula, conforme nossas anotações no diário de bordo:

- Introdução ao conteúdo de função afim, no qual foi abordado a importância do estudo desse conteúdo na Matemática e áreas afins;
- Taxa de variação de uma função afim, em que ele falou da importância desse conceito nesse conteúdo, e também falou do gráfico desse tipo de função informando que sempre é uma reta;
- Interpretação dos coeficientes da função afim, no qual foi abordado o significado dos coeficientes a e b nesse tipo de função.

Percebemos que a turma mostrou interesse pelo que estava sendo discutido e que os discentes sempre que tinham dúvidas perguntavam ao professor. Foi apenas uma aula, conforme o horário da turma que estava distribuído da seguinte maneira: na segunda-feira tinham três

aulas de Matemática, sendo a primeira, a quinta e a sexta aulas e na sexta-feira tinham apenas uma aula que acontecia no quarto horário.

Depois dessas abordagens do professor, a sirene tocou e ficou combinado o nosso próximo encontro para a segunda-feira, dia 31 de julho.

Nesse dia, o professor começou fazendo uma pequena revisão sobre o que tinha sido abordado na sexta-feira. Durante a primeira aula estavam presentes 33 discentes. Em suas abordagens o professor perguntou aos alunos qual era a expressão geral de uma função afim e quais os coeficientes presentes nesse tipo de função, e os mesmos responderam, mostrando ter compreendido a aula anterior.

Nessa aula o professor também abordou a relação do coeficiente angular com a tangente e revisou os ângulos notáveis, esboçou o gráfico de uma função afim e mostrou no gráfico o que eram os coeficientes angular e linear dessa função, e em seguida mostrou os casos particulares da função polinomial do 1º grau (função linear e função identidade). Vale ressaltar que o mesmo também mostrou quando a função afim é crescente e quando é decrescente, citando um exemplo de cada uma delas e o esboço do seu gráfico.

Nos últimos minutos da aula o professor passou alguns exercícios, citando alguns exemplos desses casos particulares mencionados. Após a discussão desses exercícios a sirene tocou e nós aguardamos a quarta aula na sala dos professores.

Na quinta aula (que acontece das 16h10 às 16h50), o professor trabalhou com exemplos do que já havia sido mencionado. Novamente focou na construção de gráficos, explicando que bastava apenas dois pontos para construir o gráfico da função afim, usando um dos postulados presentes no estudo das noções primitivas de ponto, reta e plano.

Na sexta aula (que acontece das 16h50 às 17h30) o mesmo continuou citando exemplos, contendo, dessa vez, aplicações da função afim, para que os alunos entendessem algumas situações em que tal conteúdo era abordado no cotidiano.

Durante as abordagens das três aulas do professor a turma mostrava domínio do conteúdo e também apresentava um bom comportamento, mostrando interesse e motivação naquele contexto momentâneo. Nessas duas aulas foram abordadas essas temáticas, e ficou combinado de nos encontrarmos novamente no dia 04 de agosto, que foi uma sexta-feira.

Como nesse dia a turma tem apenas uma aula, o professor passou apenas um exercício de fixação, no qual os alunos mostraram domínio das questões presentes na atividade.

A aula seguinte aconteceu no dia 07 de agosto. Nesse dia, novamente foram abordadas questões envolvendo aplicações da função afim, as quais apresentavam valores a serem pagos envolvendo duas taxas: uma taxa fixa e outra variável, obesidade e perda de massa em função

do tempo, relação entre o preço a pagar pelo consumo de energia elétrica em função do número de dias, entre outras situações foram citadas nas aulas desse dia. Como eram três aulas e a professora de Biologia havia faltado, usamos então, o quarto e quinto horário para as aulas que aconteciam no quinto e sexto horário. Vale ressaltar que nesse dia estiveram presentes 28 alunos durante as três aulas e todos os exercícios foram feitos e corrigidos no decorrer das três aulas.

No dia 11 de agosto, uma sexta-feira, não houve aula de Matemática devido à comemoração do dia do estudante. O professor da turma combinou com os discentes que nós iniciaríamos a nossa pesquisa na segunda-feira. Começamos, então, no dia 14 de agosto e estendemos os encontros até o dia 11 de setembro de 2017.

Vale salientar que durante esse intervalo de tempo de pesquisa de campo o professor, responsável pela turma, contribuiu em todos os momentos com a nossa pesquisa, estando presente em todos os encontros e contribuindo com a execução de cada etapa, ajudando também no planejamento de cada uma delas. O fato do conteúdo de função afim ter sido abordado antes da aplicação da atividade não inviabilizou o sentido da investigação, uma vez que os alunos precisavam dos conceitos desse tema para criarem as suas ideias. O objetivo principal da atividade foi partir de um determinado conhecimento e a partir deste aplicá-lo em uma situação do cotidiano, salientando que todas as funções encontradas foram objeto de profunda investigação matemática ao longo dos encontros.

Na próxima seção mostramos como se deu cada momento da atividade de intervenção, na qual seguimos os momentos vivenciados na realização de uma atividade investigativa, conforme abordado nas nossas discussões nos capítulos anteriores. Abordamos também produções de significados dos discentes sobre a investigação realizada em cada etapa da atividade de acordo com o modelo teórico dos campos semânticos e o referencial teórico das investigações matemáticas na sala de aula vistos no Capítulo 3.

6.3 Momentos vivenciados na realização da investigação

Os momentos vivenciados na realização dessa investigação aconteceram em um total de oito encontros, que totalizou dezenove aulas. Em cada encontro vivenciamos abordagens diferentes, nos quais seguimos o roteiro de uma aula investigativa conforme o referencial teórico proposto por Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), e tal atividade desenvolveu-se em três fases em um conjunto de aulas que oscilaram entre uma aula até quatro aulas por encontro. Vale salientar que esse total de aulas envolvendo a temática de função afim só levou todo esse tempo

porque os alunos nunca tinham estudado nessa perspectiva de aulas investigativas e muito desse tempo foi dedicado a uma fase de adaptação com essa metodologia.

De acordo com as ideias de Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 25), as fases de uma atividade investigativa são:

> (i) Introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito, (ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado.

Ao seguirmos esse roteiro que estes autores propõem, fizemos a seguinte divisão dos encontros:

(i) O primeiro deles dedicamos à fase introdutória, também chamada de arranque da aula, na qual propomos como seria a atividade e trabalhamos a Etapa I da mesma;

(ii) O segundo até o sétimo encontro foram dedicados a realização da investigação, também chamada de desenvolvimento do trabalho, na qual trabalhamos com a realização das Etapas II e III da investigação;

(iii) O oitavo encontro foi o momento dedicado à discussão dos resultados de cada equipe, em que elas apresentaram os seus resultados para as demais equipes.

Quanto a essa divisão em três fases, a mesma se subdivide em quatro momentos, que são os seguintes: O primeiro momento relaciona-se com o reconhecimento da situação, no qual o aluno explora a situação presente e formula questões sobre a mesma; o segundo momento diz respeito ao processo de formulação de conjecturas, ou seja, é nesse momento que surgem as primeiras ideias dos alunos sobre a questão em análise; o terceiro momento abrange um refinamento das ideias levantadas durante a formulação das conjecturas; e o quarto e último momento relaciona-se à argumentação das ideias com suas justificativas, com as quais o trabalho é avaliado.

Diante desses momentos vivenciados durante uma aula investigativa percebemos que o primeiro momento se relaciona com a primeira fase: introdução da tarefa, em que a equipe precisa reconhecer o que vai fazer ali, sendo os seus argumentos expostos, ideias levantadas, analisadas, aceitas e algumas refutadas. O segundo e o terceiro momentos se conectam com a segunda fase, que é o desenvolvimento da investigação, na qual os alunos organizam os dados, formulam suas conjecturas, realizam testes e validam o que pensaram. O quarto momento está diretamente relacionado com a terceira fase, na qual ocorre a discussão da atividade e os discentes justificam suas conjecturas e avaliam os resultados obtidos.

Assim, diante dessas três fases que se relacionam totalmente com esses quatro momentos, focamos nossa análise dos dados levantados seguindo essa sequência e abordamos o que aconteceu em cada encontro, no qual apontamos os pontos mais relevantes que aconteceram na sala de aula durante o período dessa investigação.

6.3.1 O arranque da aula

Iniciamos o nosso levantamento de dados no dia 14 de agosto, e nesse dia iniciamos também a Etapa I da nossa atividade de investigação. Esse primeiro encontro foi composto de três aulas, sendo que nas duas primeiras enfatizamos mais uma vez do que tratava a nossa pesquisa e da importância da participação dos discentes para a obtenção dos resultados. No primeiro momento, após quinze minutos de discussão sobre a proposta, pedimos aos discentes ali presentes, que totalizavam 34 alunos, que aqueles que aceitassem tal compromisso em participarem da nossa pesquisa levassem para casa o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) (Apêndice A) para seus responsáveis assinarem, uma vez que todos os alunos eram menores de idade. O TCLE apresentava o porquê da nossa pesquisa, os nossos objetivos, a importância do compromisso da turma, o sigilo das respostas dos participantes, assim como a participação voluntária de cada um dos sujeitos e os benefícios que tal participação traria para o aumento do conhecimento científico na área da Educação Matemática. Todos os que se encontravam ali presentes assumiram o compromisso de participarem da pesquisa.

Após isso, pedimos para cada aluno responder um pequeno questionário de cinco questões (Apêndice B), com o objetivo de traçar o perfil dos estudantes ali presentes, no qual era perguntando características dos sujeitos, como o nome, sexo, idade, se era ou não repetente e o nome dos seus responsáveis, o que nos ajudariam a conhecer um pouco de cada participante da pesquisa.

Em seguida, aplicamos o questionário inicial da pesquisa (Apêndice C), o qual abordava duas seções: a primeira explorava perguntas sobre a relação dos alunos com a Matemática, a avaliação que estes davam ao ensino, a aprendizagem e as suas relações com essa disciplina ao longo dos anos de estudo; já a segunda explorava questões voltadas para a função afim, sendo nas perguntas explorado a importância que tal tema tem no cotidiano, o conhecimento que estes adquiriram nas abordagens desse conteúdo, a importância dessa temática para a Matemática e outras áreas do conhecimento, as principais ideias desse assunto e se estes consideravam relevante esse conhecimento para modelar situações na vida de cada um deles. Os resultados

de tal questionário estão apresentados no final desse capítulo, uma vez que, inicialmente comentaremos o passo a passo da atividade investigativa, e no final, juntamente com as discussões dos questionários finais, fazemos uma discussão geral da aplicação de todos os questionários.

Após a aplicação desse questionário, a sirene tocou para o início da segunda aula e aguardamos na sala dos professores a chegada das duas últimas aulas.

Na segunda aula (quinto horário), utilizamos o projetor de multimídia para trabalharmos com dois *slides*, sendo um deles com um roteiro de uma aula investigativa (Apêndice D) e o outro contendo ideias básicas sobre o empreendedorismo (Apêndice E), uma vez que nossa proposta envolvia conceitos de produção, venda e lucro de geladinhos.

No *slide* que abordava o roteiro de uma aula investigativa discutimos os seguintes pontos:

- O que é investigar?
- O que é uma aula investigativa?
- Quais as etapas de uma aula investigativa?
- Toda questão investigativa é difícil?
- Fases que devem ser levadas a sério em uma aula investigativa.

A ideia de levarmos esse *slide* falando sobre as aulas investigativas se deu pela necessidade dos alunos não conhecerem essa metodologia no ensino de Matemática, e conhecer o que significa uma aula desse tipo foi importante para a aplicação da nossa proposta de intervenção.

Após as discussões sobre o roteiro de uma aula investigativa, passamos o outro *slide* com a temática *O que é ser empreendedor?*, com o objetivo de motivá-los para o que viria em seguida.

Antes mesmo de iniciarmos a abordagem sobre o tema, os alunos já começaram dando respostas. Entre elas estavam:

> É vender o produto pelo preço que ele vale. Tanto ficando bom para o vendedor como para o consumidor. (D15);
> É ser empresário. (D37);
> Ser empreendedor é aquele que tem novas ideias. (D01);
> Tem que ter ideias novas e diferentes. (D34)

Nesse *slide* foram abordados os seguintes pontos:

- O que é ser empreendedor?

- O que os economistas falam sobre o empreendedorismo?
- Que características tornam uma pessoa um grande empreendedor?
- O que é preciso reunir para ser um empreendedor de sucesso?

Vale salientar que nesse momento caberia uma discussão crítica sobre o outro lado do empreendedorismo, em que abordagens sobre o neoliberalismo vigente no sistema capitalista em que vivemos poderia ter vindo à tona, mas isso não aconteceu durante a nossa investigação. Essa discussão crítica não aconteceu por dois motivos, sendo a escassez de tempo o primeiro deles e, o segundo, diz respeito a privação de leituras críticas sobre o assunto, como ocorre com a maioria dos professores que estão em sala de aula. Embora essa crítica seja de muita importância, isto não inviabiliza o trabalho que fizemos, pois, o conjunto de atividades contribuiu muito para o desenvolvimento dos alunos, para a participação deles na sala de aula e para a formação dos mesmos no mundo do trabalho, mesmo na carência dessa crítica.

No final da abordagem do *slide* foram discutidas duas questões: **1.** A pessoa nasce empreendedora? E, **2.** O que leva alguém a ter o próprio negócio? E a partir disso surgiram as seguintes respostas, que foram dadas oralmente pelos alunos e anotadas no diário de bordo:

> Uma pessoa não nasce empreendedora, mas ela aprende ao longo do tempo. (D01);
> Ela se torna empreendedora a partir do momento que ela imagina e cria uma nova ideia. (D15);
> O que leva alguém a ter o próprio negócio é regido pela determinação, pela necessidade, pelos sonhos, pela força de vontade. (D37).

Após essas discussões, que denominamos ser o arranque da nossa fase de investigação, que é considerado de suma importância para o andamento das demais etapas, começamos a Etapa I da nossa proposta de investigação.

Ao abordar sobre essa fase inicial, Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 26) mencionam o seguinte:

> Essa fase, embora curta, é absolutamente crítica, dependendo dela todo o resto. O professor tem de garantir que todos os alunos entendem o sentido da tarefa proposta e aquilo que deles se espera no decurso da atividade. O cuidado posto nesses momentos iniciais tem especial relevância quando os alunos têm pouca ou nenhuma experiência com as investigações.

Portanto, como os sujeitos participantes da pesquisa nunca tiveram contato com essa metodologia, achamos conveniente abordarmos algo inicial que falasse sobre ela, e uma

explanação sobre o empreendedorismo também foi de suma importância, uma vez que todas as ideias do trabalho se relacionavam com essa temática. Assim, após esse início, que consideramos motivador, começamos o trabalho da parte I da atividade na última aula desse primeiro encontro e observamos que produções de significados, conforme exposto no modelo teórico dos campos semânticos, ocorreram.

Abordamos como foi esse momento e os seus acontecimentos na subseção a seguir, que diz como foi o primeiro momento da nossa pesquisa e quais as ideias mais relevantes que ocorreram durante a aplicação dessa etapa.

6.3.1.1 Primeiro momento: exploração e formulação de questões

No primeiro encontro, que ocorreu em três aulas, iniciamos a Etapa I da nossa proposta de intervenção na última aula. Como a atividade exploratório-investigativa estava dividida em três etapas, iniciamos a primeira delas com um texto sobre a venda de geladinhos, intitulado *Vender geladinho dá dinheiro*? (Apêndice F).

Esse momento foi utilizado para a leitura e discussão do texto dessa etapa, com o qual discutimos a introdução da nossa atividade, sendo que um texto motivacional foi necessário para despertar nos alunos a curiosidade sobre a venda de geladinhos, que é um tipo de empreendimento bem comum em nossa região, que gera renda para diversas famílias e que é bastante comercializado em várias cidades. O texto destacava exatamente o processo de como vender geladinhos, quais os melhores locais para essa venda e o que era necessário ter inicialmente para se tornar um empreendedor desse tipo de negócio.

Caberia nas discussões desse texto as seguintes perguntas:

- ✓ Até que ponto consegue chegar o pequeno empreendedor, como um fabricante de geladinhos, em competitividade com grandes corporações que mandam, desmandam e vendem seu produto abaixo do preço em relação ao pequeno empreendedor?
- ✓ O que isso acarreta?

Tais perguntas poderiam levar os alunos a perceberem as condições de exploração do trabalhador e do pequeno empreendedor no sistema capitalista, em que uma discussão crítica poderia ter entrado em cena.

Apresentamos, a seguir, o texto discutido nessa aula.

PARTE I DA ATIVIDADE

VENDER GELADINHO DÁ DINHEIRO?

Vender geladinho pode não ser um grande negócio para se montar e nem tão pouco será algo que poderá render rios de dinheiro, mas dá para ganhar uma boa grana extra com isso.

Eu sinceramente não conheço ninguém que ficou rico vendendo geladinho, mas conheço pessoas que conseguem um bom dinheiro para gastar no final de semana, pagar suas contas no final do mês e até mesmo dar uma arrumada na vida, apenas fazendo e vendendo geladinho das mais variadas formas.

Como vender geladinho?

O processo para começar a vender geladinho é muito simples e não requer toda a estrutura usada para montar um negócio grande. Digo isso, porque a venda de geladinho é algo a se comparar com a venda de bijuterias ou de doces, pois é algo com um investimento inicial extremamente baixo.

A minha principal dica é que você foque em locais onde exista uma grande circulação de pessoas, como na porta de escolas, em parques de diversão e em locais onde as pessoas praticam esportes, pois assim será mais fácil vender geladinho. Existem pessoas que vendem também no semáforo, enquanto os carros estão parados, e pode ser uma alternativa interessante.

Para começar, você precisa apenas dos ingredientes para fabricar seus geladinhos, de um isopor ou de um carrinho para sair vendendo e de uma estratégia para vender. O investimento inicial pode ser muito baixo, dependendo das suas pretensões, e o lucro poderá vir de forma rápida se você conseguir vender bastante todos os dias.

E aí, será que vender geladinho dá dinheiro?

Como eu disse no início, esse é aquele tipo de produto que não gera muito dinheiro para todas as pessoas, mas se o seu objetivo for ganhar uma grana extra, então essa pode ser uma ótima opção. A verdade é que tudo dependerá do seu desempenho nesse trabalho, pois quanto mais pessoas conseguir impactar com seus produtos, mais dinheiro conseguirá ganhar.

E você, o que acha desse tipo de empreendedorismo? Se você fosse um vendedor de geladinhos como você faria para vender e lucrar cada vez mais?

Fonte: *https://www.montarumnegocio.com/vender-geladinho-da-dinheiro/.* Acesso em: 11 mai. 2017

Essa discussão poderia partir da situação que estamos vivendo nos últimos tempos, que é a crise enfrentada em nosso país com o desemprego. Diante disso, seria o empreendedorismo uma alternativa?

Seria importante frisar que o empreendedorismo pode ser uma alternativa para impulsionar os indivíduos a criarem e gerirem seus próprios negócios, mas não podemos esquecer de frisar em nossas ideias que todas as ideias empreendedoras necessitam de planejamento e quando isso deixa de acontecer, quando este age por impulso, grande parte das vezes fracassa em um curto período de tempo.

Todas essas ideias mencionadas poderiam fazer parte do primeiro momento de uma aula investigativa. Esse primeiro momento é de suma importância, uma vez que é necessário despertar nos discentes o desejo e a motivação para fazerem a tarefa. O contexto circunstanciado do momento favorecia isso, embora fosse a última aula. Essa fase inicial, denominada arranque em uma aula investigativa, é muito importante, embora curta, mas como discutimos anteriormente, dela depende todo o resto do andamento da atividade.

No final do texto vieram duas perguntas: a primeira pedindo a opinião deles sobre o que eles achavam da venda de geladinhos e a segunda pedia um levantamento de ideias, caso eles fossem vendedores, e quisessem obter cada vez mais lucro com as vendas. Nós pedimos a cada equipe que registrassem as suas respostas no verso de uma das folhas que foram entregues a cada membro das equipes. Observamos, nesse instante, como as equipes interagiam e como os diversos pontos de vista estavam sendo considerados, pois cada equipe tinha no mínimo quatro integrantes, com ideias, pensamentos e estratégias diferentes e queríamos saber a tomada de decisão que eles estavam tendo e que significados estavam sendo produzidos nas discussões.

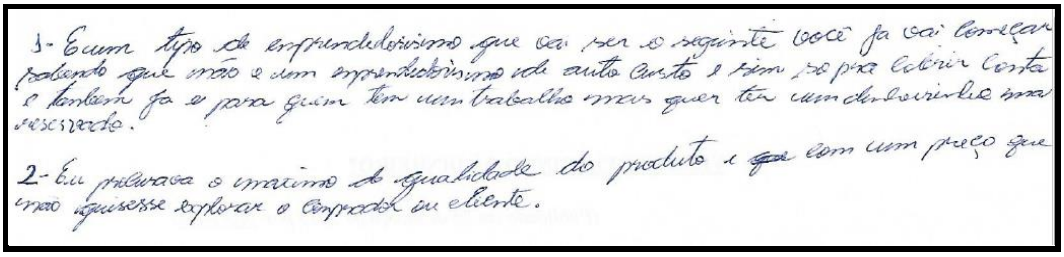
Esse registro foi de grande relevância porque queríamos saber o ponto de vista de cada equipe, uma vez que as outras duas etapas a serem desenvolvidas com eles eram uma continuação dessa primeira etapa.

Foi preciso ouvir o que eles achavam desse tipo de empreendedorismo e quais as suas estratégias para que as vendas acontecessem, caso eles fossem um vendedor de geladinhos, pois tais argumentos eram importantes na nossa pesquisa.

Percebemos, diante das respostas dadas, que algumas equipes acharam a proposta interessante. Alguns afirmaram que tal empreendimento dava para ganhar um dinheiro a mais para gastar no fim de semana ou mesmo até no fim do ano; já outras afirmaram que esse tipo de empreendimento não é um bom negócio para se montar, uma vez que não gera muito rendimento.

Quanto às vendas, todas as equipes disseram procurar um lugar bastante movimentado, com muita circulação de pessoas, como parques, *shoppings* e escolas para realizarem as vendas e também locais em que fazia muito calor, já que o clima de nossa região tem essa característica e é favorável ao consumo desse tipo de produto.

As colocações de algumas equipes são evidenciadas na figura a seguir, na qual mostramos alguns significados produzidos pelos grupos nessa etapa da nossa investigação.


1- E um tipo de emprendedorismo que vai ser o seguinte você já vai começar sabendo que não é um emprendedorismo de auto custo e sim só pra cobrir conta e também já é para quem tem um trabalho mas quer ter um dinheirinho mas reservado.

2- Eu procurava o máximo de qualidade do produto e ~~que~~ com um preço que não quisesse explorar o comprador ou cliente.

É um bom empreendorismo se você quiser ganhar um ~~gan~~ dinheiro extra, principalmenter e tempo de dificuldades finaceiras, pois necessita de um baixo investimento, apesar de não tem um lucro muito alto, você pode ganhar um bom dinheiro, se vender diferentes ~~pre-~~ ~~-ços~~ ~~em~~ sabores e variedade, e adquirir experiencia no ramo de empreedorismo. Venderia uma grande variedade de sabores, tamanho e preços, é determinado lugares, como locais de praticar esportiva, parque, ~~pai~~ praias é regiões que faz calor.

1º) Acho que esse empreendorismo da pra ganhar um bom dinheiro para o fim de semana ou para o final do mes

2º) Acharia um bom lugar, geralmente a vender de geladinho seria ótimo para vender de tarde do que de manhã, fa que a tarde é mais quente e seria uma ótima escolha para vender em um dia quente

- Bem! a venda de geladinho não é um dos meios mais chamativos de se obter muito dinheiro, porem, é um meio bem chamativo de conseguir uma grana a mais. Não é um grande negocio ~~pa~~ mas é um bom investimento!

- eu elaboraria novos tipos de sabores e implantaria novos lugares de venda com grande movimentação. No começo eu começaria com um preço razoavel e quando vêsse que ta dando lucro aumentaria o preço e investiria mais no produto!

1- Pode dar lucro dependendo de como você vai vender.

2- Eu melhoraria a produção, baixar um pouco, e produzir diversos sabores e atribuir um preço assessivel tanto para quem vem quanto para quem compra.

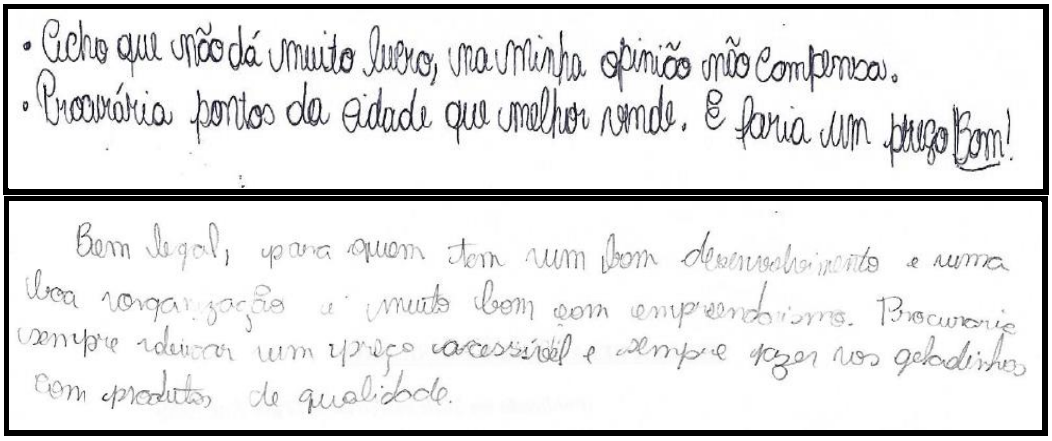


Figura 2. Registros escritos das equipes na Etapa I
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Nas produções dos alunos, como vistas no MTCS, percebemos algumas particularidades em cada equipe. Para a primeira pergunta, todas as equipes, com exceção da Equipe 07, responderam que é um tipo de investimento que não dá muito dinheiro, mas a negociação com esse tipo de venda pode garantir uma renda extra, e que pode ajudar na manutenção de alguns gastos mensais. A Equipe 07 respondeu que esse tipo de negócio não dá muito lucro, e que na opinião deles, este tipo de empreendedorismo não compensa. Para a segunda pergunta todos deram suas estratégias para o aumento das vendas e dos lucros, afirmando que fariam um produto de altíssima qualidade, com variedade de sabores, tamanhos e preços e venderiam em locais propícios, com muita circulação de pessoas e com muito calor.

Percebemos com tais respostas que a atividade inicial foi bem simples. A nossa estratégia inicialmente foi exatamente a de conhecermos como a turma reagiria a esse tipo de atividade e também a opinião dos discentes sobre a venda de geladinhos. Caberia outras discussões aqui, em que reflexões críticas sobre o processo de globalização, de formação para o trabalho, do neoliberalismo vigente poderiam se fazer presentes. Quanto às temáticas voltadas aos contextos da função afim, estas seriam abordadas nas Etapas II e III, e mais especificamente na parte III.

Esse momento inicial foi de suma importância para a nossa pesquisa porque percebemos a motivação daquele momento, e, enquanto pesquisadores que queriam conhecer como os discentes produziriam significados, em contextos voltados para o cotidiano através de aulas investigativas, percebemos que o ambiente ali seria favorável para o andamento das demais etapas. Ao término dessa etapa, que durou exatamente uma aula, combinamos com a turma que no encontro seguinte, que aconteceria na sexta-feira, iniciaríamos a parte II da investigação e, a partir desse momento, iniciaríamos o desenvolvimento do nosso trabalho sobre a venda de geladinhos.

6.3.2 O desenvolvimento do trabalho

O desenvolvimento do trabalho constitui o período mais longo de uma investigação e, no nosso caso, este período aconteceu em seis encontros e durou doze aulas. Nessa fase trabalhamos com as Etapas II e III da atividade investigativa.

Ao mencionarem sobre o desenvolvimento do trabalho, Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 29) afirmam o seguinte:

> Ao se propor uma tarefa de investigação, espera-se que os alunos possam, de uma maneira mais ou menos consistente, utilizar os vários processos que caracterizam a atividade investigativa em Matemática. Como referimos, alguns desses processos são: a exploração e formulação de questões, a formulação de conjecturas, o teste e a reformulação de conjecturas e, ainda, a justificação de conjecturas e avaliação do trabalho.

Em nossa proposta de intervenção procuramos, ao máximo, vivenciar cada um desses processos, tanto na Etapa II quanto na Etapa III.

A Etapa II teve início no dia 18 de agosto de 2017, uma sexta-feira e nesse dia tivemos apenas uma aula, conforme o horário da turma. Essa atividade era constituída de um quadro (Apêndice G), a qual continha nove sabores de geladinhos com seus respectivos ingredientes e total de porções. Cada aluno recebeu uma folha com a referida atividade, sendo a missão deles, a partir daquele instante, colocarem os preços de cada ingrediente, conforme a opinião de cada membro da equipe, pois as discussões deles seriam úteis para que chegassem a um consenso e colocassem os preços dos respectivos ingredientes conforme suas decisões, em que os significados produzidos entre eles seriam essenciais para a obtenção desses resultados.

Também tinha a quantidade de porções para dois tipos de geladinhos: um de 115 mℓ e outro de 180 mℓ, sendo que uma dessas porções já era dada e a missão deles era achar as porções da quantidade desconhecida de cada sabor, baseando-se nas informações existentes.

Quanto aos sabores dos geladinhos (leite condensado, chocolate econômico, azul, mousse de maracujá, amendoim, biscoito, coco, manga e goiaba), foram escolhidos baseando-se nos sabores que são vendidos na região onde os alunos moram. A decisão de trazer nove sabores foi na intenção de deixar cada equipe, logo após a Etapa II, formular suas ideias e conjecturas para um único sabor no desenvolvimento da Etapa III.

Foram dadas as instruções sobre a segunda etapa da atividade. Nesse momento o professor regente da turma falou que essa intervenção serviria para a obtenção da primeira nota

do terceiro bimestre e pediu que cada aluno buscasse fazer a investigação de forma coerente ao que era pedido ao longo das etapas da realização da investigação.

Durante o início da segunda etapa, percebemos que os alunos se sentiram bastante motivados para respondê-la. Pedimos que cada membro respondesse em uma folha de papel sulfite que foi entregue a cada um no início da atividade. Como em cada equipe tinham de quatro a cinco membros, cada um deles recebeu uma folha, pois caso algum deles tivesse alguma ideia diferente de algum colega, essa também poderia ser escrita nesta folha.

A seguir, mostramos a atividade da Etapa II que foi entregue a cada membro das equipes.

PARTE II DA ATIVIDADE

Temos diversos tipos de geladinhos que vão variar no sabor, no tamanho da embalagem utilizada e no preço que iremos vendê-lo ou comprá-lo. Com base nisso, temos no quadro abaixo os ingredientes que são utilizados para fazer alguns tipos de geladinhos, bem como seus respectivos sabores e porções que poderão ser feitas com os ingredientes disponíveis.

Quadro 8: Sabores, ingredientes e porções dos geladinhos da Etapa II

SABOR	INGREDIENTES	PREÇO DOS INGREDIENTES, EM REAIS
GELADINHO DE LEITE CONDENSADO (12 porções de 115 mℓ) (__ porções de 180 mℓ)	1litro de leite;	
	3 colheres de chá de açúcar (50g);	
	1 caixa de leite condensado;	
	3 colheres de sopa de leite em pó (100g).	
GELADINHO DE CHOCOLATE ECONÔMICO (__ porções de 115 mℓ) (08 porções de 180 mℓ)	1 litro de leite;	
	1 caixa de leite condensado;	
	1 lata de creme de leite;	
	6 colheres de sopa de achocolatado (180g);	
	4 colheres de sopa de açúcar (66g).	
GELADINHO AZUL (15 porções de 115 mℓ) (__ porções de 180 mℓ)	1 litro de leite;	
	2 colheres de sopa cheias de pó azul para sorvete (100g);	
	5 colheres de sopa de açúcar (82g).	
	1 caixa de leite condensado;	

GELADINHO DE MOUSSE DE MARACUJÁ (__ porções de 115 mℓ) (10 porções de 180 mℓ)	1 lata de creme de leite;	
	3 colheres de chá de açúcar (50g);	
	½ litro de suco de maracujá (ou 02 maracujás, aproximadamente 400g);	
	½ litro de leite.	
GELADINHO DE AMENDOIM (20 porções de 115 mℓ) (__ porções de 180 mℓ)	1 litro de leite;	
	3 colheres de açúcar (50g);	
	1 caixa de leite condensado;	
	400g de amendoim torrado e moído.	
GELADINHO DE BISCOITO (__ porções de 115 mℓ) (10 porções de 180 mℓ)	1 litro de leite;	
	1 saquinho de suco artificial de sua preferência;	
	3 colheres de açúcar (50g);	
	100 g de bolacha Maisena ou Maria.	
GELADINHO DE COCO (06 porções de 115 mℓ) (__ porções de 180 mℓ)	300 mℓ de leite;	
	2 colheres de açúcar (32g);	
	1 caixa de leite condensado;	
	1 pacote de 100 g de coco ralado.	
GELADINHO DE MANGA (__ porções de 115 mℓ) (13 porções de 180 mℓ)	4 mangas grandes sem fiapo (aproximadamente 2 unidades por kg);	
	1 litro de leite;	
	1 caixa de leite condensado;	
	3 colheres de açúcar (50g).	
GELADINHO DE GOIABA (15 porções de 115 mℓ) (__ porções de 180 mℓ)	½ litro de leite;	
	3 colheres de açúcar (50g);	
	4 goiabas cortadas ao meio (aproximadamente 1 Kg);	
	1 caixa de leite condensado.	

Fonte: http://receitatodahora.com.br/7-receitas-de-geladinho-imperdiveis-para-fazer-e-vender/. Acesso em: 12 mai. 2017

Dessa forma, iniciamos o desenvolvimento do nosso trabalho. Ao contrário da primeira etapa, que levou apenas uma aula para ser feita, a segunda etapa precisava de mais discussões, conhecimento dos preços de mercado e também realização de cálculos matemáticos para acharem o preço de alguns produtos que estavam presentes nos ingredientes em pequenas quantidades, como por exemplo, a quantidade de açúcar, que pedia em total de colheres com as aproximações de gramas dadas, e diante disso, essa etapa levou cinco aulas, que correspondeu

ao 2º, 3º, 4º e início do 5º encontro (1ª aula). A seguir mostramos algumas fotos das equipes trabalhando essa etapa da investigação.

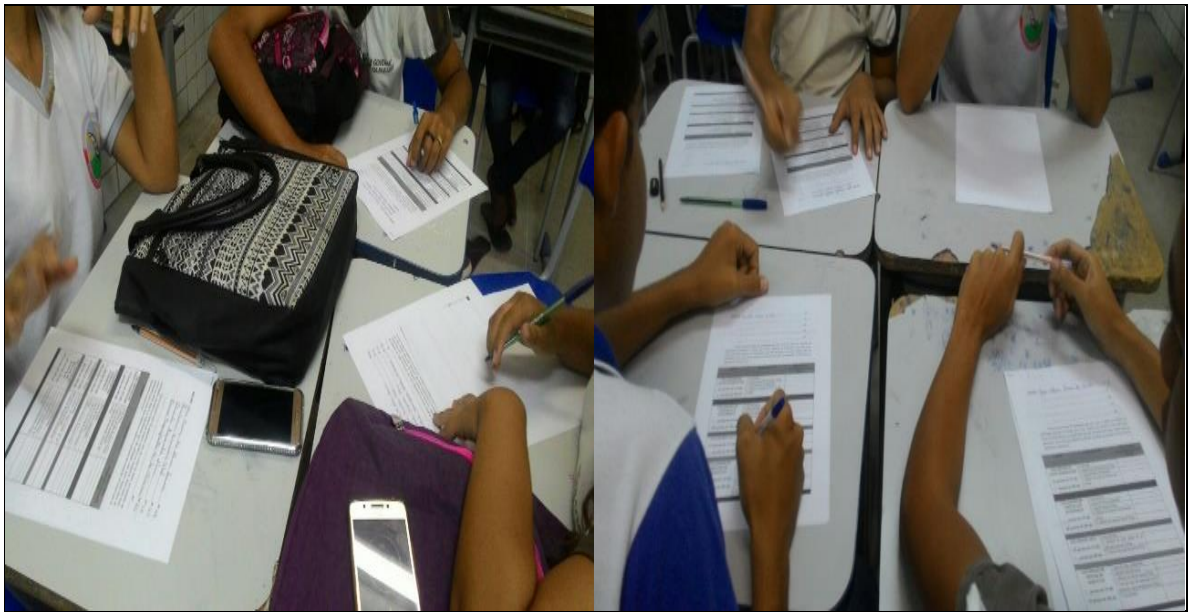


Figura 3. Fotografias de algumas equipes desenvolvendo a Etapa II da atividade
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Após o término da segunda etapa, iniciamos a Etapa III da nossa proposta de intervenção. O início da terceira etapa começou na segunda-feira, dia 28 de agosto de 2017, na quinta e sexta aulas, conforme o horário da turma e o mesmo durou até o sétimo encontro, em um total de três encontros e oito aulas. Como havíamos comentado, a primeira aula do quinto encontro foi reservada para o término da segunda etapa, e ficou combinado de iniciarmos a parte III nas duas últimas aulas.

Quando iniciou a quinta aula, passamos de equipe em equipe com uns papéis enrolados, em que cada equipe escolhia um deles e nessa escolha teriam um dos sabores dos geladinhos apresentados no quadro anterior e a partir daquele momento cada equipe iria desenvolver as suas ideias para o respectivo sabor sorteado. Após a realização desse sorteio passamos de equipe em equipe para anotar o sabor que cada uma delas iria trabalhar.

O quadro a seguir mostra o número de cada Equipe, o sabor do geladinho que cada uma ficou responsável e também os membros que as formavam.

Quadro 9: Resultado do sorteio do sabor de geladinho que cada equipe trabalhou na etapa III

Número da equipe	Sabor do geladinho	Membros da equipe
01	Leite condensado	D02, D04, D08 e D25
02	Chocolate econômico	D21, D23, D24 e D28
03	Azul	D05, D07, D18, D20 e D26
04	Mousse de maracujá	D09, D13, D27 e D36
05	Biscoito	D11, D12, D15 e D34
06	Coco	D01, D10, D22, D35 e D38
07	Manga	D06, D19, D29 e D31
08	Goiaba	D14, D17, D30, D32 e D37

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Em seguida, passamos por cada equipe distribuindo as folhas da Etapa III (Apêndice H) e explicamos para eles o que queríamos naquela última etapa da nossa intervenção. Abaixo, mostramos o que dizia a atividade da Etapa III que foi entregue a cada membro das equipes.

PARTE III DA ATIVIDADE

Depois da leitura do texto e da análise feita do quadro, imagine que vocês se tornarão empreendedores da venda de geladinhos, sendo que na sua produção haja a venda de 500 geladinhos que variam em dois tamanhos: uns de 115 mℓ e outros de 180 mℓ. Escolha uma das receitas do quadro acima e discutam em grupo de 4 pessoas estratégias para que as suas vendas sejam bem-sucedidas. Coloque todas as suas ideias no papel, incluindo a escrita delas, as expressões matemáticas formuladas e os gráficos que vocês conseguirem elaborar. Use o conteúdo de função afim para a discussão de suas ideias. No final de tudo elabore um cartaz para a divulgação de suas vendas.

Lembramos, que a atividade pedia para os discentes escolherem um sabor, mas optamos pelo sorteio dos mesmos, para que quase todos os sabores fossem evidenciados nas discussões. Ao abordarmos o motivo de cada um desenvolver suas conjecturas para um único sabor de geladinho e a importância dessa última etapa para o nosso estudo, explicamos que as estratégias deveriam ser elaboradas em conjunto com cada membro e todas as informações deveriam ser anotadas, desde a formulação das expressões matemáticas até a construção dos gráficos nas folhas quadriculadas.

O desenvolvimento do trabalho nessas duas etapas permitiu conhecermos a formação de conjecturas das equipes, os testes e a reformulação das mesmas e que produções de significados surgiam com o preenchimento do quadro de ingredientes, conforme as abordagens vistas no modelo teórico dos campos semânticos. As nossas estratégias utilizadas para a

obtenção dos dados, durante essas etapas, foram as mesmas: irmos com o gravador de áudio até as equipes quando elas nos chamavam e gravarmos aquele diálogo quando tinha relevância para o nosso estudo.

Ao longo dos encontros que tivemos com a turma buscamos seguir os processos que acontecem em uma aula investigativa, sendo que cada um deles foi de suma importância para o desenvolvimento de cada etapa.

A seguir, nas próximas seções comentamos como foi cada um desses momentos, focaremos na formação de conjecturas pelas equipes e nos testes e reformulação dessas conjecturas para partirmos para a discussão da investigação, que constitui a última etapa da nossa pesquisa. Para esse feito utilizaremos os registros escritos dos alunos, as gravações de áudio mais relevantes e as anotações que foram feitas no diário de bordo. Inicialmente comentaremos sobre algumas produções de significados na Etapa II e, finalmente, na Etapa III, faremos uso das transcrições de áudio e registros de imagens relevantes para o momento do acontecimento de cada uma dessas etapas.

6.3.2.1 Segundo momento: formação de conjecturas

Durante o início da nossa investigação, o primeiro momento foi dedicado à exploração das ideias das equipes sobre a venda de geladinhos e, tal início constituiu o arranque da nossa proposta, no qual analisamos o que cada equipe pensava a respeito desse tipo de empreendimento, e quais as suas estratégias para que as vendas fossem cada vez mais bem-sucedidas.

Ao fim desse instante, considerado importante para o andamento das demais etapas, foi dado o início da segunda etapa, e, sucessivamente, ao começo da terceira e última etapa.

Durante o desenvolvimento dessas etapas, as equipes apresentavam ideias, tinham dúvidas, tomavam decisões, formavam conjecturas, as validavam ou refutavam em determinadas situações, produziam significados, e tudo isso constituiu o contexto do segundo e do terceiro momento da pesquisa, conforme roteiro apresentado por uma aula investigativa.

Quanto ao segundo momento, Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 33), afirmam que:

> As conjecturas podem surgir ao aluno de diversas formas, por exemplo, por observação direta dos dados, por manipulação dos dados ou por analogia com outras conjecturas. [...]. É somente quando se dispõem a registrar as suas conjecturas que os alunos confrontam com a necessidade de explicitarem as suas ideias e estabelecerem consensos e um entendimento comum quanto as suas realizações.

Assim, esses detalhes do segundo momento estiveram bastante presentes durante o desenvolvimento dessas duas etapas. Falaremos da formação dessas conjecturas de cada atividade separadamente.

Começamos abordando a Etapa II, que durou cinco aulas e quatro encontros diferentes (2º, 3º, 4º e início do 5º encontro).

No *segundo encontro*, que durou apenas uma aula, as equipes começaram a atividade com entusiasmo e, inicialmente, nenhuma equipe nos chamou. Essa observação foi importante porque percebíamos que as equipes estavam tendo grande interação entre si e algumas ideias davam para ser ouvidas durante a interação dos membros de algumas equipes. Observamos significados sendo produzidos nessa investigação e fazíamos anotações no diário de bordo. Esses momentos de discussões iniciais são propícios à formulação de conjecturas e dão sentido a um processo de aula investigativa.

Durante esse encontro a primeira dúvida que surgiu foi em relação ao preço do ingrediente: três colheres de açúcar, estimadas em 50 g, no sabor de geladinho de leite condensado, sendo a dúvida deles voltada para o cálculo que os ajudassem a encontrar o valor exato do preço dessa quantidade de açúcar, e nesse momento entramos em ação perguntando-lhes o seguinte: Como vocês estão pensando em fazer?

Ao escutarmos as equipes, percebemos que algumas delas depois de algumas tentativas lembraram da regra de três simples, conseguindo dessa forma achar a quantidade dos 50 gramas de açúcar proporcional ao preço do quilograma de açúcar que eles tinham adotado. Nesse momento, os alunos produziram significados para o conteúdo de regra de três, pois, de acordo com o modelo teórico dos campos semânticos, os sujeitos conseguiram ter uma crença-afirmação e uma justificação sobre esse conteúdo na atividade.

Gostamos de ver a forma como algumas equipes estavam fazendo, mas algumas ainda não tinham conseguido perceber a utilização da regra de três, e diante disso estavam colocando valores aleatórios para esses ingredientes. Após nossa intervenção, de chegarmos para próximo deles e debatermos a questão, estes decidiram mudar suas estratégias, reconhecendo que, de fato, precisavam usar a proporcionalidade para resolver tal situação.

Uma outra dúvida que tomou conta da maioria das equipes diz respeito ao momento de encontrarem a quantidade de porções presentes no sabor de geladinho de leite condensado, pois os discentes também estavam usando a regra de três simples diretamente proporcional como feito anteriormente. O problema diante disso é que tais porções precisariam ser calculadas com base na regra de três inversamente proporcional, uma vez que a quantidade de ingredientes

fornecida era a mesma, mas a embalagem a ser usada era maior (180 mℓ) do que a quantidade dada anteriormente (115 mℓ).

Como pesquisadores de uma aula investigativa, percebemos isso ao observar o trabalho que cada equipe estava desenvolvendo. Após constatarmos isso, pedimos atenção das equipes e dissemos o seguinte:

> Gente, por favor, prestem atenção aqui: quando vocês calcularam os 50 g de açúcar presentes no sabor de geladinho de leite condensado, vocês usaram a regra de três simples diretamente proporcional, e para calcular quantas porções de 180 mℓ dá para fazer com esses mesmos ingredientes, dadas que são feitas 12 porções de 115 mℓ, como vocês estão fazendo? Observem um detalhe: a quantidade de ingredientes é a mesma, e onde vai render mais porções: na embalagem maior ou na embalagem menor? Pensem aí e resolvam (Pesquisador, 2017).

As equipes estavam atentas ao que estávamos falando e logo disseram que estavam seguindo a mesma estratégia que utilizaram para achar o preço dos gramas de açúcar. Nesse momento perguntamos: *E aí vocês acham que está correto?* Alguns membros de algumas equipes disseram que sim, que usavam a regra de três para achar o valor de algo desconhecido quando eram dados três valores. Nesse momento nós dissemos que os pensamentos deles estavam corretos, mas precisavam entender algo a mais sobre a questão de proporcionalidade. Diante disso, fizemos as seguintes perguntas: *Mas toda regra de três é assim? Segue esse mesmo padrão?* Foi então que alguns deles lembraram que existem dois tipos de regra de três simples: a diretamente proporcional e a inversamente proporcional, e com essa observação feita pedimos para eles analisarem com mais calma o que estavam fazendo.

Deu-se continuidade ao trabalho com o quadro de sabores e ingredientes e, em poucos instantes, a sirene tocou, sendo que nenhuma equipe conseguiu terminar de completar os preços dos ingredientes e a quantidade de porções.

Na segunda-feira, dia 21 de agosto de 2017, iniciamos o nosso *terceiro encontro*, e a turma teria três aulas, mas fomos informados pelo professor regente da turma que após o recreio haveria uma reunião de pais e mestres, ficando assim apenas uma única aula para darmos continuidade ao nosso trabalho.

Nesse dia começamos a nossa intervenção com a continuidade da atividade, estando presentes nessa aula 27 alunos. No primeiro momento, as equipes se posicionaram na sala de aula e foram entregues as atividades a cada membro do grupo. Em seguida todos começaram a discutir o que faltava terminar na atividade.

Durante a aula muitas dúvidas foram surgindo em cada equipe, principalmente, no cálculo das porções que faltavam. Essa dúvida perseguiu algumas equipes até o quarto encontro, aproximadamente. Diante dos acontecimentos do levantamento de hipóteses, algumas delas nos chamaram atenção e descrevemos algumas dessas situações.

A Equipe 05 estava com dúvida quanto ao cálculo das porções desconhecidas no quadro de sabores e ingredientes. Abaixo relatamos um fragmento desse acontecimento.

> Aqui nessas porções, utilizamos a regra de três inversa? (D34)
> O que vocês acham? (Pesquisador)
> Aqui ao invés de usar x sobre 8, fazemos o inverso, né isso? Porque uma das grandezas está aumentando e a outra está diminuindo. (D34)
> Isso. Muito bem. (Pesquisador)

É importante notarmos que essa equipe percebeu que quando uma das razões aumenta e outra diminui usa-se a regra de três inversa, e era isso que eles precisavam compreender para encontrar a resposta correta das porções que faltavam. Vale salientar que essa equipe tinha calculado inicialmente o valor das porções usando a regra de três diretamente proporcional e somente após algum tempo perceberam o seu erro. Dessa forma, houve inicialmente a formulação de uma conjectura, e depois de algum tempo a refutação da mesma, o que deu origem a uma nova conjectura, em que eles foram testá-la para verificarem se, de fato, aquela nova ideia serviria para aquela situação.

Durante o desenvolvimento da atividade, observávamos como estava acontecendo a formação das conjecturas das equipes e diante disso percebemos algo que nos chamou a atenção na Equipe 02. Percebemos que eles estavam usando um panfleto de um supermercado, o qual continha o preço de alguns ingredientes que estavam presentes na atividade, sendo isto de grande valia para o trabalho que eles estavam fazendo.

A preocupação dessa equipe em buscar colocar o valor exato dos produtos conforme o preço de mercado atual, nos ajudou a compreender a importância do trabalho escolar atrelado com os contextos do cotidiano.

A seguir, mostramos o registro fotográfico desse momento. Vale ressaltar que esse procedimento aconteceu durante o 3º e o 4º encontro.

Figura 4. Registro fotográfico da Equipe 02 usando panfletos de supermercados na Etapa II da atividade durante o 3º e o 4º encontro.
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Isso nos chamou a atenção pela motivação que a equipe estava tendo pela atividade, por buscarem informações reais para colocarem na atividade. O simples motivo de terem trazido dois panfletos sem termos mencionado tal ideia nas aulas passadas ajudou-nos a compreender melhor o quanto é importante trabalharmos com ideias matemáticas voltadas para a realidade dos alunos e, que o contexto circunstanciado ali presente era realmente motivador, que a equipe queria dar o seu melhor durante a execução das atividades, aproximando seus resultados com os resultados reais do cotidiano.

No *quarto encontro,* que aconteceu numa sexta-feira (25/08), tivemos duas aulas (uma delas foi cedida pela professora de Língua Portuguesa da turma). Quanto a formação de conjecturas elaboradas pelas equipes, estas foram em torno do cálculo das porções e dos gastos com os ingredientes de cada sabor, pois, à medida que algumas equipes iam terminando, nós pedíamos que elas calculassem os gastos gerais e em seguida, com esse valor encontrado, colocassem o preço de custo de uma unidade de cada sabor de geladinho, conforme os tamanhos dados.

Durante esse encontro, algumas equipes nos chamaram para esclarecer algumas dúvidas pendentes, mas o diálogo com a Equipe 03 foi o que mais nos chamou atenção, pois enquanto os outros estavam usando a regra de três para achar o valor das porções, eles estavam usando um outro método que era o de comparação de valores, conforme descrevemos abaixo o diálogo formulado com a equipe.

> Professor, em vez de fazer a regra de três, eu posso fazer assim? Aqui tem 6 porções de 115 mℓ e, ao todo, vai dar 690 mℓ. Então agora eu vou multiplicar 180 mℓ vezes números menores que 6. Por exemplo testei por 3 e deu 540 e testei por 4 e deu 720. Logo, dá para fazer apenas 3, porque 4 passa da quantidade de ingredientes que eu tenho. (D26)
> Ótimo! Essa também é uma possibilidade. Interessante, gostei disso! (Pesquisador).

O método usado por essa equipe é interessante porque em nenhum momento nós tínhamos pensado em encontrar o valor dessas porções usando tal conjectura. Isso nos surpreendeu, e, de fato, isso acontece sempre em uma aula investigativa, pois o professor se surpreende com os métodos encontrados pelos discentes nas suas abordagens. Percebemos que diversos significados eram atribuídos a mesma atividade, e dessa forma, mesmo sem uma reflexão crítica, que embora fosse de muita importância, esse conjunto de atividades contribuiu muito para o envolvimento dos alunos. Percebemos que crenças-afirmações e justificações diferentes das nossas, enquanto pesquisadores, eram enunciadas e isso ampliou o nosso repertório de conhecimentos, assim como ampliou o conhecimento dos sujeitos envolvidos nessa pesquisa.

Na segunda aula do quarto encontro, a Equipe 08 levantou a mão e nos disse que tinha terminado de colocar o preço em todos os ingredientes. Aproveitamos tal momento para chamar a atenção da turma e dizer qual seria o próximo passo que eles fariam, que seria calcular os gastos que teriam com aqueles sabores dados, sendo que em seguida deveriam descobrir qual seria o sabor de geladinho que menos gastaria para a produção, assim como o que mais gastaria, sendo tais resultados mostrados na discussão da investigação.

Para descobrirem qual era o geladinho mais caro e o mais barato algumas equipes achavam que calculando o preço dos gastos era o suficiente para encontrar os respectivos geladinhos, sendo que o menor valor com gastos corresponderia aos geladinhos mais baratos e o maior valor com os gastos corresponderia aos geladinhos mais caros. Foi nesse momento que intervimos e dissemos: observem o total de porções, pois elas variam de sabor para sabor. Nesse momento nos dirigimos até o quadro e citamos o exemplo do geladinho de goiaba. Na folha estava escrito que com aqueles ingredientes dava para fazer 15 porções de 115 mℓ e fazendo a regra de três os mesmos descobririam quantas porções de 180 mℓ dava para fazer.

Para tanto, nós indagamos com os mesmos: Imaginem que vocês sejam vendedores de geladinhos e alguém chegue até você e pergunte: Quanto você gastou para fazer um geladinho de goiaba de 115 mℓ? E um de 180 mℓ? O que você responderia a esse alguém?

Esse momento serviu para as equipes refletirem sobre a necessidade de calcular o valor de produção de um único geladinho de cada sabor e, para este fim, seria necessário dividir o total de gastos pela quantidade de porções dadas, mas, mesmo diante dessa intervenção, essa dúvida ainda permanecia em algumas equipes.

Diante disso, nós esperamos para vermos como cada equipe tinha entendido essa próxima etapa. Não demorou muito para a Equipe 06 nos chamar.

O diálogo que tivemos está transcrito a seguir:

> Aqui é só somar, né? (D01)
> Só. (Pesquisador)
> Depois que eu somar tudo aí tem que pegar o mais caro e o menos caro? (D38)
> Isso, eu quero que você encontre qual é o mais caro e qual é o mais barato dessa relação. (Pesquisador)
> Chocolate econômico foi o mais caro. (D01)
> Mas vejam uma discrepância que eu tenho aqui: alguns geladinhos num tem porções diferentes? (Pesquisador)
> É. (D38)
> Então eu ouvi a ideia de D22, e ele falou que para saber qual é o mais caro e o mais barato eu preciso encontrar o gasto de 1 porção. Agora eu pergunto: como cálculo uma porção? (Pesquisador)
> Divide. Assim, divide os gastos pelo número da porção. (D01)
> Pronto, a ideia é essa, aí assim você descobre qual é o que vai gastar mais e o que vai gastar menos (Pesquisador)

Percebemos com o diálogo que obtemos com a equipe a seguinte conjectura: o geladinho que apresentar maiores gastos com ingredientes é o geladinho mais caro e o que apresentar um gasto menor é o menos caro na produção, e essa talvez seria a ideia de qualquer pessoa ao resolver essa atividade. O grande detalhe dessa questão está na quantidade de porções que variam de um sabor para outro, e isso precisaria ser percebido pelas equipes. Essa conjectura esteve presente em todas as equipes, pois eles não estavam tendo a ideia de calcularem o valor de uma unidade, mas estavam visualizando apenas o todo. Foi preciso irmos em cada equipe para verificarmos como eles conseguiriam reformular tal conjectura. No diálogo apresentado com a Equipe 06, percebemos que o aluno D22 já tinha percebido que era preciso dividir os gastos gerais pelo total de porções para encontrar o custo de produção de cada unidade, porém como pesquisadores de uma atividade investigativa percebemos que nem todas as ideias são aceitas dentro de um conjunto e, as que são aceitas são aquelas em que, quase sempre, a maioria concordam. Talvez esta não tenha sido ouvida pela equipe ou então, o discente D22 ainda não tinha abordado a mesma durante as interações.

O *quinto encontro*, que foi o último voltado para a Etapa II, aconteceu em uma segunda-feira (28/08). Tivemos nesse dia três aulas conforme o horário normal da turma, mas apenas a primeira foi utilizada para a finalização dessa segunda etapa, somando ao todo cinco aulas utilizadas nessa segunda parte. Nessa primeira aula estiveram presentes 28 alunos.

Como as equipes estavam em processo de finalização, as conjecturas levantadas já estavam colocadas nos resultados. Aguardamos as equipes terminarem para iniciarmos a parte III da nossa investigação.

Vale salientar que assim que as equipes terminaram a segunda etapa observamos durante todo esse tempo um grande empenho da maioria dos discentes ali presentes. Todas as equipes apresentaram respostas coesas e deram o seu melhor, conforme mostramos na seção das discussões da investigação.

Percebemos, ao final da Etapa II, que as equipes tinham produzido diversos significados com essa atividade e, entre eles, destacamos: a comparação entre o contexto da atividade e o contexto cotidiano, em que eles tentaram se aproximar ao máximo do preço real dos ingredientes; a utilização do conteúdo de regra de três para encontrar o valor das porções desconhecidas, em que eles lembraram desse conteúdo para resolverem o problema ali presente; a percepção de que as porções mais caras e mais baratas não eram dadas pelo valor dos ingredientes, mas sim pela divisão desses gastos com as porções encontradas, uma vez que variava de geladinho para geladinho. Percebemos que o referencial teórico do modelo teórico dos campos semânticos nos ajudou a compreender as crenças - afirmações e as justificações dos discentes.

Após a finalização da Etapa II, começamos a Etapa III da atividade investigativa. As formações de conjecturas dessa etapa foram em torno da elaboração das estratégias de vendas, da elaboração das funções afins, que modelavam a produção, a venda e o lucro dos geladinhos e da construção dos gráficos das funções encontradas por eles.

Começamos relatando um pouco sobre o primeiro passo, que foi o levantamento de ideias sobre a venda de 500 geladinhos diários, no qual os grupos deveriam descrever como estavam pensando em vendê-los e como estava acontecendo a distribuição de produção entre os geladinhos de 115 mℓ e os de 180 mℓ. A partir do levantamento dessa estratégia de venda, cada grupo deveria elaborar a partir do que foi feito na Etapa II as funções afins que modelassem a produção, a venda e o lucro dos respectivos geladinhos. A seguir registramos como aconteceu alguns desses momentos, conforme a sequência que eles aconteceram durante a intervenção.

Nesse quinto encontro, no início da nova etapa, a primeira ideia que uma das equipes levantou, no caso a Equipe 08, foi a estratégia de venda com o uso de promoções, a qual nos

perguntaram se isso podia ser feito na sua proposta. Dissemos que tudo dependeria da forma como eles estavam pensando em fazer tais promoções.

O diálogo a seguir descreve esse momento:

> Professor, pode fazer promoção? (D30)
> Se pode fazer promoção? (Pesquisador)
> Sim! (D30)
> D30, é o seguinte: toda promoção você tem que também retirar os gastos dela. Digamos, eu vou vender 10 geladinhos e dá 1 geladinho para quem comprar os 10, eu tenho que retirar o valor da produção nos que eu já vendi. (Pesquisador)
> Entendo. (D37)
> Vocês podem fazer a promoção, mas inclua os gastos. (Pesquisador)
> A gente pensou assim: você comprava 3 e ganhava 1. (D37)
> A gente pensou assim também: você aumentava alguma coisa nos 10, para não sair perdendo totalmente um. (D30)
> É uma estratégia. Aumentar um pouquinho de forma a retirar o dinheiro na venda dos dez, dando um de brinde. (Pesquisador)
> A gente queria fazer assim: você vendia 3 e ganhava 1, aí não saiu o preço do lucro que a gente estava esperando. Entendeu? Tem que tirar o lucro no preço dos 3 e não dar. (D14)
> Entendi. (Pesquisador)
> E se a gente aumentar alguma coisa aqui não sai perdendo totalmente não. (D30)
> Compreendo. (Pesquisador)
> Copia aqui? (D14)
> Sim. Aí vocês já pensaram quantos geladinhos vão vender de cada um? (Pesquisador)
> Já. 300 de um e 200 de outro? (D14)
> E por que vocês pegaram 300 de um e 200 de outro? (Pesquisador)
> Porque o outro é mais barato. (D37)
> E porque o outro é mais barato, você acredita que o pessoal vai comprar mais? (Pesquisador)
> Eu acho que sim. Se for feito um produto bom eu acho que sim. (D37)
> Então tá ok. (Pesquisador)

Durante o diálogo podemos perceber o levantamento de conjecturas iniciais pela equipe, que logo foram substituídas por outra conjectura (a equipe tentou inicialmente fazer a promoção de um jeito e depois perceberam que não dava certo, sendo necessária a busca de outras ideias de promoção para montarem a estratégia de vendas da equipe). Percebemos nesse diálogo que os alunos tiveram essa ideia porque todos os dias são cercados de ideias desse tipo postas pelo capitalismo vigente em nosso cotidiano.

Além do diálogo exposto acima, a Equipe 8 apresentou, no registro escrito, a mesma ideia de fazerem promoções, conforme mostramos na Figura 5.

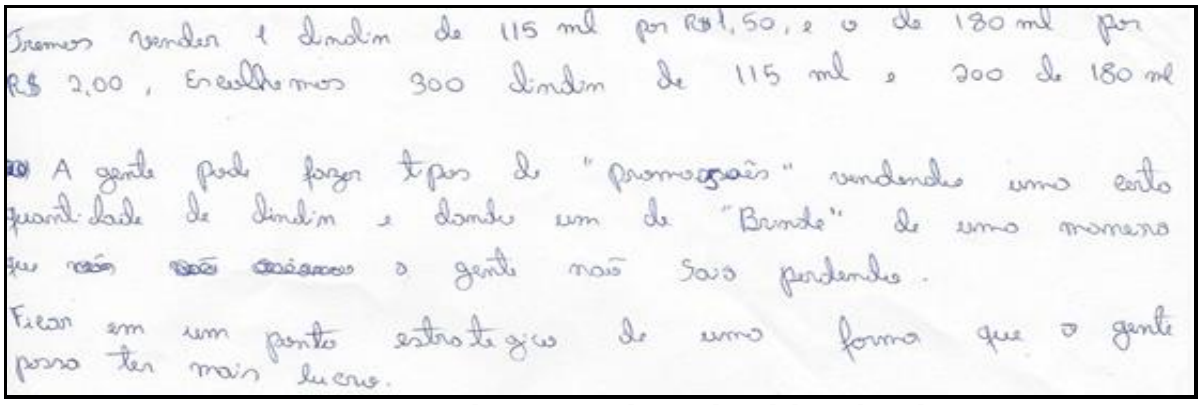


Figura 5. Registro escrito da proposta de vendas elaborada pela Equipe 08
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Percebemos que as ideias da equipe de vender geladinhos fazendo promoções se manteve do início ao final dessa investigação e, tal ideia levou a equipe também a pensar nos ganhos e perdas com essas promoções. Essa ideia de fazer promoções pode ser considerada um significado produzido para a atividade feita, pois os sujeitos estavam acreditando naquilo que estavam afirmando, sendo este um aspecto importantíssimo presente no modelo teórico dos campos semânticos, pois, ao mencionar as promoções, os sujeitos estavam tendo uma crença que tais promoções chamariam a atenção dos clientes e ampliaria, por sua vez, as vendas de geladinhos.

A Equipe 07, responsável pelo levantamento de ideias sobre o sabor de manga, inicialmente montou sua estratégia de venda, que seria vender metade de 115 mℓ e outra metade de 180 mℓ, mas apresentou dúvidas sobre a formação das funções. A seguir, transcrevemos o diálogo desse momento.

> Professor como fazer essa parte? (D29)
> Você entendeu o que eu falei agora? (Lembrando que tínhamos feito um breve comentário no início da atividade). (Pesquisador)
> Entendi mais ou menos. (D29)
> Olha, primeiro cada equipe elaborará a sua proposta de venda. Como é que vocês estão pensando em fazer? Primeiro vocês irão imaginar que são vendedores de geladinhos, pense nisso aí! Então vocês têm 500 geladinhos para vender por dia do respectivo sabor que foi sorteado para vocês. (Pesquisador)
> De manga? (Equipe em coro)
> Isso. Do sabor sorteado. Então vocês vão lá na tabela e fixa as ideias de vocês para o sabor de manga. Aí quantos geladinhos vocês vão vender de 115 mℓ? E quantos geladinhos vocês vão vender de 180 mℓ? (Pesquisador)
> De 500 né? (D29)
> Isso, de 500. Então vocês vão vender quantos de cada um? (Pesquisador)
> 250 de um e 250 de outro. (D29)
> Sim, e depois disso? (D31)

> Depois disso vocês vão colocar as ideias no papel, porque vocês decidiram colocar isso dessa maneira, dividido em partes iguais. Tá certo? Em seguida você vai achar o valor da produção, por exemplo, aqui vocês já acharam o valor da produção de um geladinho de manga. Cadê? (Pesquisador)
> Tá por aqui, deu 48 centavos. (D29)
> Então, a partir disso vocês vão modelar tal situação usando a função afim. Nesse caso qual é a função para produzir vários geladinhos de 115 mℓ? (Pesquisador)
> Aqui vai ser y = 0,48·x. (D29)
> Então, quem vai ser esse x? (Pesquisador)
> A quantidade de geladinhos de 115 mℓ. (D29)
> Agora que vocês produziram o geladinho a 48 centavos, vocês vão vender de quanto? (Pesquisador)
> A 75 centavos. (D29)
> E agora qual vai ser essa nova função? Eu saí de produção e agora estou em? (Pesquisador)
> Vendas. (D29)
> Agora já é uma nova expressão algébrica. Digamos que vocês vendam a 75 centavos, qual vai ser essa nova função para modelar a venda? (Pesquisador)
> y = 0,75.x (D29)
> x é o total de dindins, né? (D29)
> É. Depois, e o lucro? (Pesquisador)
> Sim, e o lucro, como é que faz? (D31)
> O que é o lucro? (Pesquisador)
> A venda menos a produção. (D29)
> Aí faz a mesma coisa. Depois você faz a mesma coisa para o de 180 mℓ e depois faz o gráfico das funções. (Pesquisador)
> Ah meu pai do céu! Complicou esse gráfico. (D19)
> Para isso a equipe tem que se ajudar em si. (Pesquisador)
> Agora o gráfico tá mais difícil. (D31)
> É pra copiar isso tudo aqui? (D29)
> É, pra você dizer como foi feito a estratégia. (Pesquisador)
> Certo. (D31)

Do diálogo acima, percebemos que a equipe havia compreendido o que realmente a atividade pedia, porém estavam com dúvidas quanto à colocação dessas expressões matemáticas no papel. Percebe-se que significados produzidos pela equipe foram bem perceptíveis ao longo do diálogo, principalmente do discente D29 que estava dando a maior atenção a atividade em todas as suas etapas. Observamos também que podemos conversar sobre Matemática, que uma aula investigativa ajuda ao aluno dizer aquilo que ele está pensando, e a partir disso novos significados podem surgir no repertório de conhecimento dos mesmos. A formulação de conjecturas é nítida nesse diálogo, pois a equipe já estava com uma ideia fixa, o que lhes faltava era apenas a organização delas. Percebemos nesse diálogo que os seguintes significados foram produzidos pela equipe: O entendimento das variáveis *y* e *x* das funções afins encontradas, o significado do custo de produção, do preço de venda e do lucro em determinado negócio. Vale salientar a importância da discussão sobre essas promoções em um

negócio como a venda de geladinhos, além de refletir sobre a competitividade de mercado no sistema capitalista.

A seguir mostramos o registro dos resultados apresentados por essa equipe na formação dessas funções afins.

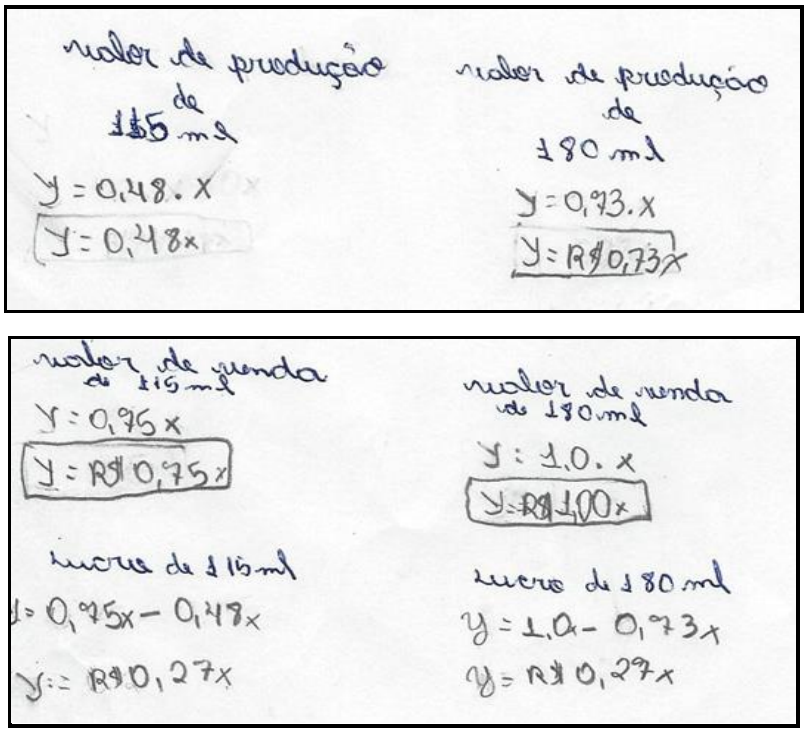


Figura 6. Registro escrito das funções encontradas pela Equipe 07
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Algumas equipes, ao construírem suas propostas de vendas, não mencionavam o porquê da escolha de vender um determinado total de geladinhos de 115 mℓ e um outro determinado total de 180 mℓ, mas a todo instante nós perguntávamos o motivo dessas escolhas em cada grupo que passávamos ao longo do acontecimento dessa etapa. Algo que nos chamou atenção foi a profunda investigação feita pela Equipe 06 em relação as suas escolhas de vendas. Abaixo transcrevemos o diálogo abordando essas ideias.

> Pronto D01. Você quer saber das ideias que devem ser colocadas? (Pesquisador)
> Isso. (D01)
> Qual é a primeira ideia? É você dizer quantos geladinhos vão vender de cada. (Pesquisador)
> Eu sei. (D01)
> E vocês colocaram o quê? (Pesquisador)
> Trezentos de 115 mℓ e duzentos de 180mℓ. (D01 e D38)
> Porque vocês pensaram nessa estratégia? (Pesquisador)

Porque o de 115 dá mais lucro. (D38)
Eu acho que dá mais lucro. (D01)
A primeira equipe a me dizer isso até agora. (Pesquisador)
Meu Deus do céu! (D01)
Por que vocês pensam que dá mais lucro? (Pesquisador)
Porque nós fizemos as contas (D01 e D38 começam a falar de uma vez e D01 pede calma.) (D01 e D38)
Porque se nós vender...coloca aí (pedindo a D38 para fazer os cálculos na calculadora do celular). Porque se nós vender 300 dindim por R$ 1,50, faz aí (pedindo a D38) 300 x 1,50. (D01)
Dá 450. (D38)
Menos 277. (D01)
173. (D38)
Aí esses 277 é de quê? (Pesquisador)
É dos gastos. (D01)
173 é o lucro e 277 é os gastos. (D01)
Certo. (Pesquisador)
Aqui, oh! Vamos fazer a mesma coisa. (D01 e D38)
300 vezes. (D01)
200, não? (D38)
Vamos fazer com 300. Vai ser 300 vezes 2. (D01)
2? (D38)
É igual a: (D01)
Dá 600. (D38)
Menos os gastos. Vamos ver os gastos. (D01)
Qual foi o que a gente tinha anotado aqui? (D38)
300 vezes quanto? (D01)
375 D01, os gastos. (D38)
No caso foi 300 vezes 1,66, num é? (Pesquisador)
É. Dá mais lucro vender os de 115. (D38)
Dá 498. (D01)
E agora menos 600. (Pesquisador)
102. (D38)
Dá mais lucro vender 300 dindim desse aqui (de 115 mℓ) do que vender 300 de 180 mℓ. (D38)
Pronto, isso já é uma estratégia da investigação. É vocês descobrirem que um realmente dá mais lucro do que outro. (Pesquisador)
Vamos colocar nossa... (não entendemos o restante da fala, mas acreditamos que falava de promoção) ... só não pode ser de kisuco (referindo-se que o geladinho seria feito da fruta e não de suco industrializado). (D01)
Pronto, vocês podem colocar promoção. (Pesquisador)
A cada.... se você comprar 10 dindim de uma vez só... (D01)
De 115 mℓ ganha um de 180. (D38)
É. Não... dois, o que é isso só um? (D01)
Só um, meu filho! (D38)
Mas tenha cuidado que a promoção pode também prejudicar e não ajudar. (Pesquisador)
Pois é. (D38)
Vocês podem fazer a promoção, mas incluam os gastos. (Pesquisador)
Precisa fazer alguma conta? (D01)
Precisa colocar a expressão algébrica, e depois vocês vão contar em um mês, se vocês venderem 500 geladinhos todo dia, de acordo com a estratégia que vocês estão usando, vão arrecadar quanto? (Pesquisador)
Vamos enricar. (D38)
Vamos ficar rico, mais rico que todo mundo. (D01)

Durante esse diálogo com a Equipe 01, percebemos uma grande interação entre os membros do grupo e a empolgação que os mesmos estavam tendo diante dos resultados que estavam obtendo. Percebe-se que com a ajuda de alguns cálculos os mesmos chegaram à conclusão que, de acordo com as suas estratégias de vendas, seria mais viável vender geladinhos de 115 mℓ do que de 180 mℓ, e, assim, além da função afim, os discentes estavam colocando outros conteúdos de Matemática em evidência, mesmo que de forma implícita, como a proporcionalidade. A partir disso podemos perceber o levantamento da seguinte conjectura encontrada pela Equipe 06: De acordo com os gastos com os ingredientes para o geladinho de coco, era mais viável vender porções de 115 mℓ do que de 180 mℓ, pois o gasto com a produção seria menor para a embalagem menor.

Algumas equipes tiveram algumas dúvidas na formação da função do lucro, sendo algumas dessas dúvidas descritas nos diálogos abaixo. Entre essas conversas, mostramos o diálogo que tivemos com a Equipe 03.

> Como faço o lucro professor? (D26)
> No caso aqui você tem venda que é 75 centavos e 25 centavos que é a produção. Quem é o lucro? (Pesquisador)
> Vai ser 50 centavos por unidade. (D26)
> Certo. Aí qual é a função que vai modelar isso? (Pesquisador)
> Como assim que o senhor quer? (D26)
> Você num colocou aqui a função da produção que é y = 0,25x, num colocou da venda? E do lucro, qual vai ser? (Pesquisador)
> Foi aqui que eu coloquei: 0,75 – 0,25. (D26)
> Certo. Mas pra você fazer uma da geral? (Pesquisador)
> Do total de 250, como eu falei pro senhor? (D26)
> Não. Geral aqui, uma função que vai modelar o lucro. Você num colocou que é 50 centavos que você vai ganhar de lucro por unidade. Então qual é a função? (Pesquisador)
> É y =? (fica pensando...). (D26)
> E y vai ser igual a quem? (Pesquisador)
> A 50 centavos? (D26)
> Vezes quem? (Pesquisador)
> A x. (D26)
> É só isso. Porque aí você vai dizer: se eu vender 10 dindins eu vou ter quanto de lucro? Vai ser 50 centavos vezes 10. (Pesquisador)
> 5 real. (D18)
> 5 reais se eu vender 10 dindins. E se eu fizer 10 dindins eu vou gastar quanto na produção? Vai ser 25 centavos vezes 10, que vai dar R$ 2,50, e a venda? Vai ser 75 centavos vezes 10, que vai dar R$ 7,50. Aí você retira R$ 7,50 menos a produção, que é R$ 2,50, que vai dar R$ 5,00 que é o lucro, como você estava fazendo acima. (Pesquisador)
> Aí no caso num vai precisar colocar isso aqui não, só a função, né? (D26)
> É. (Pesquisador)
> Porque a gente pensou foi logo no total. (D26)

> Mas pode colocar agora, a função, aqui na frente ou aqui embaixo dos valores de produção e venda. (Pesquisador)
> Pronto, aí no caso vai ficar: y = x. 0,50? Vai ficar só assim né? (D26)
> Isso, ou y = 0,50 x, como usamos geralmente. Certo? Alguma dúvida? (Pesquisador)
> Agora não. (D26)

Foi perceptível, ao longo desse diálogo que a equipe, de acordo com o MTCS, já tinha produzido significados para a produção e para a venda, mas estava em dúvida na função afim que modelava o lucro. Foi preciso dialogarmos com a equipe para que esta conseguisse sanar as suas dúvidas e, dessa forma, dar continuidade à investigação. Podemos afirmar que esse seria um momento propício para reflexões sobre as políticas neoliberais em nosso meio.

Depois que as equipes montaram suas estratégias e conseguiram modelar as funções que representavam o preço de custo, de venda e o lucro, foi o momento de se dedicarem ao esboço dos gráficos dessas funções. Algumas equipes mostraram dificuldades para realizar o esboço de tais gráficos. Alguns discentes tiveram dúvidas quanto à posição da reta, qual era a função com maior e menor declividade e os intervalos do gráfico. Para mostrar como foi esse momento, apresentamos abaixo o diálogo que tivemos com a Equipe 03.

> Professor! (D26)
> Olá. (Pesquisador)
> Esse gráfico aqui como é que vai ser? Se aqui vai ser de acordo com aqui (perguntava a respeito do crescimento das funções). (D26)
> Pode ser, mas dê importância à escala. (Pesquisador)
> Eu vou fazer aqui para o senhor ver se estou certo. (D26)
> Use a régua, certo? (Pesquisador)
> Eu sei. Agora estou com dúvida em uma coisa: pra qual lado vai ficar o lucro, a venda e a produção? (D26)
> Em tudo o que você está fazendo aí, você vai ter que descobrir que tipo de função é essa: elas são crescentes ou decrescentes? O que você acha? (Pesquisador)
> Acho que vai ser crescente, porque de acordo com a produção há lucro. (D26)
> Exatamente, tudo vai ser crescente. Agora eu pergunto: você vai usar a parte negativa do plano cartesiano: o -1, o -2, o -3,? (Pesquisador)
> Não. (D26)
> Isso. Porque não existe -1 dindim, -2 dindim. As suas vendas vão acontecer nos intervalos de 1 acima. Então se eu vender um dindim, a R$ 0,75 conforme sua proposta de 115 mℓ, você vai fazer o quê no gráfico? (Pesquisador)
> Vai ser R$ 0,75. (D26)
> No caso você vai ligar o número 1 até o R$ 0,75, formando uma coordenada do gráfico. Aí do mesmo jeito você faz para o 2, para o 3, e, assim, sucessivamente. (Pesquisador)
> No caso aqui, para o 2 eu ligo ao valor de R$ 1,50, e depois usando esses dois pontos eu posso construir o gráfico? (D26)

> Isso, e a mesma coisa você vai fazer para os gráficos da produção e do lucro. Aí você, ao construir os três gráficos, identifique cada um deles, o da venda, da produção e do lucro. (Pesquisador)
> Quer dizer que no caso vão ser 3 retas, e não importa para onde elas fiquem? (D26)
> Isso, sendo que nenhuma corta o lado negativo. Certo! (Pesquisador)
> Ok. (D26)

A seguir, mostramos os gráficos elaborados pela Equipe 03, onde podemos perceber que a mesma entendeu o que estava sendo pedido. É importante salientar que os alunos ligaram os pontos de cada intervalo do gráfico considerando-a como uma função contínua de f: $\Re \rightarrow \Re$, quando na verdade todas essas funções tinham o domínio pertencente aos números naturais e o conjunto imagem aos racionais, ou seja, f: N $\rightarrow$ Q. Acreditamos que esse fato aconteceu porque o professor regente da turma ao explorar tal conteúdo focou apenas o primeiro caso. O mesmo até falou em uma de suas aulas que bastava apenas encontrar dois pontos do gráfico e ligá-los, formando a reta, que podia ser crescente ou decrescente.

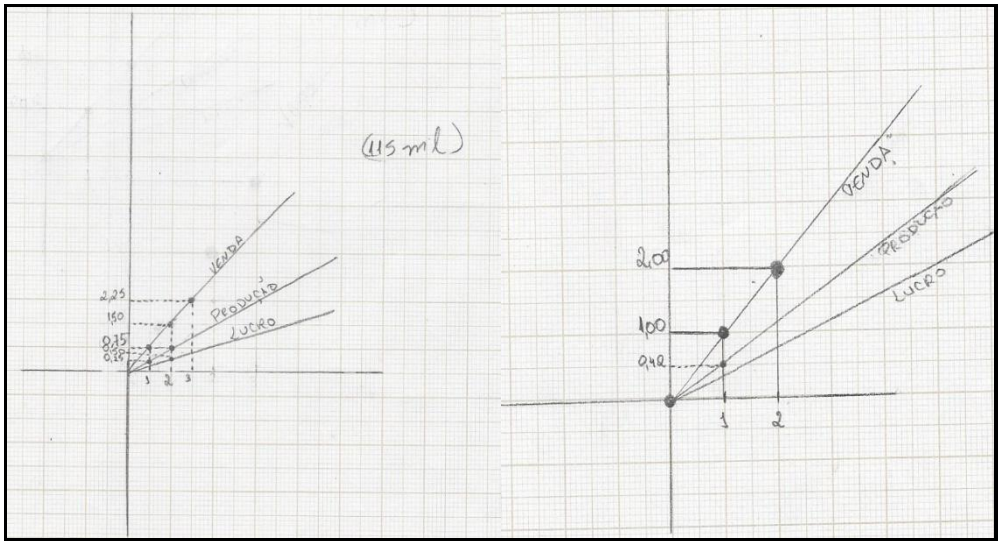


Figura 7. Gráficos das funções do geladinho de 115 e 180 mℓ da Equipe 03
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Ao longo das duas últimas aulas desse encontro, o tempo inteiro foi destinado a entendermos como os alunos estavam formulando suas conjecturas, como estavam criando suas estratégias, como estavam elaborando as funções de custo, venda e lucro e os seus respectivos gráficos. Diante desse feito, encerramos o nosso quinto encontro. Enquanto pesquisadores percebemos uma vasta exploração da atividade sendo realizada pelas equipes, em que percebemos que em algumas equipes uns buscavam responder e tirar as dúvidas mais do que outros, mas todos estavam bem atentos ao que estavam fazendo, sendo perceptível produções

de significados naquele cenário. A cada etapa percebíamos o empenho dos grupos e, ao final da aula uns comentavam com os outros os seus resultados, sendo que uns afirmaram nunca terem investigado tanto uma única questão. Desse modo, os significados produzidos por uma equipe eram espalhados entre os demais grupos, sendo possível perceber em cada um deles o quanto estavam se esforçando para obter um bom resultado final.

No final, antes da sirene tocar, pedimos a cada grupo que em casa elaborassem um cartaz, feito à mão ou utilizando alguns programas de computador (como o *photoshop* e o *corel draw*), com estratégias de vendas sobre os geladinhos, onde eles iriam colocar o nome da empresa, o que vendiam, a localização e detalhes que chamassem bastante atenção.

No *sexto encontro*, que aconteceu em uma sexta-feira (01/09), tivemos duas aulas, pois a professora de Português mais uma vez nos cedeu a sua aula, que acontece após a aula de Matemática. Nesse dia compareceram 31 alunos, e com essas duas aulas completávamos doze aulas de aplicação da referida atividade. Nessa sexta-feira demos continuidade à 3ª etapa da proposta de intervenção. No início da atividade, uma das equipes, a Equipe 07, já tinha elaborado o cartaz conforme a Figura 8.

Figura 8. Fotografia do cartaz elaborado pela Equipe 07
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Percebemos, no cartaz, que as informações mais importantes, como nome da empresa, localização, contatos e os tipos de geladinhos que iam vender estavam presentes.

Nesse dia, as discussões continuaram centradas na elaboração das funções e na construção dos gráficos das mesmas. Na última aula, para finalizarmos, tais discussões deram espaço para o cálculo sobre o lucro mensal de cada equipe.

Após a formulação das funções, as dúvidas começaram a surgir na elaboração dos gráficos das mesmas, sendo as principais delas a escala a ser utilizada, a função que possuía a maior e a menor declividade e os intervalos a ser utilizados. Uma dessas dúvidas está descrita no seguinte diálogo que a Equipe 02 teve conosco.

> Professor vem aqui. Esse gráfico está correto? (D28)
> Pelas aulas que você teve, D28, você percebeu que todo gráfico de uma função afim é o quê? (Pesquisador)
> É uma reta. (D28)
> Muito bem, e essa reta, pelo que vocês estão fazendo aí, ela vai ser crescente ou decrescente? (Pesquisador)
> Crescente? (D21)
> É crescente porque os valores estão subindo, num é? (D28)
> Isso. Esses valores estão aumentando. Então nesse caso vocês vão fazer o gráfico da função crescente. Outro detalhe são os intervalos, tenham cuidado nisso. Aí você vai fazer os gráficos separadamente ou as três juntas, como nós recomendamos? (Pesquisador)
> As três juntas. Aí no caso o gráfico vai ser uma reta crescente, e todas começando a partir do zero? (D28)
> Isso. (Pesquisador)
> O gráfico vai ser feito de acordo com a quantidade, né isso? (D21)
> Isso. Por exemplo, um geladinho gastou quanto na produção? Aí você vai colocar no gráfico. E com dois? Aí você vai fazendo, e assim sucessivamente até formar uma reta. A mesma coisa faz para a venda e para o lucro. (Pesquisador)
> Ok. Entendemos. (D28)

Percebemos que os membros dessa equipe produziram, durante as aulas de função afim, significados necessários sobre as características dessa função, pois sabiam que toda função afim possui como gráfico uma reta, e que esta pode ser de forma crescente ou decrescente.

O diálogo que tivemos com as outras equipes durante essas aulas também foram voltados à formação das funções e à construção dos gráficos das mesmas.

A única equipe a nos perguntar sobre como calcular o lucro mensal foi a Equipe 05, conforme o diálogo que transcrevemos a seguir:

> Como a gente faz para achar o lucro mensal? (D34)
> Em primeiro lugar para achar o lucro mensal vamos considerar um mês de trinta dias, certo? Cada dia você vai vender quantos geladinhos? (Pesquisador)
> 500. (D34)
> 500, como dado na proposta. Aí vocês colocaram que uns são de 115 mℓ e outros são de 180 mℓ, como vocês fariam para achar esse lucro? Como vocês pensariam? (Pesquisador)
> Sim, como? (D34)

Sim, como? Pensem comigo: vocês têm a função do lucro, e o que vocês farão com ela? (Pesquisador)
Multiplicar. (D34)
Multiplicar com quem? (Pesquisador)
Pelo valor dos geladinhos. (D34)
Então, quantos geladinhos de 115 mℓ vocês decidiram vender? (Pesquisador)
400. (D15)
Então vocês vão usar a função de 115 mℓ do lucro vezes 400 geladinhos. Aí você acha o lucro de 115 mℓ. Depois faz a mesma coisa com o de 180 mℓ. E depois? (Pesquisador)
Depois soma tudo. (D34)
Mas isso é de um dia, mas eu quero de um mês, aí vocês vão multiplicar por quem? (Pesquisador)
Por 30. (D34)
Então vai ficar assim: 115 mℓ vezes 400 vezes 30? (D15)
É, mas aí está apenas o de 115 mℓ, e o de 180 mℓ? (Pesquisador)
Faz a mesma coisa? (D15)
Isso. E depois? (Pesquisador)
Soma os dois e dá o resultado. (D15)
Isso mesmo. (Pesquisador)

A seguir mostramos o registro escrito da equipe sobre o diálogo acima.

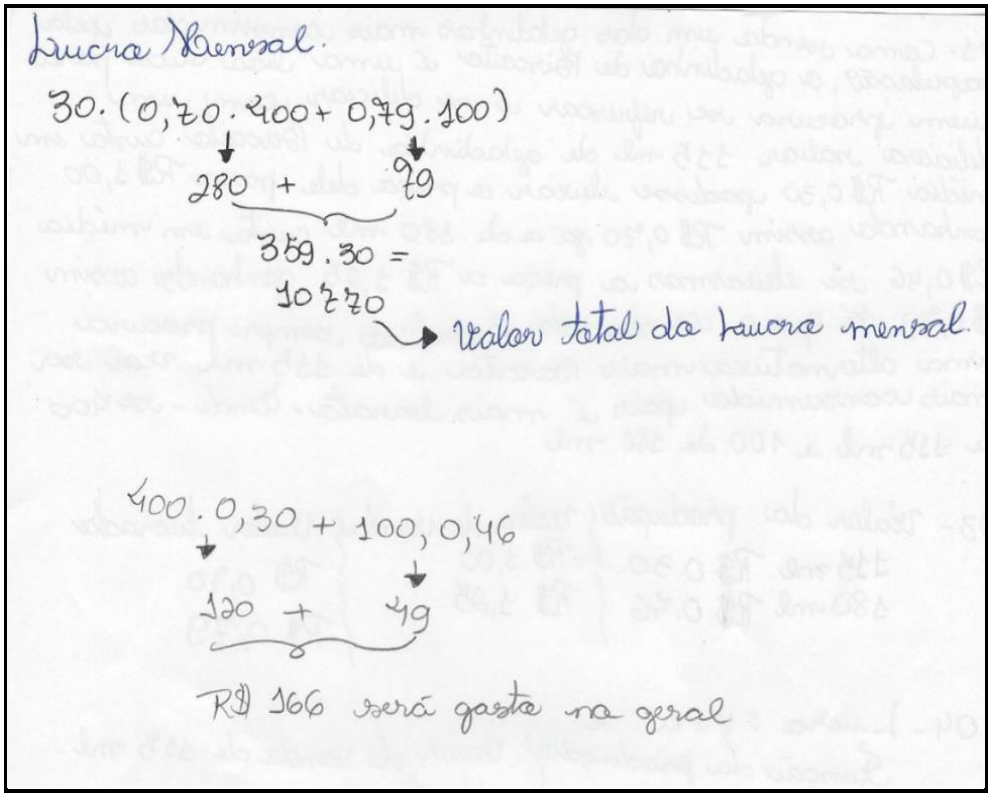


Figura 9. Registro escrito do lucro mensal e gastos gerais para a produção de 500 geladinhos da Equipe 05
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Assim, encerramos o nosso sexto encontro, no qual ficamos muito satisfeitos com o contexto circunstanciado ali presente, que permanecia sendo de motivação, sendo que a maioria dos discentes estavam bem motivados com a tarefa e dando a ela significados relacionados com a função afim estudada anteriormente.

Podemos perceber que a inserção de uma atividade correspondente a um contexto do cotidiano nas aulas de Matemática possibilitou uma profunda investigação, colocando em destaque todo o conteúdo de função afim visto nas aulas do professor regente da turma. Percebemos, ao longo desse tempo, empolgação, interação, investigação e aprendizagem, sendo esta atividade rica em significados que foram produzidos pelos alunos durante as três etapas. Como mencionado, poderíamos ter ido além, pois uma profunda discussão sobre o capitalismo, o empreendedorismo e o neoliberalismo podiam ter sido feitas e tornado aquele contexto cada vez mais próximo da realidade, uma vez que muitas mazelas da realidade precisam ser mencionadas pelos professores na escola para que os alunos possam conhecer melhor a sociedade na qual eles estão inseridos.

Um detalhe importante desse dia, foi a mudança de horário da turma que mexeu com o horário das aulas de Matemática, pois a partir desse ocorrido, as aulas de Matemática passariam a ser na segunda-feira (a 1ª e a 2ª aulas), na quarta-feira (1ª aula) e na sexta-feira (1ª aula).

O *sétimo encontro* aconteceu em uma segunda-feira (04/09). Tivemos nesse dia, de acordo com o novo horário estabelecido pela escola, duas aulas. Após essas aulas seriam aulas de Química, Biologia e Geografia, respectivamente, mas acontece que a turma só teve mais uma aula de Química, pois os demais professores das disciplinas seguintes não vieram. Aproveitamos as duas aulas vagas (quarta e quinta aulas) para terminar a 3ª etapa e passar um questionário de trinta questões sobre as etapas trabalhadas até aquele momento para cada aluno resolver individualmente, uma vez que tais respostas serviriam de auxílio para sabermos se as equipes trabalharam juntas em todos os propósitos e também para ajudar na avaliação do trabalho, bem como para atribuir uma nota quantitativa que corresponderia à 1ª nota do 3º bimestre da turma na disciplina de Matemática. Os resultados desse questionário estão apresentados no final desse capítulo. Vale ressaltar que, nesse dia, compareceram 33 alunos nas duas primeiras aulas.

Continuamos, durante a primeira aula, a intervenção da proposta correspondente à terceira etapa da atividade, sendo que algumas equipes já estavam na fase final e a maioria faltava apenas o cálculo do lucro mensal para terminarem.

As gravações de áudio aconteceram na medida que as equipes nos chamavam para esclarecer algumas dúvidas. Como as mesmas estavam finalizando, poucas equipes nos

chamaram nessa aula. Descrevemos abaixo o diálogo feito com a Equipe 03, que se surpreendeu com o valor do lucro encontrado, com a estratégia que eles adotaram.

> O lucro mensal vai ser feito pela quantidade vendida por dia? (D26)
> A proposta inicial fala o quê? (Pesquisador)
> 500 geladinhos por dia. (D26)
> Aí você vai calcular de acordo com a sua proposta. (Pesquisador)
> Ah então o meu tá certo. É porque o valor deu alto, e por isso pensei que estivesse errado. (D26)
> Realmente, dependendo de sua proposta, o valor do lucro vai dar alto. (Pesquisador)
> Porque o meu valor da produção de 250 *geladin* vai ficar R$ 1250,00 fora o de 180 mℓ. (D26)
> Isso mesmo. (Pesquisador)
> O valor dá alto. (D26)

Vale ressaltar que o lucro mensal encontrado por essa equipe foi de R$ 8 100,00, o que deixou os membros da equipe surpresos com o alto valor encontrado para um tipo de empreendimento, como o proposto por nossa atividade. Nesse diálogo, poderíamos ter falado das dificuldades de um vendedor de geladinhos conseguir um lucro desses mensalmente, uma vez que nem sempre as vendas são certas.

À medida que as equipes iam terminando nós pedíamos que se desmembrassem e que cada membro respondesse trinta questões discursivas sobre o que tínhamos feito durante aquelas dezesseis aulas (Apêndice I). O objetivo de desmembrarmos as equipes foi justamente o de analisarmos como cada membro resolveria a atividade, e se as respostas deles convergiam.

À medida que eles terminavam de responder às questões discursivas eles saíam, permanecendo em sala apenas os demais que ainda estavam fazendo a atividade. Um dos discentes, ao terminar a sua atividade, foi até a nossa mesa e disse que, no início de tudo, quando iniciamos a atividade, estava muito chato, mas depois ele acabou gostando demais das três etapas que havíamos discutido ao longo desse tempo. Abaixo descrevemos esse momento.

> Professor! Essa atividade é muito interessante porque é uma forma de trabalhar a Matemática com a prática. É algo que não fica apenas naquela parte teórica. Ela deveria ser passada em diversas escolas. Isso aqui é muito interessante. (D34)
> Interessante, que no início você criticou a atividade, dizendo que ela era muito chata. (Pesquisador)
> Mas é uma boa ideia de mostrar que a Matemática não é aquela coisa que fica apenas na aula teórica, aquela coisa que fica só no quadro e passa uma atividade, a pessoa vai e faz, não! É uma forma de mostrar também que tem como o aluno, ele buscar desenvolver, ele mesmo com a sua própria cabeça,

> com sua própria mente. Uma forma de procurar uma função e uma proposta para uma venda, né? (D34)
> E olha só que isso aqui está por trás de qualquer venda. Qualquer coisa que você pensar, muitas vezes a Matemática está por trás e o aluno desconhece. Aí muitas vezes você olha para as coisas da Matemática e diz isso aqui é besteira. Realmente, se você ficar preso apenas naquilo que o livro oferece e que o professor passa, muitas vezes torna-se uma besteira, mas levando para a realidade você percebe que as coisas mudam. (Pesquisador)
> Mas é sério essa atividade é show. Muitos alunos, como eu, no início vão achar que é chata e coisa e tal, mas depois que começar a se interessar mesmo, tudo muda, porque assim, tem muitos alunos que são interessados, mesmo que aquela atividade seja chata ou não, e tem muitos que não quer nada. É muito interessante, até os que não quer nada, fez! (D34)

O depoimento desse aluno nos levou a perceber a dimensão que abrange uma atividade investigativa, a qual pode levar os discentes a colocarem em prática aquilo que eles, em muitas ocasiões, não dão importância. Essas aulas podem contribuir para o desenvolvimento do conhecimento do aluno, ao atribuírem significados produzidos em situações reais, e perceberem que existem diversas conexões entre a Matemática escolar e o mundo real.

Vale salientar que, durante a 15ª aula, apenas o questionário estava sendo aplicado, pois todas as equipes já haviam terminado as três etapas, e na 16ª aula ficaram apenas cinco discentes: D21 e D23, da Equipe 02, D02, D04 e D25 da Equipe 01 para terminarem o questionário.

Assim, encerramos o nosso sétimo encontro e, diante disso foi possível ao longo dos encontros percebermos cada vez mais uma proximidade entre o contexto da atividade e o contexto do cotidiano. O contexto ali presente era de motivação, sendo que a maioria dos discentes estavam dedicados com a tarefa e dando a ela significados relacionados com a função afim estudada anteriormente.

Percebe-se tanto nos diálogos como nos registros escritos que os alunos estavam se esforçando bastante para obterem resultados satisfatórios em cada etapa da investigação, e, portanto, produzindo significados entre o conteúdo de função afim e a venda de geladinhos.

Ficou combinado que na quarta-feira, dia 06 de setembro, nós não poderíamos estar presentes porque, com essa mudança de horário, tínhamos outros compromissos em outra escola e em outra cidade nesse mesmo dia e horário.

No dia 08 de setembro, uma sexta-feira, também não daria para continuar porque era feriado na cidade, dia da padroeira. Logo, daríamos continuidade na segunda-feira com as discussões de cada equipe e com dois questionários finais, finalizando a nossa proposta de intervenção.

6.3.2.2 Terceiro momento: testes e reformulação

Ao longo de uma aula investigativa é comum os discentes pensarem em uma determinada conjectura e depois perceberem que aquela ideia não está correta depois de alguns testes, sendo necessário reformulá-la. Isso aconteceu em alguns episódios da investigação, ao longo dos sete encontros dedicados ao desenvolvimento dessas atividades.

Ao mencionarem sobre a formulação e testes de conjecturas, Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 33) afirmam que:

> O teste de conjecturas é um aspecto de trabalho investigativo que os alunos, em geral, interiorizam com facilidade e que se funde, por vezes, com o próprio processo indutivo. Isto é, a manipulação dos dados começa a apontar no sentido de certa conjectura para logo em seguida essa ser refutada por um caso em que não se verifica. No entanto, existe alguma tendência dos alunos para aceitarem as conjecturas depois de as terem verificado apenas num número reduzido de casos. Essa forma de encerrar o teste de conjecturas pode ser combatida pelo professor, quer no apoio que concede aos grupos, quer na fase de discussão em que os alunos podem ser estimulados a procurar contraexemplos.

Esses aspectos do processo investigativo foram observados em alguns episódios dos encontros. A seguir comentamos dois deles.

Durante a Etapa II, especificamente, no quarto encontro, a Equipe 07 nos chamou para dizer que não estava conseguindo encontrar o valor de uma única unidade, ou seja, a conjectura que eles tinham atribuído até então ao geladinho mais caro e ao mais barato era de acordo com o valor dos ingredientes encontrados (o mais caro era o que tinha os ingredientes com o maior valor e, o mais barato o que tinha os ingredientes com o menor preço). Eles não estavam conseguindo desenvolver um raciocínio para achar o valor de uma unidade, já que os sabores possuíam quantidades de porções diferentes.

Durante esse episódio, nós, enquanto pesquisadores, fomos até a equipe e formulamos tal exemplo: “Você vai numa lanchonete e compra 10 pastéis e tem um gasto de R$ 20,00. Qual é o preço de cada pastel? ”. Esse exemplo contribuiu para que os alunos usassem tal situação para reformularem as suas conjecturas, e percebessem que bastava realizar a divisão dos gastos gerais pelo total de porções para encontrarem o valor de uma unidade, o exemplo permitia isso. A seguir transcrevemos o diálogo que tivemos com essa equipe para o refinamento de suas conjecturas.

> Professor venha aqui por favor! (D29)
> Oi, qual é a dúvida? (Pesquisador)
> Não estamos compreendendo como achar o valor de uma única unidade. (D29)
> Vamos aqui voltar ao caso do geladinho de goiaba. Qual o gasto que vocês obtiveram aí? (Pesquisador)
> R$ 8,60. (D29)
> Então, com esse gasto dá para você fazer quinze geladinhos de 115 mℓ e dez geladinhos de 180 mℓ. E um geladinho de 115 mℓ você vai gastar quanto para fazer essa unidade? E uma unidade de 180 mℓ você vai gastar quanto? Como vocês pensariam para resolver isso? (Pesquisador) (A equipe ficou calada e nada respondeu)
> A maioria das outras equipes responderam! Deixa eu citar aqui um outro exemplo: Você vai numa lanchonete e compra 10 pastéis e tem um gasto de R$ 20,00. Qual é o preço de cada pastel? (Pesquisador)
> Eu vou gastar R$ 2,00. (D06)
> Então pensem nesse raciocínio para resolver isso. (Pesquisador)
> O quê? Que eu não entendi? (D19)
> Repitam aí para ele, por favor! (Pesquisador)
> Tipo assim: comprei 10 pastéis e paguei R$ 20,00 qual é o valor do pastel? (D31)
> Ah, no caso seria R$ 2,00 um. (D19)
> Ah, você adiciona isso aqui tudim e divide. (D29)
> Aqui dividi por 10. (Citando o caso dos pastéis). (D31)
> Então aqui divide 8,60 por 15? (D29)
> Isso. Aí você acha, assim, o preço de uma unidade. (Pesquisador)
> Meu Deus do céu! (D29)
> Entendeu? (Pesquisador)
> Sim. Faz isso apenas para o de goiaba? (D29)
> Não. (Pesquisador)
> De todos? (D29)
> Isso. Se ajudem aí que já já terminam. (Pesquisador)

A maioria das equipes apresentaram essa dúvida da divisão dos gastos gerais pelo total de porções para acharem o valor de produção, venda e lucro de uma unidade, mas todos conseguiram perceber ao longo da atividade que era necessário fazer isso para os geladinhos de 115 mℓ e de 180 mℓ, dos nove sabores dados no quadro durante a Etapa II.

Durante o diálogo, podemos perceber que o exemplo dos pastéis foi um pontapé para os alunos entenderem o que precisaria ser feito para encontrarem o valor de custo de cada porção e a importância do papel do professor foi de suma importância para a obtenção dessa conjectura, pois, para Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), o professor precisa observar todo esse processo de formulação e de testes que acontecem entre as equipes para garantir que os alunos estão evoluindo diante da atividade. Desse modo, sempre que os discentes apresentarem dúvidas, cabe ao professor chegar até eles e propor questões que o façam refletir sobre as conjecturas que eles estão propondo.

Um outro momento que houve a necessidade de chegarmos junto da equipe foi durante o sexto encontro na parte III da atividade, na qual a Equipe 08 apresentava dúvidas na elaboração das funções que modelavam a produção, a venda e o lucro do geladinho de goiaba. O diálogo a seguir descreve, em detalhes, esse momento.

> Professor, como fazer essa função? (D14)
> Como vocês entenderam em fazer essa função? O que vocês entenderam até agora? (Pesquisador)
> Mas essa daqui é como as outras vistas no assunto? (D37)
> É a mesma coisa. Qual foi o sabor sorteado para vocês? (Pesquisador)
> Goiaba (D14)
> E qual é a produção de um geladinho de goiaba de 115 mℓ, ou seja, uma unidade? (Pesquisador)
> 50 centavos. (D14)
> E para produzir vocês gastaram quanto? (Pesquisador)
> Quanto foi D14? (D37)
> R$ 152,00. (D14)
> R$ 152,00? (Pesquisador)
> Num foi 300 geladinhos? (D14)
> E só um geladinho foi quanto? (Pesquisador)
> Só um, foi R$ 7,60. (D14)
> Só um, foi tudo isso? (Pesquisador)
> Ah não, vai ser 7,60 dividido por 15. Traga aí a calculadora. (D14)
> Aí esse valor que vocês vão achar vai ser vezes quem? (Pesquisador)
> Vezes a quantidade. (D37)
> Mas toda função num tem que ter variáveis. Vocês estudaram aqui que é y em função de x? (Pesquisador)
> Sim. Certo. (D37)
> Oh, sai a 50 centavos. (D14)
> Aí multiplica, né, para fazer o gráfico também, né? (D37)
> É, mas no final é que você vai fazer esse cálculo. Por enquanto achem as funções. (Pesquisador)
> Entendi. (D37)
> Tá certo? (Pesquisador)
> Oh Ivan, deu 50 centavos. (D14)
> Então vai ser qual função? (Pesquisador)
> Linear. (D14)
> Isso, e aqui y = 0,50 vezes quem? (Pesquisador)
> Vezes x. (D14)
> Certo. Aí vocês vão vender de quanto? (Pesquisador)
> De R$ 1,50. (D14)
> Certo. Então qual vai ser a função da venda? y é igual a quem? (Pesquisador)
> A 50 centavos vezes a quantidade. (D14)
> Será? (Pesquisador)
> Ah, vai ser R$ 1,50·x (D14)
> Isso, y = 1,50.x. E o lucro? (Pesquisador)
> O lucro é R$ 1,00. (D37)
> Certo, o lucro é R$ 1,00. E qual é a função? y é igual a 1 real vezes quem? (Pesquisador)
> Vezes x. (D14)

> Então você já tem as três funções do geladinho de 115 mℓ, aí faz agora o gráfico delas. (Pesquisador)
> Aí depois faz o de 180 mℓ? (D14)
> Isso, depois o de 180 mℓ. (Pesquisador)
> Ah entendi. (D14)

A transcrição desse áudio nos faz perceber que a equipe estava bastante empenhada e compreendendo o que, de fato, a atividade pedia. A dúvida deles estava voltada apenas para a formação dessas funções, a qual foi compreendida, conforme demonstra o fim do diálogo. O nosso papel, enquanto professor pesquisador, foi exatamente chegar junto à equipe e ajudá-la a perceber onde estavam errando, pois, ao mencionarem que um único geladinho tinha sido R$ 7,60, a equipe não tinha feito a divisão dos gastos gerais pela quantidade de porções, como a equipe do diálogo anterior, sendo que todas as funções para serem encontradas dependiam diretamente desse detalhe, e tal dúvida, conforme transcrito no diálogo, foram sanadas ao longo da nossa conversa.

Ao final dessa fase do desenvolvimento da investigação percebemos que muitos significados foram sendo produzidos pelas equipes ao longo dos sete encontros. Outras discussões sobre o empreendedorismo, mostrando os seus aspectos positivos e negativos em nossa sociedade, de forma crítica poderiam ser evidenciadas, em que os alunos precisariam conhecer as dificuldades que qualquer empreendedor enfrenta no sistema neoliberal tão presente em nosso meio, que não permite vantagens ao pequeno empreendedor, como um vendedor de geladinhos, que quase sem capital visa obter o mínimo necessário para a sua sobrevivência, mas massacrado pelo neoliberalismo, muitas vezes nem esse mínimo é obtido.

6.3.3 A discussão da investigação

A discussão da investigação é uma fase de suma importância de um trabalho investigativo. É nessa fase que acontece a partilha de conhecimentos, em que os alunos podem apresentar os seus resultados uns para os outros. Em relação a essa etapa, Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 41) afirmam o seguinte:

> No final de uma investigação, o balanço do trabalho realizado constitui um momento importante de partilha de conhecimentos. Os alunos podem pôr em confronto as suas estratégias, conjecturas e justificações, cabendo ao professor desempenhar o papel de moderador. O professor deve garantir que sejam comunicados os resultados e os processos mais significativos da investigação realizada e estimular os alunos a questionarem-se mutuamente. Essa fase deve

> permitir também uma sistematização das principais ideias e uma reflexão sobre o trabalho realizado. É, ainda, um momento privilegiado para despertar os alunos para a importância da justificação matemática das suas conjecturas.

A discussão dos resultados encontrados pelas equipes aconteceu no dia 11 de setembro de 2017, em nosso oitavo e último encontro. Nesse dia, tínhamos apenas duas aulas (as duas primeiras, de acordo com o novo horário estabelecido pela escola), mas a professora de Química nos cedeu a terceira aula para a finalização das apresentações das equipes. Nesse dia estiveram presentes 32 alunos.

Essa fase de discussão é muito importante para a concretização da investigação, pois é diante dela que o professor e os demais alunos da turma conhecem a estratégia de cada equipe, as suas conjecturas e suas produções de significados. Em relação a essa discussão, Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 41) ainda trazem o seguinte relato:

> De fato, as investigações constituem um contexto muito favorável para gerar boas aulas de discussão entre os alunos. No entanto, a aula de Matemática, habitualmente, não é um lugar em que os alunos estejam habituados a comunicar as suas ideias nem a argumentar com os seus pares. Desse modo, é natural que o professor sinta algumas dúvidas sobre como tirar partido das potencialidades do trabalho investigativo para realizar aulas de discussão produtivas.

Realmente, essa fase final não é tão simples como parece ser, pois alguns alunos se recusam a apresentar seus resultados, uma vez que comunicar ideias matemáticas não é algo que acontece comumente em uma aula de Matemática, embora seja necessário. Isso aconteceu na fase de discussão em nossa investigação, pois, das oito equipes presentes, apenas seis foram apresentar os resultados encontrados para os demais, sendo que a Equipe 03 e a Equipe 07 se recusaram a ir porque disseram serem tímidos e por mais que tivessem feito todas as etapas não queriam argumentar tais ideias para os demais.

Diante disso, as outras seis equipes apresentaram seus resultados. Como o tempo estava bem limitado, concordamos que cada apresentação deveria levar em torno de dez minutos.

Decorrido esse tempo, cada equipe teria cinco minutos a mais para a interação das outras equipes, caso tivessem alguma pergunta a fazer aos membros da equipe que estavam apresentando. Na seção a seguir, iremos mostrar os resultados obtidos por cada uma dessas equipes.

6.3.3.1 Quarto momento: justificação e avaliação

Esse quarto momento é dedicado à justificação dos resultados. É nesse momento que acontece a interação com os resultados dos raciocínios de cada equipe. O nosso objetivo nessa seção é mostrar significados produzidos pelas equipes, apresentando em detalhes os resultados que elas obtiveram. Quando falamos em significado, Lins e Gimenez (1997, p. 145) afirma que "é o conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto". Nessa fase da investigação, muitos significados são produzidos. Em outras palavras, o aluno passa a ter um determinado conhecimento e, segundo o modelo teórico dos campos semânticos:

> Num conhecimento produzido, a crença-afirmação corresponde ao que é novo, ao passo que a justificação corresponde ao que é dado. Justificações estabelecem um vínculo entre crenças-afirmações e núcleos, que são um conjunto de objetos já estabelecidos e em relação aos quais significados estão sendo produzido. (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 144)

Passamos a expor aqui as crenças-afirmações dos alunos e suas justificações sobre a atividade investigada. Começamos mostrando os resultados alcançados pelas equipes na Etapa II e, em seguida, apresentamos como foi o momento da discussão da investigação da Etapa III.

A Etapa II, responsável pelo preenchimento do quadro com o valor dos ingredientes, os gastos de cada sabor e o total de porções que faltavam em cada geladinho, deu suporte às equipes para trabalharem a Etapa III, uma vez que cada uma ficou responsável pela elaboração de estratégias de vendas de um único sabor. Os resultados de cada equipe, com os gastos gerais de cada sabor e os gastos de produção para ambos os geladinhos, são apresentados no Quadro 10, seguindo a sequência dos sabores presentes na atividade que foi entregue durante a execução da Etapa II.

Apresentamos esses resultados porque achamos interessante mostrar as diferenças de gastos gerais que cada equipe obteve, sendo que cada uma desenvolveu suas ideias para a mesma atividade e chegaram a valores diferentes. Tais resultados são interessantes porque mesmo sendo com os mesmos ingredientes, significados diferentes foram produzidos em cada grupo, levando-nos a perceber as diversas possibilidades que tem uma aula investigativa e as chances de discussão que podem ser levantadas entre as equipes. Essa exploração nos leva a perceber a importância de deixar o discente argumentar as suas colocações.

No Quadro 10, apresentamos o resumo dos resultados das equipes para os gastos gerais e custos de produção de ambos os geladinhos.

Quadro 10: Gastos gerais e custo de produção dos geladinhos

Equipes / Sabores	Equipe 01	Equipe 02	Equipe 03	Equipe 04	Equipe 05	Equipe 06	Equipe 07	Equipe 08
Geladinho de leite condensado	Gt: R$ 9,15 C_1: R$ 0,76 C_2: R$ 1,30	Gt: R$ 6,50 C_1: R$ 0,54 C_2: R$ 0,92	Gt: R$ 6,90 C_1: R$ 0,60 C_2: R$ 1,00	Gt: R$ 6,80 C_1: R$ 0,56 C_2: R$ 0,85	Gt: R$ 6,40 C_1: R$ 0,50 C_2: R$ 0,90	Gt: R$ 6,00 C_1: R$ 0,50 C_2: R$ 0,75	Gt: R$ 8,10 C_1: R$ 0,67 C_2: R$ 1,01	Gt: R$ 6,00 C_1: R$ 0,50 C_2: R$ 0,85
Geladinho de chocolate econômico	Gt: R$ 10,15 C_1: R$ 0,60 C_2: R$ 1,26	Gt: R$ 10,10 C_1: R$ 0,84 C_2: R$ 1,26	Gt: R$ 8,86 C_1: R$ 0,75 C_2: R$ 1,10	Gt: R$ 12,80 C_1: R$ 1,00 C_2: R$ 1,60	Gt: R$ 9,49 C_1: R$ 0,79 C_2: R$ 1,17	Gt: R$ 10,87 C_1: R$ 0,90 C_2: R$ 1,35	Gt: R$ 11,13 C_1: R$ 0,92 C_2: R$ 1,39	Gt: R$ 10,33 C_1: R$ 0,86 C_2: R$ 1,29
Geladinho azul	Gt: R$ 22,50 C_1: R$ 1,50 C_2: R$ 2,50	Gt: R$ 4,53 C_1: R$ 0,30 C_2: R$ 0,50	Gt: R$ 3,86 C_1: R$ 0,25 C_2: R$ 0,42	Gt: R$ 12,10 C_1: R$ 0,80 C_2: R$ 1,21	Gt: R$ 4,62 C_1: R$ 0,30 C_2: R$ 0,50	Gt: R$ 3,66 C_1: R$ 0,24 C_2: R$ 0,36	Gt: R$ 4,96 C_1: R$ 0,41 C_2: R$ 0,49	Gt: R$ 5,16 C_1: R$ 0,34 C_2: R$ 0,57
Geladinho de mousse de maracujá	Gt: R$ 12,40 C_1: R$ 0,77 C_2: R$ 1,24	Gt: R$ 5,88 C_1: R$ 0,39 C_2: R$ 0,59	Gt: R$ 10,60 C_1: R$ 0,70 C_2: R$ 1,06	Gt: R$ 9,30 C_1: R$ 0,60 C_2: R$ 0,95	Gt: R$ 7,75 C_1: R$0,48 C_2: R$ 0,77	Gt: R$ 8,85 C_1: R$ 0,59 C_2: R$ 0,88	Gt: R$ 9,70 C_1: R$ 0,64 C_2: R$ 0,97	Gt: R$ 7,60 C_1: R$ 0,50 C_2: R$ 0,76
Geladinho de amendoim	Gt: R$ 2,80 C_1: R$ 0,14 C_2: R$ 0,23	Gt: R$ 9,70 C_1: R$ 0,48 C_2: R$ 0,80	Gt: R$ 9,10 C_1: R$ 0,45 C_2: R$ 0,60	Gt: R$ 9,80 C_1: R$ 0,50 C_2: R$ 0,80	Gt: R$ 8,25 C_1: R$ 0,40 C_2: R$ 0,65	Gt: R$ 8,10 C_1: R$ 0,40 C_2: R$ 0,62	Gt: R$ 10,60 C_1: R$ 0,53 C_2: R$ 0,88	Gt: R$ 8,60 C_1: R$ 0,43 C_2: R$ 0,72
Geladinho de biscoito	Gt: R$ 3,95 C_1: R$ 0,25 C_2: R$ 0,39	Gt: R$ 3,60 C_1: R$ 0,24 C_2: R$ 0,36	Gt: R$ 2,80 C_1: R$ 0,18 C_2: R$ 0,28	Gt: R$ 6,00 C_1: R$ 0,35 C_2: R$ 0,60	Gt: R$ 4,60 C_1: R$ 0,30 C_2: R$ 0,46	Gt: R$ 2,97 C_1: R$ 0,19 C_2: R$ 0,29	Gt: R$ 8,60 C_1: R$ 0,57 C_2: R$ 0,86	Gt: R$ 3,85 C_1: R$ 0,26 C_2: R$ 0,38
Geladinho de coco	Gt: R$ 5,27 C_1: R$ 0,87 C_2: R$ 1,31	Gt: R$ 6,76 C_1: R$ 0,62 C_2: R$ 1,25	Gt: R$ 6,91 C_1: R$ 1,15 C_2: R$ 2,30	Gt: R$ 6,77 C_1: R$ 1,12 C_2: R$ 1,70	Gt: R$ 7,55 C_1: R$ 1,00 C_2: R$ 1,90	Gt: R$ 6,66 C_1: R$ 1,11 C_2: R$ 1,66	Gt: R$ 9,70 C_1: R$ 1,61 C_2: R$ 2,42	Gt: R$ 7,60 C_1: R$ 1,26 C_2: R$ 2,53
Geladinho de manga	Gt: R$ 15,65 C_1: R$ 0,78 C_2: R$ 1,20	Gt: R$ 13,70 C_1: R$ 0,68 C_2: R$ 1,05	Gt: R$ 9,10 C_1: R$ 0,45 C_2: R$ 0,70	Gt: R$ 10,60 C_1: R$ 0,59 C_2: R$ 0,81	Gt: R$ 10,25 C_1: R$ 0,51 C_2: R$ 0,80	Gt: R$ 9,10 C_1: R$ 0,45 C_2: R$ 0,70	Gt: R$ 9,60 C_1: R$ 0,48 C_2: R$ 0,73	Gt: R$ 10,60 C_1: R$ 0,53 C_2: R$ 0,81
Geladinho de goiaba	Gt: R$ 10,25 C_1: R$ 0,68 C_2: R$ 1,14	Gt: R$ 9,70 C_1: R$ 0,64 C_2: R$ 1,07	Gt: R$ 8,10 C_1: R$ 0,55 C_2: R$ 0,81	Gt: R$ 6,60 C_1: R$ 0,45 C_2: R$ 0,66	Gt: R$ 6,75 C_1: R$ 0,45 C_2: R$ 0,80	Gt: R$ 5,85 C_1: R$ 0,39 C_2: R$ 0,58	Gt: R$ 8,60 C_1: R$ 0,57 C_2: R$ 0,86	Gt: R$ 7,60 C_1: R$ 0,50 C_2: R$ 0,84

Gt: Gastos totais; **C_1**: Custo de produção de um único geladinho de 115 mℓ; **C_2**: Custo de produção de um único geladinho de 180 mℓ.

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Descrevendo o passo a passo de como as equipes conseguiram chegar aos resultados, afirmamos que, em primeiro lugar, os alunos de cada equipe atribuíram valores aos ingredientes e ao final de todo o preenchimento do quadro, contendo os nove sabores, fizeram a soma dos gastos totais de cada sabor (Gt). Como eram oito equipes, podemos perceber os resultados que elas encontraram em cada sabor. O valor que as equipes atribuíram a um mesmo ingrediente variou de equipe para equipe, sendo que algumas delas buscaram um valor mais próximo possível da sua realidade e, outros, realmente pesquisaram os verdadeiros valores que estavam em seu entorno através de panfletos de supermercados.

Para a obtenção desses resultados as equipes seguiram algumas etapas. A primeira delas foi a tomada de decisão de qual valor atribuir aos ingredientes de cada sabor, sendo esta decisão determinada por todos os membros que faziam parte do grupo, que precisariam discutir as suas ideias e entrarem em um consenso. Após cada uma decidir o valor a ser colocado perceberam que existia alguns ingredientes que estavam com uma quantidade menor do que a quantidade vendida nos supermercados, como por exemplo, o açúcar, que no mercado é vendido em quilogramas e nos presentes ingredientes foi dado a quantidade em gramas. Esse momento gerou uma outra tomada de decisão nas equipes, que foi verificarem a partir da regra de três simples o valor que correspondia aos gramas solicitados no quadro de sabores.

Após esse feito, as equipes somaram o preço de todos os ingredientes que estavam presentes nos sabores e, todas perceberam que alguns dos sabores gastavam mais dinheiro para serem fabricados do que outros.

Em segundo lugar veio o cálculo do custo de produção dos geladinhos de 115 mℓ (C_1) e de 180 mℓ (C_2) de cada um dos sabores. Esse passo foi de suma importância para a Etapa III. Quando foi solicitado que as equipes determinassem qual geladinho apresentava um custo de produção maior e qual deles gastava bem menos na produção, todas pegaram o maior e o menor valor do quadro de sabores e atribuíram como resposta.

Nesse momento, enquanto pesquisadores de uma aula investigativa, interrogamos: Vocês acham que isso está correto? Olhem mais uma vez! Após as equipes observarem atentamente todos os sabores, disseram que a resposta era aquela mesmo, e nós indagamos: Observem as porções de cada sabor!

Deixamos as equipes descobrirem que a quantidade de porções, por serem diferentes nos sabores influenciava diretamente no custo de produção dos geladinhos e, que nem sempre o geladinho com o menor custo de ingredientes, iria ser, de fato, aquele que gastava menos para fabricá-lo, pois dependia do número de porções.

Passados alguns instantes, algumas equipes perceberam isto, e com essa descoberta, veio a nova indagação: Como achar o custo de produção de cada sabor de ambos os geladinhos?

Então perceberam que como tinham a quantidade de gastos com ingredientes e a quantidade de porções de cada geladinho, bastava então, dividir o total de gastos pelo total de porções, e dessa forma, todas as equipes fizeram isto, chegando aos resultados presentes no Quadro 09.

Sintetizando o que acabamos de comentar mostramos a imagem a seguir.

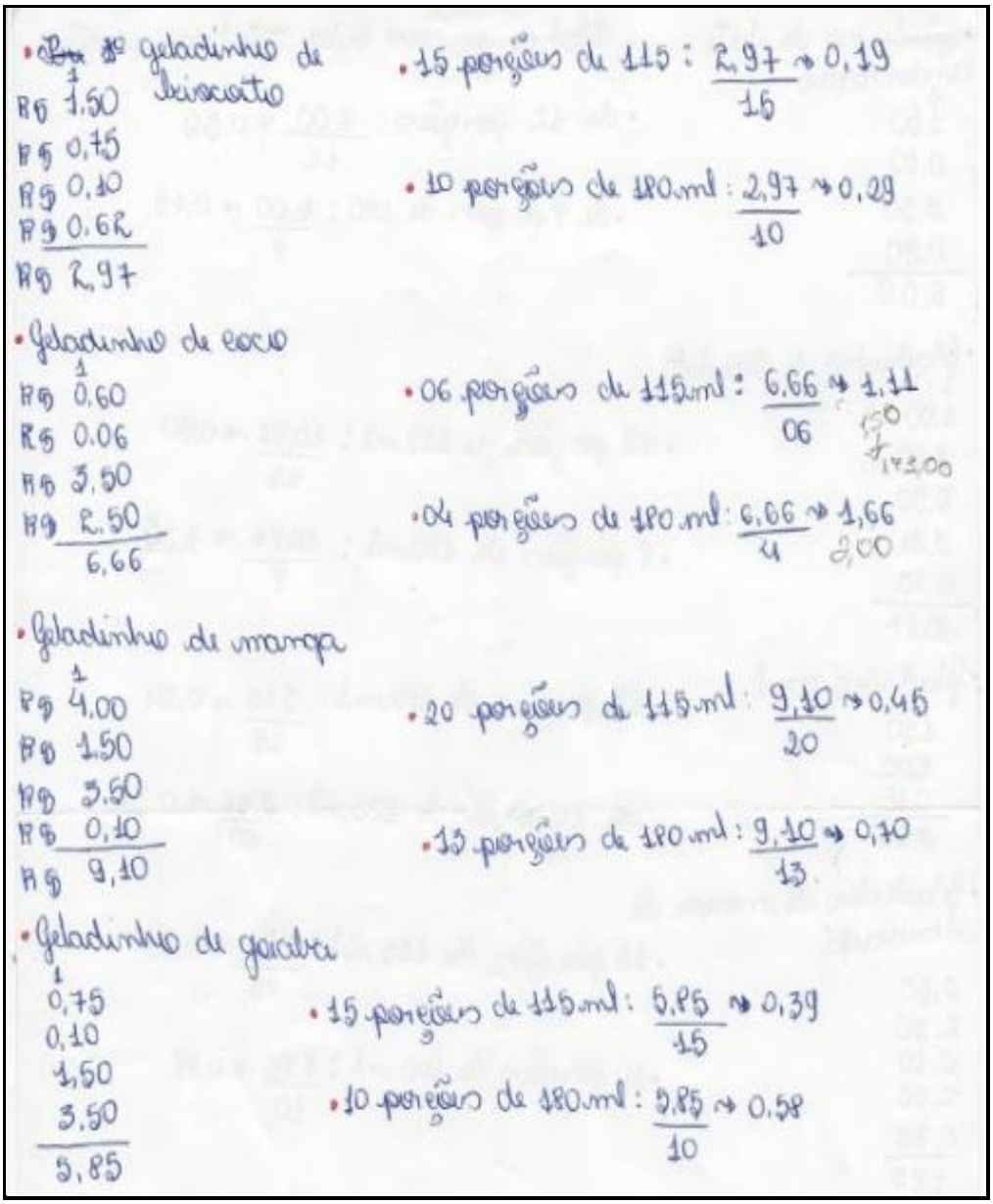


Figura 10. Registro escrito do valor dos ingredientes e do valor do custo de produção de alguns sabores de geladinhos da Equipe 06

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

O registro da Figura 10 traz em sua composição os nossos comentários que fizemos no Quadro 09. Podemos perceber, inicialmente, o cálculo dos gastos com ingredientes de alguns sabores, e em seguida, o valor do custo de produção das porções individuais de geladinhos de 115 mℓ e 180 mℓ, que foram feitas através da divisão dos gastos gerais com o total de porções de cada sabor.

Fazendo um resumo do que destaca o Quadro 10, mostramos a seguir o resultado geral do custo de produção do geladinho mais barato e o mais caro apresentado por cada uma das equipes.

Quadro 11: Custo de produção do geladinho mais barato e mais caro de 115 mℓ e 180 mℓ de cada equipe

EQUIPE	SABOR DO GELADINHO MAIS BARATO DE 115 mℓ	SABOR DO GELADINHO MAIS CARO DE 115 mℓ	SABOR DO GELADINHO MAIS BARATO DE 180 mℓ	SABOR DO GELADINHO MAIS CARO DE 180 mℓ
01	Amendoim (R$ 0,14)	Azul (R$ 1,50)	Amendoim (R$ 0,23)	Azul (R$ 2,50)
02	Biscoito (R$ 0,24)	Chocolate econômico (R$ 0,84)	Biscoito (R$ 0,36)	Chocolate econômico (R$ 1,26)
03	Biscoito (R$ 0,18)	Coco (R$ 1,15)	Biscoito (R$ 0,28)	Coco (R$ 2,30)
04	Biscoito (R$ 0,35)	Coco (R$ 1,12)	Biscoito (R$ 0,60)	Coco (R$ 1,70)
05	Biscoito e Azul (R$ 0,30)	Coco (R$ 1,00)	Biscoito (R$ 0,46)	Coco (R$ 1,90)
06	Biscoito (R$ 0,19)	Coco (R$ 1,11)	Biscoito (R$ 0,29)	Coco (R$ 1,66)
07	Azul (R$ 0,41)	Coco (R$ 1,61)	Azul (R$ 0,49)	Coco (R$ 2,42)
08	Biscoito (R$ 0,26)	Coco (R$ 1,26)	Biscoito (R$ 0,38)	Coco (R$ 2,53)

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Os resultados presentes no Quadro 11 mostram apenas o resultado geral de cada equipe sobre o geladinho mais caro e o mais barato de cada uma delas, para ambos os tamanhos das

embalagens. Esse resumo mostra exatamente o complemento do que comentamos anteriormente. Se as equipes não tivessem investigado todo o problema com muito rigor não teriam chegado a este resultado.

Assim, tomamos, como exemplo, a equipe 04, a qual percebemos que seus gastos maiores foram com os geladinhos de coco, e os menores, com o de biscoito. Se olharmos o Quadro 09, e fizermos uma análise geral, sem levar em consideração o total de porções de cada equipe chegaríamos aos seguintes resultados: O geladinho mais barato seria o de biscoito (R$ 6,00) e o mais caro seria o de chocolate econômico (R$ 12,80), o que verificamos, no Quadro 10, que não é verdade.

Vale salientar que, dos dados dispostos no Quadro 11, os geladinhos mais baratos foram os de biscoito e os mais caros foram os de coco, sendo que tal resultado apareceu em cinco das oito equipes presentes na investigação.

Esses dados são importantes porque são deles que provém os resultados da Etapa III da nossa pesquisa, que comentaremos nas próximas páginas, nas quais faremos a descrição da produção de significados obtidas pelas equipes durante a atividade investigativa, colocando em evidência a discussão final da tarefa exploratório-investigativa e os resultados obtidos pelos oito grupos formados. Destacamos como aconteceu esse momento e mostramos todos os registros obtidos pela turma, no qual iremos mostrar a proposta de venda de cada grupo, as funções formuladas, a construção dos gráficos, o lucro mensal de cada formação e o cartaz de divulgação elaborado por algumas equipes.

Nos resultados evidenciados na Etapa II caberiam diversas discussões e um desses questionamentos seria: Será que com esse custo de produção o vendedor de geladinhos conseguiria obter lucro com o seu preço de venda estabelecido no mercado capitalista vigente? Aqui, poderiam ser estabelecidas diversas discussões críticas e reflexivas sobre os pequenos empreendedores e sobre as políticas neoliberais presentes, pois diversas crenças-afirmações tiveram sua justificação enunciadas pelas equipes ao longo dessa investigação e que a Matemática presente nesse estudo vai além de uma Matemática internalista e isso pode ser melhor comprovado nas próximas discussões sobre os resultados encontrados na Etapa III, que evidencia em maior foco o estudo da função afim.

A terceira etapa pedia aos alunos que montassem estratégias para a venda de 500 geladinhos por dia do respectivo sabor sorteado. Vale salientar que todo o levantamento de ideias de cada grupo foi feito com base nesse sabor escolhido ao acaso no momento do sorteio. Os dados que eles tinham para começar o levantamento de suas ideias estavam contidos no que

tinha sido feito na Etapa II, na qual os discentes já tinham encontrado os gastos gerais e os gastos por unidade de porção de cada sabor.

O objetivo de ter pedido a cada equipe que preenchessem todo o quadro com os preços dos ingredientes da segunda etapa foi exatamente o de verificarmos o preço que cada equipe daria aos mesmos ingredientes e, por mais que um único sabor tenha sido escolhido, os resultados presentes nos demais sabores serviram para a nossa discussão da segunda etapa, em que observamos todos os detalhes de cada grupo e fizemos nossas discussões baseando-nos nas diferenças de preços encontrados nos diversos sabores apresentados.

No Quadro 12 apresentamos os sabores que cada equipe ficou responsável para abordar as suas ideias e estratégias de venda. Evidenciamos também o total de porções que cada equipe encontrou para a produção dos geladinhos de acordo com os ingredientes fornecidos.

Quadro 12: Total de porções de 115 mℓ e de 180 mℓ dos sabores de cada equipe

EQUIPE	SABOR DO GELADINHO	TOTAL DE PORÇÕES DE 115 mℓ	TOTAL DE PORÇÕES DE 180 mℓ
01	LEITE CONDENSADO	12	07
02	CHOCOLATE ECONÔMICO	12	08
03	AZUL	15	09
04	MOUSSE DE MARACUJÁ	16	10
05	BISCOITO	16	10
06	COCO	06	04
07	MANGA	20	13
08	GOIABA	15	09

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Como mencionado em momentos anteriores, a quantidade de uma dessas porções já era dada no quadro de sabores da atividade da Etapa II e, a equipe a partir de seus conhecimentos de Matemática, teria que procurar o valor da outra porção.

Para a obtenção do resultado da outra porção, algumas equipes precisaram usar a regra de três simples inversamente proporcional, e como já comentado, algumas equipes estavam usando a regra de três simples diretamente proporcional, conforme a imagem seguinte.

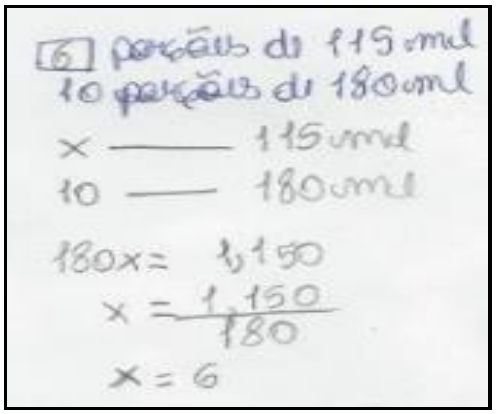


Figura 11. Registro do cálculo da porção de 115 mℓ do sabor de biscoito da Equipe 01
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Esse registro da Figura 11 mostra que a equipe encontrou 06 porções de 115 mℓ para o geladinho de biscoito e 10 porções de 180 mℓ para o mesmo sabor. Percebe-se aí um erro muito comum no uso das proporções, que é a falta de uso das razões inversas. Após a nossa intervenção sobre esse detalhe, as equipes compreenderam que esse resultado estava, de fato, errado, uma vez que seria usada a mesma quantidade de ingredientes para ambos os geladinhos e, obviamente o geladinho de menor tamanho renderia mais porções, e não o contrário como acharam nos cálculos com a regra de três simples diretamente proporcional.

Percebemos que todas as equipes entenderam o sentido da atividade e perceberam que todas as quantidades de porções de 180 mℓ são menores que as porções de 115 mℓ. Como comentado anteriormente, no início das nossas abordagens, isso causou a maior dúvida, conforme mostra o fragmento de um diálogo da Equipe 05 abaixo.

> Meu amigo, tá dizendo que o total de geladinhos de biscoito de 115 mℓ tá errado em comparação com os de 180, e eu quero saber o que tá errado? (D34)
> Porque o preço de 180 mℓ tá menor que o de 115. (D15)
> Mas, meu irmão, as porções de 115 é menor que as de 180. As de 180 é maior que de 115. [Eles tinham calculado as porções usando a regra de três diretamente proporcional e eram grandezas inversas]. (Pesquisador)
> De certa forma, o seu amigo tem razão. Por que é que ele tem razão? Porque, em primeiro lugar, se você vai gastar 75 centavos para fazer um geladinho de 115 mℓ que é menor, pela lógica se o de 180 é maior vai gastar mais. Cuidado no uso das proporções. Pegue esse exemplo aí, calcule os gastos e dívida pela quantidade de porções novamente. Qual é o sabor que vocês estão trabalhando? (Pesquisador)
> De biscoito. (D34)
> Primeiro olhe as porções que vocês colocaram em cada um e revisem se está correto. (Pesquisador)
> Foi isso que eu falei, mas ele não quis me ouvir. O errado sou eu! (D15)
> Pois procurem fazer novamente e vejam onde erraram. (Pesquisador)

Nesse diálogo, podemos perceber que a equipe tinha encontrado um valor maior de porções para os geladinhos de 180 mℓ e um valor menor para os de 115 mℓ. Somente após a nossa intervenção, um dos integrantes da equipe percebeu o erro. Isso aconteceu em várias equipes, mas todas conseguiram corrigir o erro e dar continuidade à atividade.

Ao final da atividade II pedimos que as equipes calculassem os gastos gerais de cada sabor e, após o término da atividade III foi pedido o lucro mensal da venda desses 500 geladinhos diários que estavam distribuídos entre um certo total de 115 mℓ e um outro total de 180 mℓ, em que tal escolha de vendas foi atribuída pelas equipes. Os resultados apresentados pelas equipes, no momento da discussão, estão apresentados no Quadro 13.

Com esses resultados, percebemos que a estratégia de venda de cada equipe geraria um excelente lucro mensal. A obtenção de tal resultado causou surpresa entre os membros de cada equipe e também para os demais alunos da turma no momento da discussão final, uma vez que na Etapa I alguns disseram que este tipo de empreendimento não gerava uma boa renda, que não era um bom tipo de empreendedorismo para alguém investir.

Quadro 13: Sabor do geladinho, gastos totais e valor do lucro mensal

EQUIPE	SABOR DO GELADINHO	GASTOS TOTAIS/TOTAL DE PORÇÕES DE CADA SABOR	LUCRO MENSAL/VENDA DE 500 UNIDADES DIÁRIAS
01	LEITE CONDENSADO	R$ 9,15	R$ 9 555,00
02	CHOCOLATE ECONÔMICO	R$ 10,10	R$ 2 880,00
03	AZUL	R$ 3,86	R$ 8 100,00
04	MOUSSE DE MARACUJÁ	R$ 9,30	R$ 6 450,00
05	BISCOITO	R$ 4,60	R$ 10 770,00
06	COCO	R$ 6,66	R$ 5 550,00
07	MANGA	R$ 9,60	R$ 4 050,00
08	GOIABA	R$ 7,60	R$ 15 960,00

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Os discentes perceberam, a partir desses resultados, que vender geladinho pode dá dinheiro, e que tudo depende das estratégias adotadas em qualquer tipo de empreendedorismo. O que faltou nessa discussão foi mostrar aos alunos que, para gerar essa renda, seria preciso, em primeiro lugar, que as suas estratégias fossem aceitas no mercado.

Em segundo lugar, era necessário compreender que no sistema capitalista todo empreendedor precisa lidar com a concorrência e, então, a seguinte pergunta deveria entrar em destaque: até que ponto um vendedor de geladinhos conseguiria competir com outros vendedores do ramo e também com outras empresas de grande porte? Também é importante uma reflexão sobre como os vendedores atuam no mundo capitalista, e como as políticas neoliberais se fazem presentes nesse meio. Essa análise crítica, é importante no ensino de Matemática, pois é preciso mostrar aos alunos o funcionamento real do mundo fora da escola.

Na discussão, as equipes que foram apresentar os seus resultados, abordaram os valores encontrados para a produção, para a venda e para o lucro encontrado em cada porção de ambos os geladinhos. Lembramos que o valor da produção tinha sido obtido na Etapa II e, diante disso, na terceira etapa eles criaram estratégias para as vendas, com as quais achariam o valor do lucro de cada unidade. No Quadro 14, mostramos os valores de produção obtidos pelas equipes e os valores de vendas, assim como mencionamos também o valor do lucro de cada unidade para os geladinhos de 115 mℓ e para os de 180 mℓ, respectivamente.

Quadro 14: Valor do custo de produção, do preço de venda e do lucro dos geladinhos

Equipes	**Geladinho de 115 mℓ (01 porção) (Valor em reais)**			**Geladinho de 180 mℓ (01 porção) (Valor em reais)**		
	Custo de produção	**Preço de venda**	**Lucro**	**Custo de produção**	**Preço de venda**	**Lucro**
01	R$ 0,76	R$ 1,25	R$ 0,49	R$ 1,30	R$ 2,00	R$ 0,70
02	R$ 0,84	R$ 1,00	R$ 0,16	R$ 1,26	R$ 1,50	R$ 0,24
03	R$ 0,25	R$ 0,75	R$ 0,50	R$ 0,42	R$ 1,00	R$ 0,58
04	R$ 0,60	R$ 1,00	R$ 0,40	R$ 1,00	R$ 1,50	R$ 0,50
05	R$ 0,30	R$ 1,00	R$ 0,70	R$ 0,46	R$ 1,25	R$ 0,79
06	R$ 1,11	R$ 1,50	R$ 0,39	R$ 1,66	R$ 2,00	R$ 0,34
07	R$ 0,48	R$ 0,75	R$ 0,27	R$ 0,73	R$ 1,00	R$ 0,27
08	R$ 0,50	R$ 1,50	R$ 1,00	R$ 0,84	R$ 2,00	R$ 1,16

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Os resultados presentes nesse quadro, mostram que as equipes, a partir do custo de produção, conseguiram adotar um preço de venda, e, diante desse preço estabelecido, conseguiram encontrar o quanto lucrariam em cada porção de ambos os geladinhos.

Observamos também diferentes estratégias, desde aquelas que lucrariam pouco em cada porção como aquelas que encareceram o preço de vendas.

É importante mencionarmos que as equipes adotaram estratégias interessantes para as vendas e, se analisarmos detalhadamente os dados do Quadro 14 perceberemos que, com exceção das Equipes 06 e 07, todas as outras adotaram uma estratégia de venda em que o lucro dos geladinhos de 180 mℓ seria maior que dos geladinhos de 115 mℓ, pois, gastariam mais na produção, e as porções seriam fabricadas em um número menor do que as de 115 mℓ.

Com esses dados obtidos, o próximo passo de cada equipe era estabelecer uma estratégia de venda para 500 unidades diárias, conforme foi atribuído na atividade da Etapa III. Cada equipe iria fazer uma distribuição das 500 unidades que era dada na questão e dividi-las entre os dois tamanhos de geladinhos e, cada uma delas iria fazer isso conforme o consenso do grupo, em que usariam ideias para que as vendas pudessem sempre render mais lucro. Os resultados dessa distribuição estão apresentados no Quadro 15.

Diante dos resultados obtidos, percebemos que a maioria das equipes preferiram vender mais geladinhos de 115 mℓ do que de 180 mℓ, e a utilização dessa estratégia deu-se exatamente porque o geladinho de 115 mℓ, por ser mais barato, seria mais consumido pelas pessoas, e também o mesmo rende mais porções do que o de 180 mℓ.

Quadro 15: Proposta de venda de cada equipe para a produção diária de 500 geladinhos

EQUIPE	PROPOSTA DE VENDA DE GELADINHOS DE 115 mℓ (DE 500 UNIDADES/DIA)	PROPOSTA DE VENDA DE GELADINHOS DE 180 mℓ (DE 500 UNIDADES/DIA)
01	150 UNIDADES	350 UNIDADES
02	300 UNIDADES	200 UNIDADES
03	250 UNIDADES	250 UNIDADES
04	350 UNIDADES	150 UNIDADES
05	400 UNIDADES	100 UNIDADES
06	300 UNIDADES	200 UNIDADES
07	250 UNIDADES	250 UNIDADES
08	300 UNIDADES	200 UNIDADES

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Ao final da discussão, as equipes apresentaram as funções elaboradas para a produção, para a venda e para o lucro obtido dos geladinhos. Essas funções tinham como variável independente a incógnita *x*, que representava o total de geladinhos e a incógnita $y = f(x)$ que representavam o custo de produção, o preço de venda e o lucro.

A seguir, apresentamos o Quadro 16 com as respectivas funções para ambos os tamanhos dos geladinhos.

Quadro 16: Funções afins que modelam o custo de produção, o preço de venda e o lucro dos geladinhos

Equipes	**Geladinho de 115 mℓ (01 porção) (função afim)**			**Geladinho de 180 mℓ (01 porção) (função afim)**		
	Custo de produção	**Preço de venda**	**Lucro**	**Custo de produção**	**Preço de venda**	**Lucro**
01	$f(x) = 0{,}76 \cdot x$	$f(x) = 1{,}25 \cdot x$	$f(x) = 0{,}49 \cdot x$	$f(x) = 1{,}30 \cdot x$	$f(x) = 2{,}00 \cdot x$	$f(x) = 0{,}70 \cdot x$
02	$f(x) = 0{,}84 \cdot x$	$f(x) = 1{,}00 \cdot x$	$f(x) = 0{,}16 \cdot x$	$f(x) = 1{,}26 \cdot x$	$f(x) = 1{,}50 \cdot x$	$f(x) = 0{,}24 \cdot x$
03	$f(x) = 0{,}25 \cdot x$	$f(x) = 0{,}75 \cdot x$	$f(x) = 0{,}50 \cdot x$	$f(x) = 0{,}42 \cdot x$	$f(x) = 1{,}00 \cdot x$	$f(x) = 0{,}58 \cdot x$
04	$f(x) = 0{,}60 \cdot x$	$f(x) = 1{,}00 \cdot x$	$f(x) = 0{,}40 \cdot x$	$f(x) = 1{,}00 \cdot x$	$f(x) = 1{,}50 \cdot x$	$f(x) = 0{,}50 \cdot x$
05	$f(x) = 0{,}30 \cdot x$	$f(x) = 1{,}00 \cdot x$	$f(x) = 0{,}70 \cdot x$	$f(x) = 0{,}46 \cdot x$	$f(x) = 1{,}25 \cdot x$	$f(x) = 0{,}79x$
06	$f(x) = 1{,}11 \cdot x$	$f(x) = 1{,}50 \cdot x$	$f(x) = 0{,}39 \cdot x$	$f(x) = 1{,}66 \cdot x$	$f(x) = 2{,}00 \cdot x$	$f(x) = 0{,}34 \cdot x$
07	$f(x) = 0{,}48 \cdot x$	$f(x) = 0{,}75 \cdot x$	$f(x) = 0{,}27 \cdot x$	$f(x) = 0{,}73 \cdot x$	$f(x) = 1{,}00 \cdot x$	$f(x) = 0{,}27 \cdot x$
08	$f(x) = 0{,}50 \cdot x$	$f(x) = 1{,}50 \cdot x$	$f(x) = 1{,}00 \cdot x$	$f(x) = 0{,}84 \cdot x$	$f(x) = 2{,}00 \cdot x$	$f(x) = 1{,}16 \cdot x$

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Percebemos que as equipes produziram vários significados para a modelagem dessas funções, pois até a chegada desse resultado existiram muitos outros significados construídos pelas equipes que foram úteis para a elaboração dessas funções. Um desses significados diz respeito ao conhecimento de que conhecendo o valor de uma única porção, poderia a partir desta obter a função da produção e, em consequência, a função da venda e do lucro de cada sabor e isso eles conseguiram compreender muito bem, conforme as discussões feitas até aqui.

Podemos perceber que o objetivo da atividade foi sair de uma discussão de um contexto cotidiano referente a venda de geladinhos e, a partir de suas etapas e diversas interações entre as equipes, chegar à elaboração das funções afins que foram criadas por eles.

Durante a discussão da investigação, as equipes também apresentaram os gráficos dessas funções e os cartazes elaborados. Nos próximos parágrafos, iremos fazer uma síntese de como foi a apresentação das seis equipes e também mostraremos alguns detalhes dos resultados encontrados nos registros das Equipes 03 e 07 que se recusaram a apresentar as suas estratégias.

Começamos abordando a discussão da investigação da Equipe 01, composta por quatro discentes. Nesse último dia, apenas duas delas (D08 e D25) estavam presentes. Ambas iniciaram as suas explanações falando do geladinho de leite condensado, que foi o sabor que a equipe ficou responsável em desenvolver suas ideias na Etapa III. Durante a discussão, as

mesmas citaram o valor dos gastos que obtiveram com os ingredientes fornecidos para fazer os geladinhos desse sabor. Argumentaram sobre o valor da produção e como fizeram para achar esse valor. Após isso, falaram do preço de venda e o porquê que a equipe escolheu tal valor. Em seguida divulgaram o valor do lucro que obteriam com um geladinho de 115 mℓ e com um de 180 mℓ. Apresentaram também as funções que modelavam o custo de produção, o preço de venda e do lucro dos respectivos geladinhos, o lucro mensal e os gráficos de cada função. Na Figura 12 apresentamos o registro escrito abordando a estratégia dessa equipe.

O registro da Figura 12 evidencia a escolha da equipe, que foi o de fabricar 150 porções de geladinhos de 115 mℓ e 350 de 180 mℓ. A equipe apresenta também a função do custo de produção e o total de gastos para a fabricação dos 500 geladinhos dos respectivos tamanhos. Em seguida ela apresenta o acréscimo dado ao custo de produção, evidenciando o seu lucro em cada porção e também o preço de venda dos geladinhos.

Podemos perceber no registro da Figura 12 uma boa organização da equipe. Em primeiro lugar ela expôs o porquê de suas escolhas e em seguida a função afim que modelava a produção. Após isso, a equipe evidenciou a função afim das vendas, calculando a arrecadação diária de cada geladinho e, finalmente argumentou sobre o lucro que teriam.

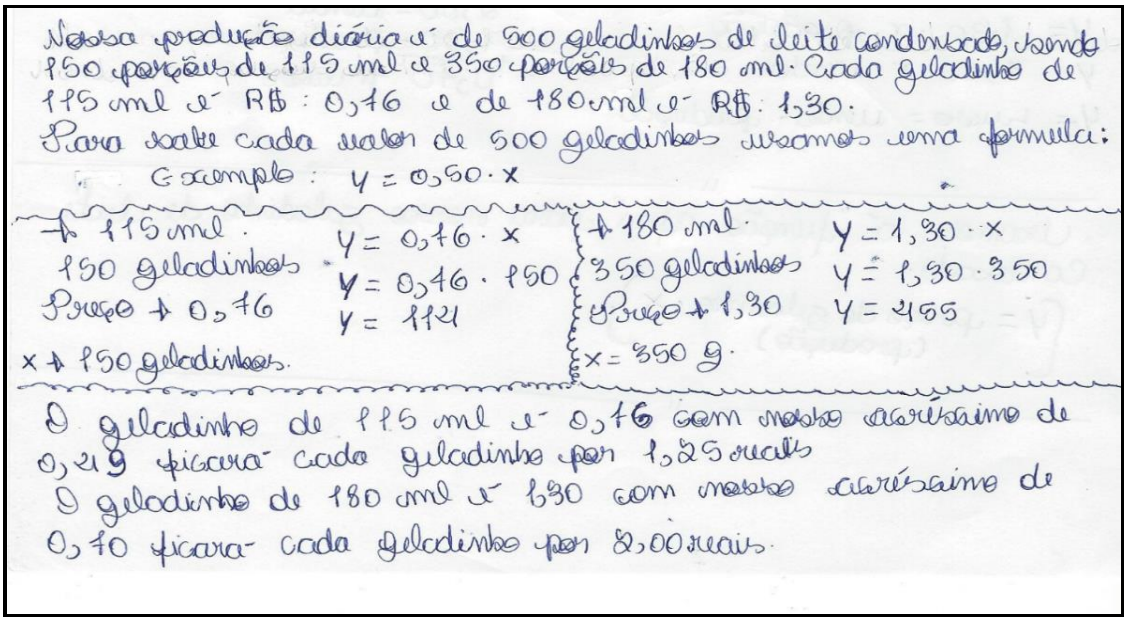


Figura 12. Registro escrito da proposta da Equipe 01
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

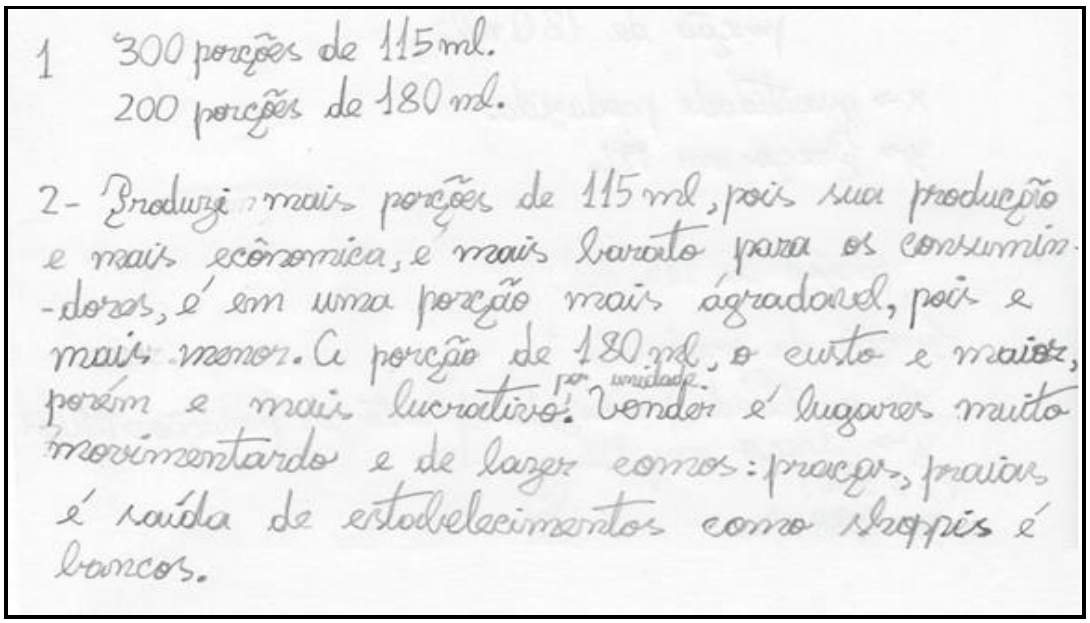
Das estratégias de vendas mostradas no Quadro 15, percebemos que a Equipe 01 foi a única a colocar uma proposta de venda com uma maior quantidade de geladinhos de 180 mℓ (350 unidades) e no registro escrito o grupo não colocou o porquê dessa escolha. Pelo que

percebemos seria mais viável vender quantidades maiores de 115 mℓ, uma vez que o lucro seria de R$ 0,49 e renderia mais dinheiro que as porções de 180 mℓ, cuja unidade custava R$ 0,40. Em uma análise geral, a equipe teve um ótimo desempenho durante a execução de cada etapa.

Após a Equipe 01 terminar a sua discussão, a Equipe 02 entrou em cena. Esse grupo desde o começo permaneceu unido e superou todos os desafios juntos, mas no último momento apenas o discente D23 foi apresentar os resultados para os seus colegas, pois o discente D21 estava doente e não compareceu nesse dia, o discente D28 não estava se sentindo muito bem e o discente D24 se mostrou muito tímido, e não quis ir apresentar a proposta com o seu colega.

O discente D23 falou das estratégias elaboradas por sua equipe. Comentou sobre a produção, a venda e o lucro do geladinho de chocolate econômico, bem como das funções de cada uma delas e dos respectivos geladinhos. Mostrou os gráficos e o cartaz elaborado por sua equipe e falou da atividade em geral, que ele tinha gostado muito de estudar a Matemática dessa forma e que esta era uma ótima estratégia de estudar função afim, pois, abordava algo que estava presente no seu cotidiano, dando sentido ao conteúdo matemático estudado na escola.

Os registros escritos dessa equipe, em que são abordados a proposta de distribuição de venda e o porquê da produção de 115 mℓ ser maior do que a dos geladinhos de 180 mℓ. A equipe apresentou as estratégias de escolha de local para as vendas, como mostra a figura 13 a seguir.


1 300 porções de 115 ml.
200 porções de 180 ml.

2- Produzir mais porções de 115 ml, pois sua produção é mais econômica, e mais barato para os consumidores, é em uma porção mais agradavel, pois é mais menor. A porção de 180 ml, o custo é maior, porém é mais lucrativo. 1ª unidade. Vender é lugares muito movimentado e de lazer como: praças, praias é saída de estabelecimentos como shoppis é bancos.

Figura 13. Registro escrito da estratégia da Equipe 02
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Nesse registro, a Equipe 02 expôs o porquê da escolha de colocar 300 porções de 115 mℓ para vender e também o porquê da escolha das demais porções serem de 180 mℓ. Eles

explicaram, conforme o registro, que a produção do geladinho de 115 mℓ é mais econômica para a fabricação e mais barata para os consumidores e quanto aos locais de vendas, escolheriam lugares bem movimentados, como *shoppings* e bancos.

No final da apresentação, o discente D23 mostrou para os demais colegas os gráficos que modelavam as suas estratégias e o cartaz de divulgação criado por sua equipe, conforme mostramos nas figuras a seguir.

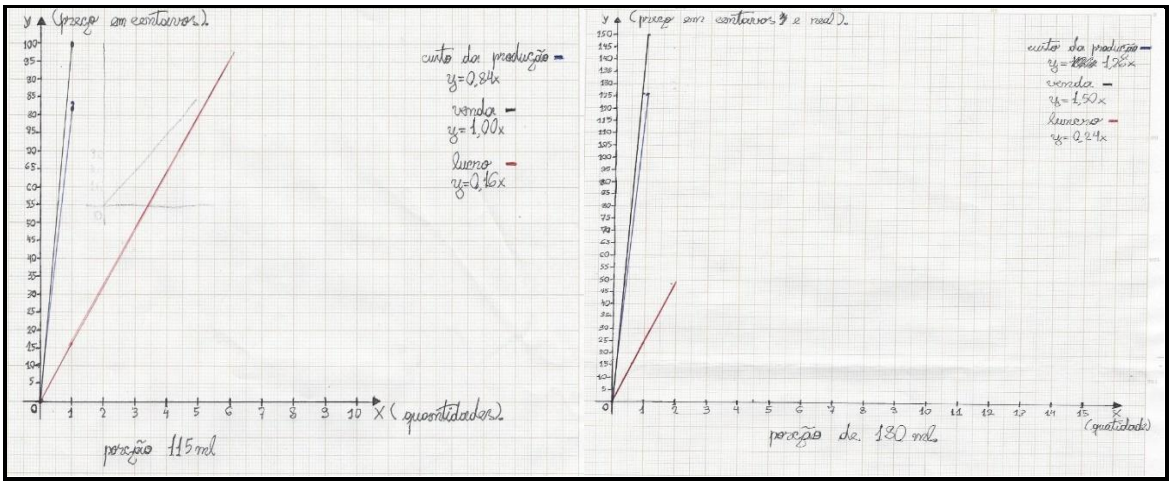


Figura 14. Gráfico das funções do geladinho de 115 e 180 mℓ da Equipe 02
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Figura 15. Fotografia do cartaz de divulgação da Equipe 02
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Dos registros expostos e dos resultados alcançados pela equipe, podemos perceber que esta procurou desenvolver um trabalho com serenidade, pois percebemos que em todas as etapas os quatro membros da equipe se ajudavam entre si e discutiam ideias que aprimoraram o trabalho. Assim, significados foram produzidos para o que estavam fazendo, o que tornou o trabalho eficaz tanto para o âmbito matemático, quanto para o conhecimento do cotidiano da equipe durante essa investigação.

Dos resultados obtidos pela equipe, podemos perceber que os mesmos colocaram um preço de venda bem próximos da venda de geladinhos comercializados em nossa região. Durante o desenvolvimento das atividades, os mesmos levaram panfletos de supermercado para colocarem os preços dos ingredientes de acordo com o valor real, mostrando que os mesmos estavam motivados para o desenvolvimento de cada etapa.

Com esses resultados, podemos perceber o quanto é importante levarmos para a sala de aula atividades desafiadoras para os alunos, que ao mesmo tempo consigam conciliar a temática discutida no ambiente escolar com contextos do cotidiano, tornando assim, as aulas de Matemática cada vez mais ricas e interessantes para a vivência dos discentes ali presentes. Isso aconteceu, de fato, com a Equipe 02, que esteve atenta o tempo todo durante a exploração dessa investigação.

A Equipe 03, conforme comentamos inicialmente, não quis apresentar as suas discussões para os demais, mas, ao analisarmos os seus registros, percebemos que ela apresentou uma boa proposta para as vendas do geladinho azul. Diante da nossa análise, observamos que estes elaboraram todo o plano de vendas do início ao final da atividade, dando significado à proposta investigativa ao longo do percurso das aulas.

Começamos mostrando a tabela dos gastos com os ingredientes para produzir o geladinho azul e as respectivas porções que podem ser feitas com tais ingredientes.

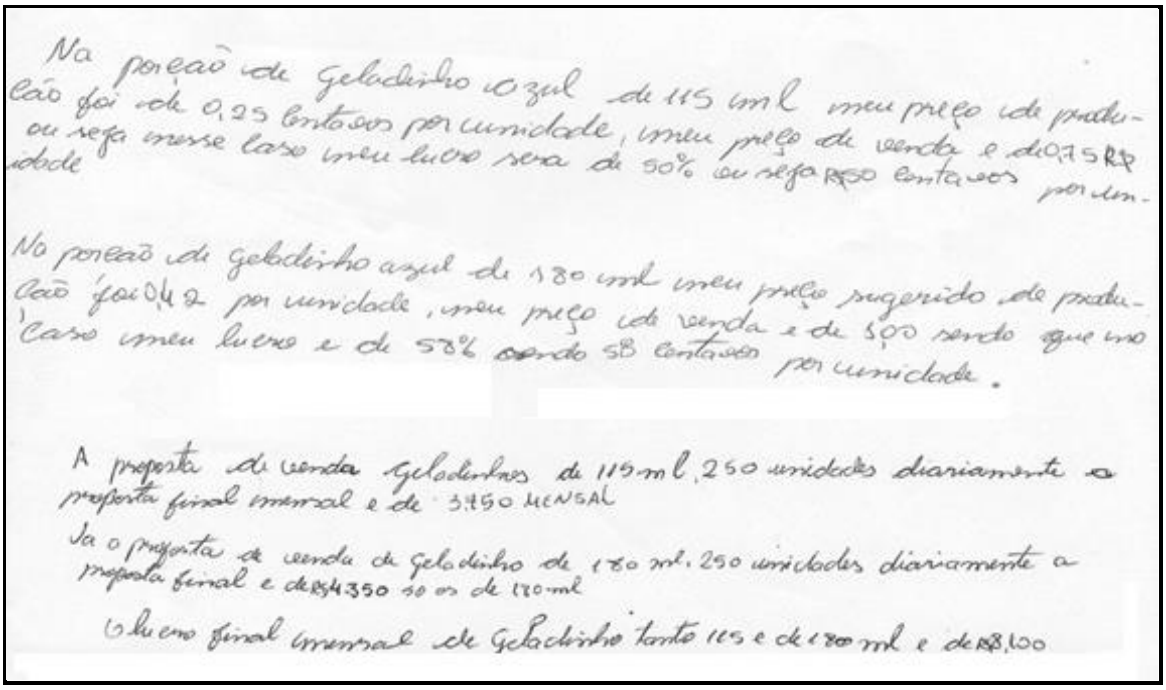
GELADINHO AZUL	1 litro de leite;	R$ 2,00	R$ 3,86
(15 porções de 115 ml)	2 colheres de sopa cheias de pó azul para sorvete (100g);	R$ 1,70	
(9 porções de 180 ml)	5 colheres de sopa de açúcar (82g).	R$ 0,60	

Figura 16. Preço dos ingredientes do geladinho azul e cálculo de suas porções
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Em seguida, a equipe fez a sua proposta de venda, evidenciando as suas estratégias, colocando as funções de produção, venda e lucro dos geladinhos de 115 mℓ e de 180 mℓ. Além

disso, a equipe fez os gráficos das funções, em que analisaram que a função de venda possuía um gráfico com a maior declividade, a função de produção possuía uma declividade intermediária e a função do lucro a menor declividade. E ainda, a equipe colocou na mesma folha das estratégias as expressões que indicavam as funções e o cálculo do lucro mensal que iria ser obtido com aquela proposta de venda.

A seguir mostramos alguns desses registros, nos quais mencionamos a estratégia elaborada pela equipe e a construção dos gráficos das funções encontradas pelo grupo.


Na poreão de Geladinho azul de 115 ml meu preço de produção foi de 0,25 centavos por unidade, meu preço de venda é de 0,75 R$ ou seja nesse caso meu lucro será de 50% ou seja R$50 centavos por unidade

No poreão de Geladinho azul de 180 ml meu preço sugerido de produção foi 0,42 por unidade, meu preço de venda é de 5,00 sendo que nesse caso meu lucro é de 58% sendo 58 centavos por unidade.

A proposta de venda Geladinhos de 115 ml 250 unidades diariamente a proposta final mensal é de 3750 MENSAL

Ja o proposta de venda de Geladinho de 180 ml. 250 unidades diariamente a proposta final é de R$4350 50 os de 180 ml

O lucro final mensal de Geladinho tanto 115 e de 180 ml é de R$8,100

Figura 17. Registro escrito da proposta de venda da Equipe 03
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

No registro da Figura 17, a Equipe 03 expôs os seus valores de custo, venda e lucro para ambos os geladinhos. Em seguida ela fala da proposta de venda, mencionando que venderiam 250 unidades de cada tamanho, o que geraria um lucro mensal correspondente a R$ 8 120,00, caso a venda de 500 geladinhos por dia fosse efetivada.

Quanto aos gráficos das funções, a Equipe 03 considerou que esta seria contínua, assim como as demais, o que fez com que o grupo ligasse os pontos, formando as retas. Sabemos que os gráficos elaborados pelas equipes derivavam de uma função que não era contínua, ou seja, não existiria valores intermediários entre o valor arrecadado por um geladinho e outro geladinho, uma vez que não era vendido meio geladinho, mas o geladinho no seu total. A Figura 18 mostra o gráfico elaborado pela Equipe 03, em que essa falha pode ser percebida.

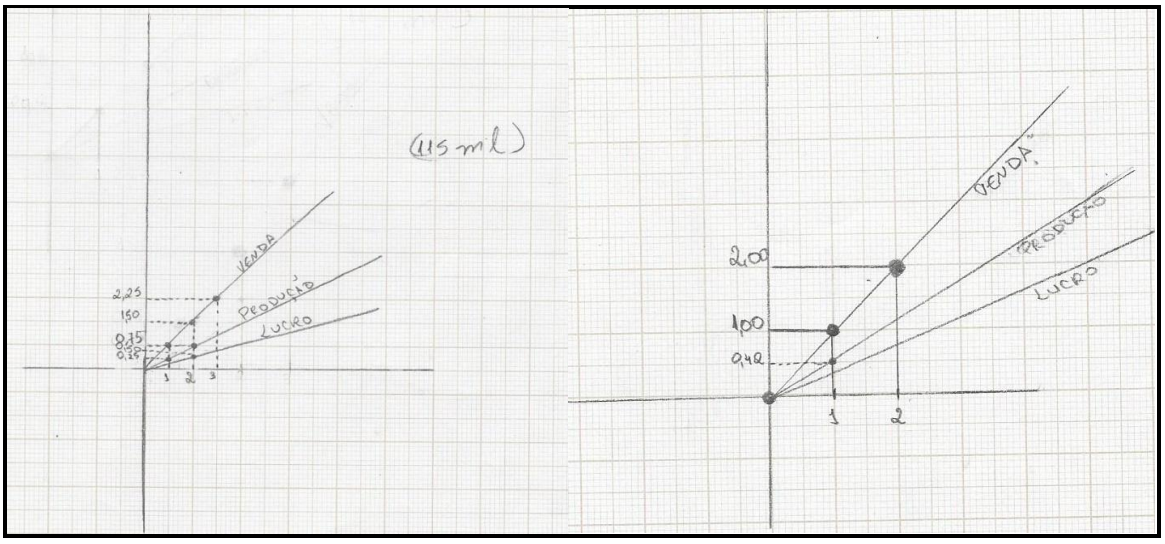


Figura 18. Gráficos das funções do geladinho de 115 e 180 mℓ da Equipe 03
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Dos resultados obtidos pela equipe, podemos perceber que significados foram produzidos, sendo estes de grande relevância para o aprendizado de função afim e, pela desenvoltura que os mesmos tiveram no desenrolar das etapas percebemos a compreensão que tiveram do conteúdo de função afim, uma vez que todas as etapas foram cumpridas. No desenvolvimento dessa atividade, a Equipe 03 era uma das que mais participavam e tiravam dúvidas ao longo dos encontros.

A Equipe 04, ao discutir os seus resultados, mostrou total domínio do que tinha feito, mostrando à turma a sua proposta sobre o geladinho de mousse de maracujá, o valor da produção, da venda e do lucro de uma porção de 115 mℓ e de 180 mℓ. Mostrou também as funções encontradas por eles e os seus respectivos gráficos.

Vale ressaltar que durante o desenvolvimento das etapas a equipe mostrou-se totalmente empenhada. Cooperaram bastante uns com os outros e poucas vezes nos chamaram para tirar dúvidas.

A equipe mostrou aos demais a sua proposta de venda afirmando que venderiam 350 geladinhos de 115 mℓ e 150 de 180 mℓ. Para obterem lucro de R$ 0,40 em cada porção de 115 mℓ, venderiam por R$ 1,00. Os geladinhos de 180 mℓ seriam vendidos por R$ 1,50, com o qual obteriam R$ 0,50 de lucro em cada porção vendida, conforme mostra os dados no Quadro 13.

O registro escrito da proposta escrita pela Equipe 04 é mostrado na Figura 19. Nesse registro essa equipe comenta como fariam a distribuição das vendas dos geladinhos, caso fossem empreendedores nesse ramo, sendo que venderiam 350 geladinhos de 115 mℓ e 150 de 180 mℓ. Ela evidenciou também os preços de custo, produção e venda e o lucro diário, que seria

de R$ 140,00 para a venda dos 350 geladinhos de 115 mℓ e de R$ 75,00 para os de 180 mℓ, totalizando um lucro diário de R$ 215,00.

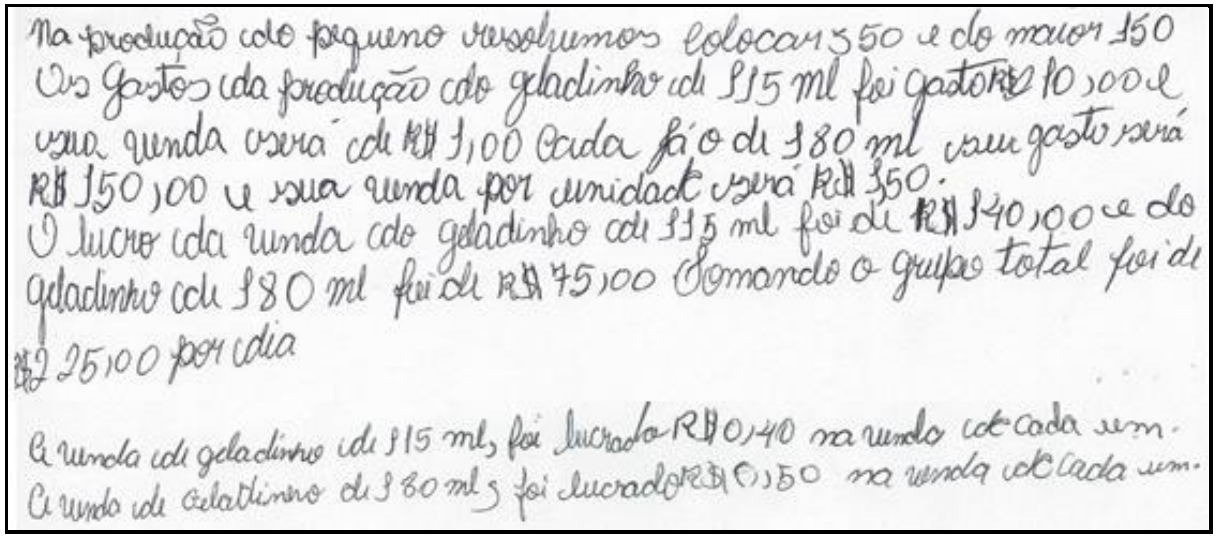


Figura 19. Registro escrito da proposta e funções elaboradas pela Equipe 04
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Diante desse registro e de outros apresentados pela equipe, podemos perceber significados produzidos por ela ao longo das etapas da investigação. No momento da investigação cada membro apresentou total domínio do que estava falando. Podemos perceber diante de tais evidências que os membros do grupo compreenderam o sentido da investigação e que dominavam bem o conteúdo de função afim.

A Equipe 05, responsável pelo levantamento de estratégias para as vendas do geladinho de biscoito, o tempo todo cooperaram no levantamento de ideias e na tomada de decisões. A mesma era formada pelos discentes D11, D12, D15 e D34. Vale salientar que os discentes D15 e D34 foram os que mais se preocuparam com o desenrolar da atividade, sendo que no início da aplicação de nossa proposta, o discente D34 disse que essa atividade era muito chata. Ao final de toda a investigação, em registros escritos e falados, o discente D34 mudou completamente as suas ideias, reforçando aqui o poder que tem a aula investigativa,

Durante a apresentação dos resultados alcançados, a discente D12 apresentou o cartaz elaborado pela equipe e os demais apresentaram a proposta e as funções de produção, de venda e de lucro, mostrando total domínio do que fizeram.

No decorrer da discussão, a equipe apresentou os seus resultados no quadro e comentou como se deu o levantamento de ideias e a tomada de decisões ao longo da atividade.

A Equipe 05 começou apresentando o seu cartaz de divulgação, conforme mostramos a fotografia a seguir.

Figura 20. Fotografia do cartaz elaborado pela Equipe 05
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Nesse cartaz, a equipe expôs o nome que dariam a sua empresa (Dindin Divino), os tipos de geladinhos que fabricariam (Gourmet e naturais), os sabores que teriam à venda, o contato da empresa e os preços dos geladinhos. Percebemos nessa fotografia diversos significados atribuídos à atividade investigativa, como preço, tipo de geladinho e um *slogan* bem chamativo, que de fato, chamaria a atenção das pessoas.

Em seguida, a equipe apresentou as suas estratégias dizendo que o geladinho de biscoito é um dos mais consumidos pela população e, por ser bem popular, eles venderiam uma porção de 115 mℓ por R$ 1,00 e a porção de 180 mℓ por R$ 1,25, sendo que a produção diária seria de 400 porções de 115 mℓ e 100 de 180 mℓ, uma vez que o brasileiro sempre procura a alternativa mais barata para comprar. Na Figura 21, mostramos o registro que contém essa estratégia.

Nas abordagens finais, a equipe apresentou as funções encontradas, os gráficos das mesmas e o lucro mensal que, segundo tal proposta, renderia cerca de R$ 10 770,00.

Diante de tais resultados, percebemos que houve harmonia entre os integrantes da equipe. Cada um com suas particularidades conseguiu dar sua parcela de contribuição para que a mesma pudesse acontecer. Percebemos, desde o começo da intervenção, que o discente D15 procurava interagir mais com o aluno D34, trocando ideias entre eles que dessem sentido a atividade investigativa. O domínio do conteúdo de função afim era perceptível, conforme mostra a seguir os registros escritos da Figura 21.

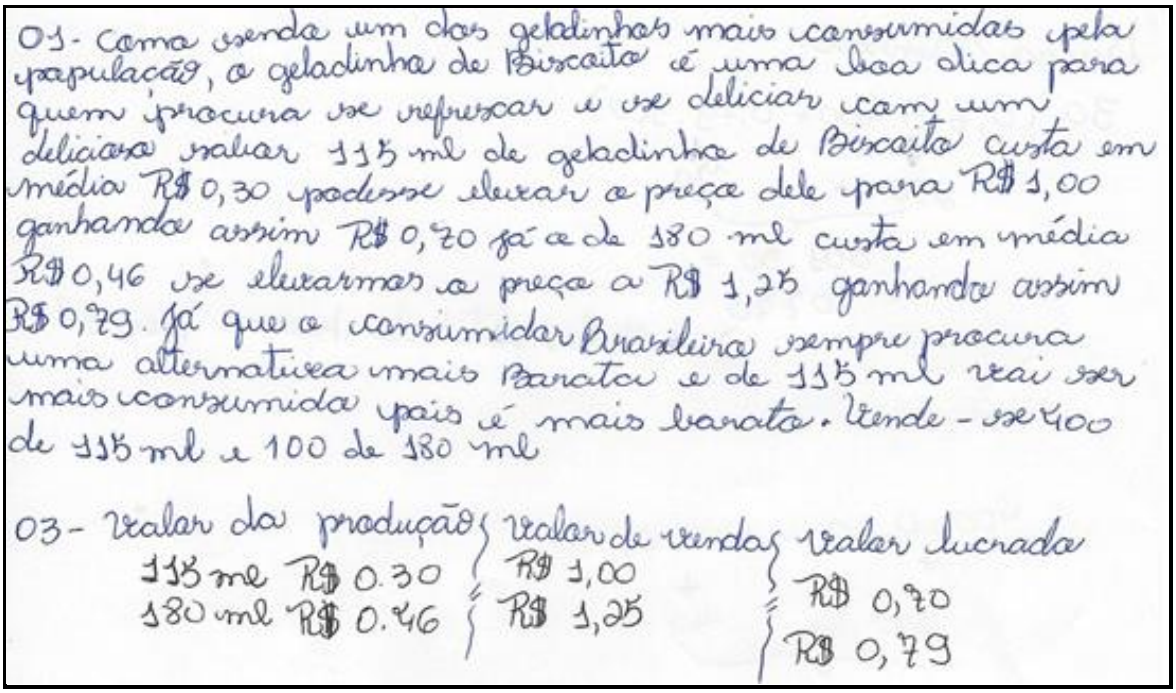


Figura 21. Registro escrito da proposta de venda elaborada pela Equipe 05
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Esse grupo considerou que tal atividade auxiliava a entender diversas situações do cotidiano, principalmente, o discente D34 que, ao final da intervenção, mencionou o seguinte:

> Essa atividade é show. Muitos alunos, como eu, no início vão achar que é chata e coisa e tal, mas depois que começar a se interessar mesmo, tudo muda, porque assim, tem muitos alunos que são interessados, mesmo que aquela atividade seja chata ou não, e tem muitos que não quer nada. É muito interessante, até os que não quer nada, fez!

O depoimento desse aluno, que obviamente conhecia seus colegas melhor do que os pesquisadores, leva-nos a concluir que uma aula investigativa tem a possibilidade de levar os alunos a pensarem mais do que em aulas convencionais. Quando o mesmo menciona, "[...] *até os que não quer nada, fez",* possibilita-nos concluirmos que muitos alunos sabem Matemática, mas não gostam da forma que ela é ensinada, e atividades que levam os alunos a pensarem, a perceberem seus contextos de vida ali presentes podem gerar rendimentos muito melhores na aprendizagem de Matemática. Sendo assim, como professores pesquisadores, acreditamos que os alunos devam ser sujeitos ativos na construção do seu próprio conhecimento, e que a partir de uma crença-afirmação, como vimos no modelo teórico dos campos semânticos, os indivíduos possam enunciar as suas ideias a partir daquilo que eles acreditam, e isso foi possível perceber nas discussões finais da investigação. Percebemos que os alunos apresentaram os seus

resultados a partir da criação de suas hipóteses, experimentos, questionamentos e diálogos realizados uns com os outros, construindo assim suas próprias ideias matemáticas de função afim a partir dessa proposta.

A Equipe 06, responsável pelo geladinho de coco, mostrou-se também interessada durante o tempo que durou essa intervenção. Na discussão final todos participaram e falaram um pouco da proposta de venda, dos gastos de cada geladinho, das funções da produção, da venda e do lucro dos geladinhos de 115 mℓ e de 180 mℓ. Mostraram também aos demais o lucro mensal e os gráficos que fizeram durante o desenvolvimento da tarefa.

Os membros dessa equipe também falaram que uma atividade desse tipo ajuda aos alunos a compreenderem ideias que estão por trás de um determinado conteúdo e muitas vezes não é divulgada pelos professores em suas abordagens. Quase todos os membros dessa equipe contribuíram uns com os outros durante o desenvolvimento das etapas, com exceção do discente D35, que faltou quatro encontros, mas, sempre que estava presente, colaborava com suas ideias.

A seguir, mostramos o registro do momento das discussões finais, no qual a equipe apresentou para os demais da turma os seus resultados. Eles começaram abordando o porquê dos valores de produção e o motivo que os levaram a vender o geladinho de 115 mℓ por R$ 1,50 e o geladinho de 180 mℓ por R$ 2,00.

Em suas abordagens, foi mencionado o valor de cada ingrediente para a produção do geladinho de coco e como foi feito o cálculo para o valor de produção de cada porção de ambos os geladinhos, conforme mostramos no registro a seguir.

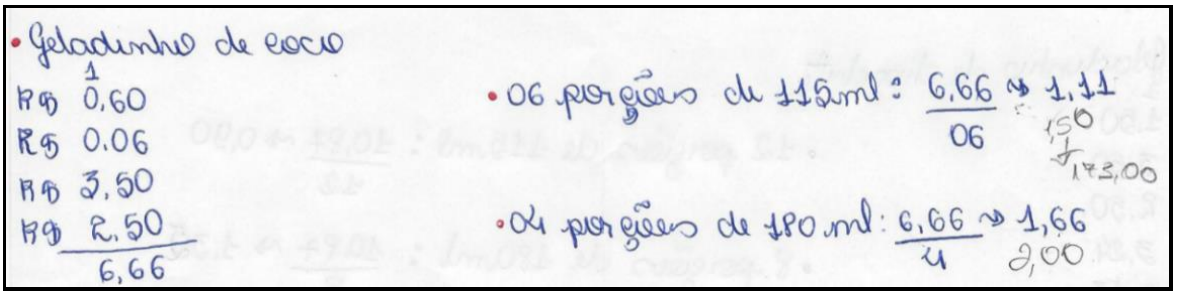


Figura 22. Registro escrito do cálculo dos gastos do geladinho de coco para a porção de 115 mℓ e de 180 mℓ da Equipe 06

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Após a explanação dessas ideias, eles apresentaram a sua estratégia de venda, na qual abordaram os locais de vendas, como venderiam e o valor de venda de cada geladinho, conforme mostramos na figura a seguir.

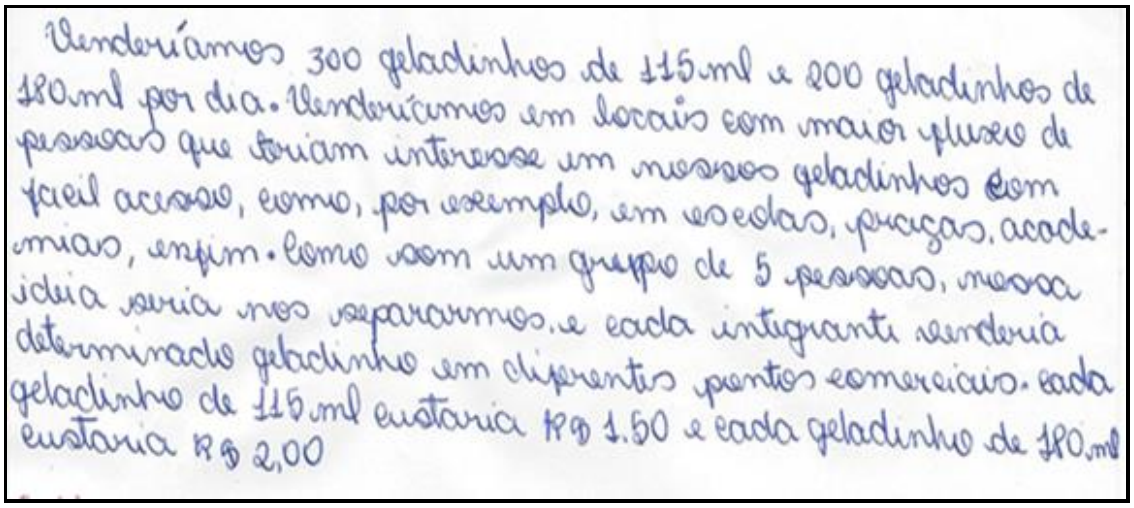

Venderíamos 300 geladinhos de 115 ml e 200 geladinhos de 180 ml por dia. Venderíamos em locais com maior fluxo de pessoas que teriam interesse em nossos geladinhos com fácil acesso, como, por exemplo, em escolas, praças, academias, enfim. Como com um grupo de 5 pessoas, nossa ideia seria nos separarmos, e cada integrante venderia determinado geladinho em diferentes pontos comerciais. Cada geladinho de 115 ml custaria R$ 1,50 e cada geladinho de 180 ml custaria R$ 2,00

Figura 23. Registro escrito da proposta de venda elaborada pela Equipe 06
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Finalizando a discussão, a equipe apresentou o valor do lucro mensal e a estratégia que utilizaram para encontrar o respectivo valor. A Figura 24 apresenta em detalhes como foi feito o cálculo do lucro mensal. Primeiramente a equipe considerou o mês comercial de 30 dias, em seguida multiplicou o total de dias pelo total de lucro de cada dia, levando em consideração as diferenças de quantidades e valores do lucro entre os geladinhos de 115 mℓ e de 180 mℓ.

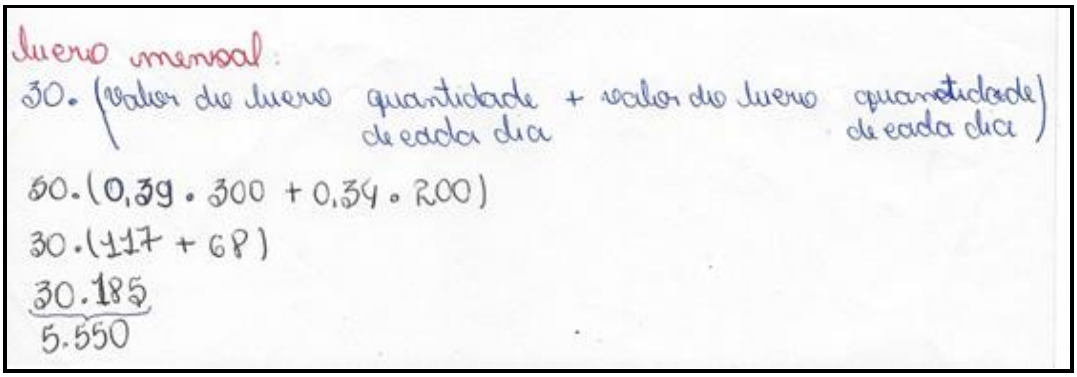

lucro mensal:
30. (valor do lucro quantidade de cada dia + valor do lucro quantidade de cada dia)
30.(0,39 . 300 + 0,34 . 200)
30.(117 + 68)
30.185
5.550

Figura 24. Registro escrito do cálculo do lucro mensal da Equipe 06
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Para esse grupo, as relações existentes entre a Matemática, a atividade e o contexto do cotidiano era nítida. Durante as discussões, a equipe evidenciou as suas reflexões feitas ao longo do desenvolvimento de cada etapa, mostrando as dificuldades que tiveram no decorrer da investigação, levando-nos a refletir sobre a importância que possuem as dificuldades em uma aula investigativa, pois são elas que impulsionam os alunos a encarar os desafios para encontrar novos procedimentos na atividade, e assim, produzir diversos significados sobre a situação em análise.

Portanto, o resultado apresentado pela Equipe 06 mais uma vez nos faz entender a riqueza que existe no ensino de Matemática atrelado com contextos voltados para situações do cotidiano, o que propicia, dependendo da motivação de cada um, meios para que significados possam ser produzidos com mais eficácia, e gerar novas aprendizagens no meio escolar.

Após a apresentação da Equipe 06, seria a vez da Equipe 07 discutir as suas ideias, porém, assim como a Equipe 03, a mesma não quis apresentar as suas discussões para os demais, mas ao longo do desenvolvimento das etapas essa equipe procurou resolver cada uma delas de forma coerente, buscando analisar cada resposta que era dada, sendo estes os responsáveis por criar uma proposta para as vendas do geladinho de manga.

Diante dos registros obtidos pela equipe, observamos que estes elaboraram todo o plano do início ao final da atividade, dando sua contribuição à proposta investigativa ao longo do percurso das aulas. O motivo principal que levou a equipe a não ir apresentar os seus resultados foi a timidez do discente D29, uma vez que ele era o líder da equipe e todas as ideias iniciais partiam do mesmo, e os demais disseram que sem ele não iam apresentar o trabalho. Respeitamos a atitude do grupo e mostramos aqui os seus resultados, com base nos registros escritos da equipe.

A proposta dada pela equipe era a de vender 250 unidades de cada geladinho diariamente, uma vez que o lucro obtido por eles em ambas as porções foi a mesma: R$ 0,27 tanto para o geladinho de 115 mℓ como para o de 180 mℓ. Vale ressaltar que somente essa equipe obteve um valor de lucro igual para ambos os geladinhos.

A seguir, apresentamos alguns registros obtidos pela equipe durante a segunda e terceira etapas da exploração da atividade. O primeiro deles mostra uma tabela de preços dos ingredientes do geladinho de manga, em que a equipe colocou os preços conforme o consenso entre eles e também o total de porções encontradas para os geladinhos de 115 mℓ, uma vez que o total de porções do geladinho de 180 mℓ tinha sido mencionado.

GELADINHO DE MANGA (20 porções de 115 ml) (13 porções de 180 ml)	4 mangas grandes sem fiapo (aproximadamente 2 unidades por kg)	R$ 3,00
	1 litro de leite	R$ 2,00
	1 caixa de leite condensado	R$ 4,50
	3 colheres de açúcar (50g).	R$ 0,10

Figura 25. Tabela de preços dos ingredientes do geladinho de manga
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Quanto aos gráficos, tanto a Equipe 07 como as demais equipes, consideram esta função como sendo contínua e ligaram os pontos uns aos outros, formando as retas, que corresponderam exatamente aos valores das vendas, produção e lucro, em ordem de declividade, conforme mostra a Figura 26.

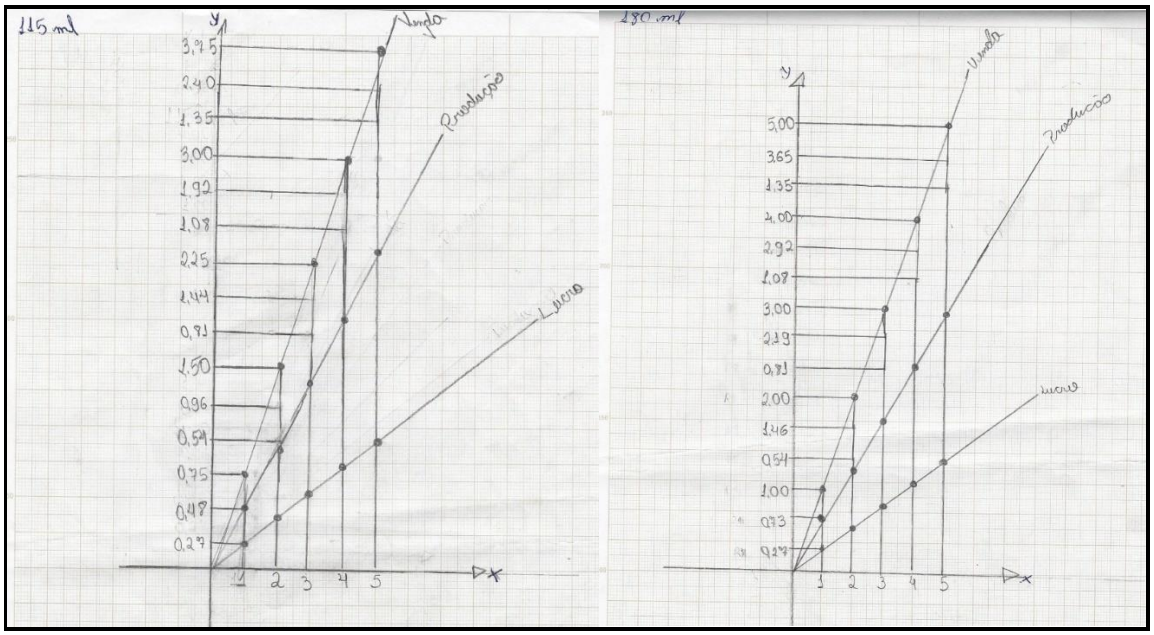


Figura 26. Gráficos das funções do geladinho de 115 e 180 mℓ da Equipe 07
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Dos registros mencionados, podemos perceber que a equipe sabia o que estava fazendo, porém, a decisão do líder em não ir apresentar enfraqueceu os demais integrantes, mostrando que os mesmos não se sentiram seguros para esse desafio. Quanto à construção dos gráficos, podemos perceber uma excelente desenvoltura da equipe, demonstrando que compreenderam exatamente o comportamento do gráfico de uma função afim. Quanto à questão de colocarem a função como sendo contínua, esse foi um erro que persistiu nas oito equipes e esse erro talvez tenha sido pelo motivo de nada ter sido mencionado sobre isso nas aulas do professor regente durante as explanações desse conteúdo.

A última equipe a se apresentar, responsável pela elaboração de estratégias do geladinho de goiaba, foi a Equipe 08, que mostrou empenho do início ao final, sendo que todos participaram da discussão final e também do desenvolvimento da atividade. A única discente que faltou bastante durante a investigação foi a D32, mas, sempre que estava presente, dava as suas contribuições.

Durante a discussão, a equipe mostrou total domínio do que tinham feito e disseram na sua proposta fazer promoções para vender cada vez mais. A equipe discutiu os gastos

encontrados, as porções de cada geladinho, as funções da produção, da venda e do lucro e também o lucro mensal e os gráficos elaborados por eles.

A equipe começou abordando as suas ideias e estratégias de vendas. Após a apresentação do valor individual para os custos de produção, para o preço de venda e o lucro que obteriam com a proposta adotada, o grupo apresentou as funções de cada uma delas para os geladinhos de 115 mℓ e de 180 mℓ.

A Figura 27 mostra o registro das funções encontradas pela equipe e também o cálculo do lucro mensal, que corresponde a R$ 15 960,00.

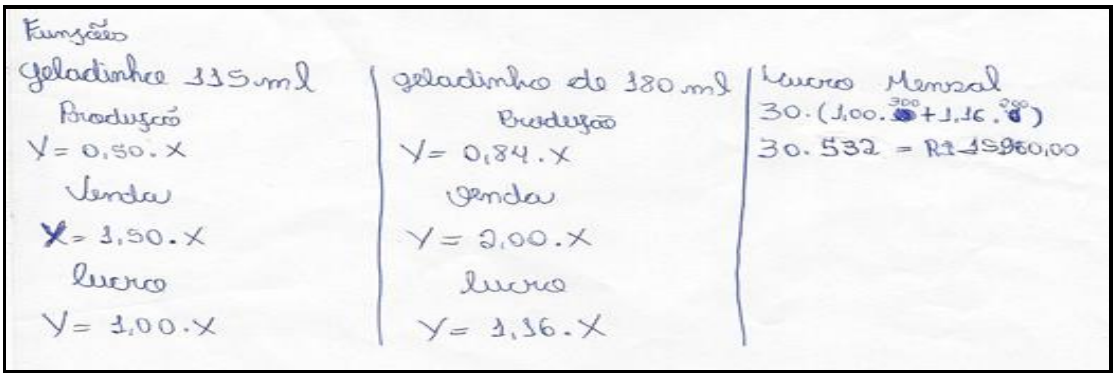


Figura 27. Registro escrito das funções afins e cálculo do lucro mensal elaborados pela Equipe 08

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Após a apresentação das funções, a equipe mostrou os gráficos elaborados e, em seguida, apresentou à turma o cartaz de divulgação de vendas que tinham feito, conforme mostramos na figura a seguir.

Figura 28. Fotografia do cartaz elaborado pela Equipe 08

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

No cartaz de divulgação apresentado na Figura 28, a Equipe 08 preferiu seguir o quadro de sabores que entregamos na Etapa II da atividade investigativa. Quanto aos preços dos geladinhos, também foi colocado o valor que encontraram durante a atividade. Também colocaram o contato para as vendas, e diferentemente das outras equipes, solicitou que este contato pudesse ser feito através da rede social *WhatsApp*, conforme o símbolo ao lado, assim como utilizaram para a confecção do cartaz dois *emojis* dessa rede social.

Pelos registros observados, podemos perceber que a equipe também compreendeu o propósito da atividade, pois fizeram tudo o que foi pedido em cada etapa. A equipe intitulada como top, por terem colocado o nome da empresa de Geladinho dos tops, mostrou domínio do início ao final, produzindo significados para a função afim, para o empreendedorismo e, consequentemente, para o mundo dos negócios, pois foi a que apresentou a estratégia para se obter o maior lucro.

Portanto, ao término das discussões das equipes e da apresentação dos resultados encontrados pelas mesmas, podemos perceber a importância que possui uma aula investigativa, principalmente quando esta está ligada a situações do cotidiano. Essa mistura de contextualização, envolvendo empreendedorismo em aulas investigativas aliadas à teoria dos campos semânticos nos fazem perceber ao final dessas discussões a riqueza produzida pelos alunos dessa turma ao longo dessas 19 aulas.

Durante essa fase de levantamento dos dados, entendemos que é possível trabalharmos de forma diferente sem perdermos o foco dos conteúdos, pois temos certeza que ao final de tudo, o conteúdo de função afim ficou melhor detalhado para os mesmos e, além disso, outros detalhes matemáticos também entraram em evidência, além da turma ser protagonista de seus próprios resultados e buscar a partir do que sabiam, chegar a outros resultados com conhecimentos que são necessários para o entendimento do mundo real a partir da Matemática abordada na sala de aula.

Nessa discussão da investigação também cabem discussões sobre a atuação das políticas neoliberais sobre os empreendedores no mundo capitalista, pois uma crítica política põe em evidência o verdadeiro contexto em que vivem os pequenos empreendedores, os quais são vítimas de um poder hegemônico que reina em nossa sociedade e que comandam em geral todo o mercado capitalista, não dando vez para os donos de pequenos negócios, como um vendedor de geladinhos.

Após as discussões, que aconteceram exatamente nas duas primeiras aulas do último encontro, agradecemos à turma e ao professor pelo espaço concedido durante esse tempo e pela colaboração de todos ali presentes, que, com certeza, engrandeceu a nossa pesquisa. Após esse

momento, aplicamos dois questionários finais que nos ajudaram a traçar algumas ideias para a conclusão do nosso trabalho, cujo resultado abordamos na próxima seção.

6.4 Análise dos resultados dos questionários e das questões discursivas

Antes de iniciarmos a pesquisa de campo, achamos necessário conhecermos algumas ideias dos sujeitos da pesquisa sobre as suas aprendizagens em Matemática e o conteúdo de função afim. Diante dessa necessidade, antes de começarmos a explorar a nossa proposta de investigação, no primeiro encontro, aplicamos um questionário (Apêndice C) que abordava somente essas seções, cujos resultados comentamos nas próximas linhas.

As perguntas sobre Matemática envolviam as opiniões dos alunos sobre as suas relações com a mesma, como classificavam o ensino que tiveram ao longo de suas vidas, o que eles achavam dos conteúdos escolares desse componente curricular, das tarefas de casa, quais as suas relações com essa disciplina fora da escola e em qual escala – de ruim a excelente - eles se classificariam em relação ao aprendizado que tiveram em Matemática. Como eram questões objetivas, os alunos escolheriam a alternativa na qual o seu perfil mais se encaixaria, na qual havia as seguintes opções: ruim, insuficiente, bom, ótimo e excelente, sendo possível aos alunos marcarem apenas uma dessas opções.

Já na seção que abordava as perguntas sobre o estudo da função afim, tinha oito questões que seguiam as mesmas condições da seção da temática inicial. As perguntas sobre função afim relacionavam a importância que estes achavam dessa temática com o cotidiano, como eles avaliavam o conhecimento que tinham sobre tal assunto, o que eles consideravam pertinente neste conteúdo, como eles classificariam a importância desse assunto para a Matemática e áreas afins, como classificariam as abordagens do professor regente da turma sobre tal conteúdo e como eles avaliavam a utilização desse assunto em situações rotineiras do seu dia a dia.

Em uma análise geral, deu-se para perceber que a maioria das respostas estiveram em uma escala que variavam de bom a ótimo, sendo que apenas duas delas, a Questão 06 e a Questão 09 estiveram na escala de insuficiência pela grande maioria da turma. A Questão 06 perguntava o seguinte: *"Fora da escola, como é a sua relação com a disciplina de Matemática?"* Das respostas obtidas, dois discentes afirmaram que percebem uma conexão ruim, dezessete disseram que é insuficiente, doze colocaram que encontram boas conexões, dois disseram que apresentam ótimas conexões e apenas um afirmou estar em um nível de excelência. Tais respostas, nos ajudam a perceber que há muitos alunos que se dizem bons na

Matemática estudada na escola, mas não conseguem enxergar as diversas conexões que existem entre essa matemática escolar e o seu meio.

A outra questão que apresentou nível de insuficiência pela maioria dos sujeitos da pesquisa foi a Questão 09, que dizia o seguinte: *"Como você avalia no momento o seu conhecimento sobre função afim? "* Das respostas dadas, apenas um discente afirmou está ruim nesse conteúdo e dezoito colocaram insuficientes. Vale ressaltar que, poucas perguntas da turma foram dirigidas ao professor no momento em que o mesmo explicou o conteúdo, evidenciando que muitos disseram ter compreendido as explanações do mesmo, sem realmente ter entendido o que foi explicado. Já os demais, quinze alunos, responderam que tinham compreendido o que foi explanado pelo docente nas aulas anteriores, e se auto avaliaram como bons e ótimos.

Assinala-se que pedimos para os discentes não se identificarem nas respostas dadas a esse questionário, o que nos faz acreditar que os mesmos colocaram as respostas coerentes com as suas convicções, sem medo algum de serem indagados.

Percebemos ao longo dos resultados obtidos nesse questionário que essa turma, em uma análise geral, mostrava-se interessada pelo que acontecia nas aulas de Matemática, mesmo que alguns tenham respondido em uma escala que variava de ruim a insuficiente percebe-se ao longo dos resultados que a escala que varia de bom a excelente sobressai as outras respostas, correspondendo à maioria.

Quanto às trinta questões discursivas (Apêndice I), respondidas ao final da Etapa III no sétimo encontro, as mesmas foram respondidas individualmente, em que cada membro saiu de sua equipe e foi para locais distintos na sala de aula. O objetivo de tal dinâmica era compreender se, de fato, todos os membros de cada equipe tinham participado efetivamente durante a investigação, com a qual queríamos conhecer diferentes produções de significados de cada um para a atividade abordada.

Ao analisarmos as respostas da Equipe 01, que ficou com o geladinho de leite condensado, percebemos que a discente D08 teve uma dinâmica maior na elaboração da atividade, uma vez que todas as suas respostas estiveram coerentes com as respostas dadas em cada etapa presente nos registros escritos. As outras três discentes (D02, D04 e D25) não entenderam algumas perguntas, as quais foram preenchidas com respostas, que em muitos casos não tinham muito haver com a pergunta elaborada. Um exemplo disso é o preço de custo e o preço de venda dos respectivos geladinhos, em que encontramos respostas nas quais o preço de custo é maior que o preço de venda, o que é impossível de gerar lucro, e abaixo quando perguntávamos o valor do lucro, as mesmas colocaram um respectivo valor. Diante disso, deu-se a entender que as mesmas inverteram os valores, do que era custo e do que era venda. De

forma geral, em resumo, a equipe demonstrou domínio do que estava fazendo na maioria das questões e também se mostrava interessada na resolução das etapas.

Ao analisarmos as respostas da Equipe 02**,** responsável pelo sabor de chocolate econômico, percebemos uma grande coerência das respostas dos quatro integrantes, dando para perceber a grande interação que a equipe teve ao longo das etapas, e isso percebíamos no momento que a investigação acontecia, pois, os quatro discentes estavam juntos em todos os momentos e compartilhavam todas as ideias. Percebemos que da tomada de decisão da equipe até o resultado final, com exceção da discussão, os discentes mostraram clareza e coerência nas respostas dadas.

A análise da Equipe 03**,** que ficou com o geladinho azul, levou-nos a perceber que apenas três discentes (D18, D20 e D26) participaram efetivamente da atividade, e os discentes (D05 e D07) deram pouca atenção ao que estava sendo feito, sendo que o contexto circunstanciado daquela atividade e do momento em que ela estava acontecendo não foi motivacional para os dois. Ao observarmos a frequência da turma durante o tempo em que a atividade foi elaborada percebe-se que ambos faltaram em dois encontros, e que segundo o nosso olhar dar-se a perceber a dispersão dos mesmos na equipe quando compareciam aos encontros da investigação. Quanto aos outros três discentes, que participaram em todas as etapas, observamos que o discente D26 era o líder da equipe e os outros dois contribuíram com algumas ideias. Analisando as respostas dadas na atividade, os três discentes colocaram a mesma resposta, mostrando mais uma vez que de certa forma, os três mostraram domínio do que tinham feito ao longo da atividade aplicada.

Quanto à análise das respostas dadas pela Equipe 04, responsável pelo sabor de mousse de maracujá, percebemos que os discentes mostraram coerência nas suas respostas, porém nas questões que pediam mais a opinião individual de cada um, percebemos que algumas respostas não se combinavam, mostrando que a equipe trabalhou durante todas as etapas em união, mas ao mesmo tempo mostrando as particularidades de cada membro. No geral percebemos, durante a observação, que a equipe esteve unida e trabalhando em grupo, buscando dá as melhores respostas possíveis à atividade.

A Equipe 05, que ficou com o geladinho de biscoito, era formada por quatro discentes, mas apenas dois alunos estavam presentes nesse dia. Analisando a resposta dada pelos dois, percebemos que o discente D34 buscou responder todas as questões, já a discente D12 respondeu apenas à metade das questões. Ao observarmos o desenrolar dessa equipe ao longo das três etapas, percebemos que dos quatro discentes, os alunos mais participativos foram D15

e D34, que ao longo do tempo buscaram se empenhar e tirar todas as dúvidas; já os outros dois integrantes contribuíram com poucas ideias durante o processo investigativo.

Ao analisarmos as respostas da Equipe 06, responsável pelo geladinho de coco, percebemos uma grande interação da mesma quanto ao desenrolar das estratégias e da busca pelos resultados concretos. Observando as respostas dadas pela equipe, o aluno D35 apenas respondeu dezoito questões, pois o mesmo faltou em quatro encontros da intervenção, sendo que os outros quatro integrantes da equipe responderam a todas elas com grande coerência, mostrando uma grande interação da equipe durante o processo investigativo. Quanto à questão Q28, sobre as conexões entre a questão investigada e o conteúdo de função afim, os mesmos disseram que encontraram conexões entre elas, sendo obtidas as seguintes respostas:

> Sim. Pois a fórmula da função afim ajudou na resolução de quanto produzimos, vendemos e lucramos. (D01).
> Sim. As fórmulas de função afim nos ajudaram a resolver os preços, custos, durante todo o procedimento. (D10).
> Sim, as fórmulas da função afim ajudam na parte empreendedora, ou seja, nas contas. (D22).
> Sim, as fórmulas ajudaram a resolver os preços durante o procedimento. (D38).

A análise da Equipe 07, responsável pelo sabor de manga, assim como a Equipe 03, também era formada por alguns membros em que um deles era mais motivado que os demais, que era D29. Quanto às respostas dadas, apenas três responderam ao questionário, sendo que o aluno D19 não compareceu nesse dia do sétimo encontro. Analisando as respostas dadas na atividade, os três responderam com coerência, mostrando domínio do que tinham feito.

A Equipe 08, responsável pelo sabor de goiaba, durante as três etapas se sentiram motivados em todos os momentos, nas quais interagiam, tomavam decisões, aceitavam algumas conjecturas e refutavam outras ao longo da investigação. Com relação à última questão, que perguntava o que eles tinham achado dessa atividade, todos disseram ter gostado, sendo obtidas as seguintes respostas:

> No começo não me dei muito bem com as contas, mas depois acabei gostando de como as coisas foi fluindo. (D14).
> Uma boa experiência. (D17).
> Boa, pois fez os alunos interagirem. (D30).
> Achei bem interessante, pois você aprende de uma forma diferente. (D37).
> Uma boa fonte de conhecimento. (D32).

Portanto, ao analisarmos as respostas dessas questões percebemos que a grande maioria dos alunos dessa turma compreenderam o desenrolar de cada etapa e as aplicações ligadas com a função afim puderam ser nitidamente percebidas ao longo das aulas, sendo o contexto ali presente propício à aprendizagem de Matemática.

No oitavo encontro, ao final da discussão da investigação, aplicamos dois questionários finais, sendo um deles com questões objetivas e outro com questões discursivas. O nosso objetivo era verificar o que os alunos tinham achado da nossa atividade durante as 19 aulas que estivemos em contato com a respectiva turma.

O primeiro questionário (Apêndice J), tinha o objetivo de analisar quatro seções: a primeira delas era sobre o empreendedorismo, a segunda abordava questões sobre a função afim, a terceira sobre as investigações matemáticas e a última relatava sobre significados obtidos pelas equipes, sendo que em cada seção havia quatro questões, totalizando dezesseis questões ao todo. Vale ressaltar que nesse questionário os alunos não se identificaram, assim como no questionário inicial. O questionário foi formulado apenas com questões objetivas, em que o aluno marcaria a opção mais coerente com o que foi trabalhado durante a aula investigativa, dispondo de cinco alternativas (ruim, insuficiente, bom, ótimo e excelente), na qual os discentes poderiam optar apenas por uma delas.

A primeira seção, que abordava sobre a importância do empreendedorismo e as suas conexões com a atividade investigativa, foi bastante aceita pelos discentes. Dos resultados apresentados apenas dois alunos marcaram que foi insuficiente, enquanto os demais oscilaram em um nível de bom a excelente, considerando a proposta trabalhada de grande valia para as suas aprendizagens.

A segunda seção, que abordava sobre a função afim, colocando em destaque a sua importância (Q5), as relações encontradas entre esta e a atividade (Q6), a sua importância no cotidiano (Q7) e nas áreas afins (Q8) apresentou resultados satisfatórios, pois dos trinta discentes que responderam tal questionário, apenas três disseram que a importância desse tema para o nosso cotidiano não é tão relevante, sendo a opção insuficiente a alternativa que eles marcaram; os demais responderam às outras quatro questões em uma escala que variou de bom a excelente.

A terceira seção tratava da metodologia das investigações matemáticas na sala de aula, que colocava em evidência o que eles acharam da investigação realizada por sua equipe (Q9), a avaliação deles em relação ao uso dessa metodologia (Q10), a interação das equipes durante todo o percurso da intervenção (Q11) e o que eles acharam das discussões finais e dos resultados de cada equipe (Q12). Dos resultados encontrados, a maioria ficou em uma escala de bom a

excelente nas quatro questões, mas todas elas tiveram respostas abaixo dessa escala, sendo que um aluno considerou ruim a investigação realizada por sua equipe e dois acharam insuficiente. Em relação à Q10, apenas um aluno não gostou dessa metodologia. Dos resultados obtidos na Q11, dois afirmaram que a interação de sua equipe foi ruim e cinco discentes responderam que foi insuficiente. Em relação à Q12, apenas um aluno afirmou que não gostou das discussões finais. Vale salientar que durante a descrição de cada encontro havia alguns alunos que não estavam dando muita atenção a exploração da atividade e nos registros escritos um dos discentes afirmou que a falta de interação com a sua equipe foi justamente por não terem tanto contato diário com os devidos membros que formavam a equipe.

A última seção abordava questões voltadas à produção de significados de cada equipe, na qual questionamos as estratégias abordadas pelas equipes (Q13), que significados foram produzidos durante a atividade (Q14), as conexões entre o nosso meio e a presença do conteúdo de função afim (Q15) e que significados cada equipe obteve nas discussões finais (Q16).

Dos resultados analisados, apenas 29 discentes responderam às cinco últimas questões, sendo que dessas respostas apenas dois alunos não gostaram das estratégias de sua equipe e um não achou relevante a contribuição de sua equipe na atividade. Os demais responderam em uma escala que variava de bom a excelente, sendo o nível bom, o resultado que prevaleceu nas respostas dadas.

Observamos, em uma análise geral, que a atividade foi bem aceita pela grande maioria, conforme podemos perceber pelas respostas obtidas nessa discussão, sendo as respostas que variam em uma escala de bom a excelente as que mais prevaleceram no questionário.

O segundo e último questionário (Apêndice K) também tinha o mesmo propósito que o questionário do Apêndice J, diferenciando-se deste porque o aluno iria se identificar e as respostas seriam escritas. O mesmo continha cinco questões e abordava as mesmas ideias do outro.

A primeira questão dizia o seguinte: *Aponte pelo menos três pontos que você e sua equipe julgaram ter compreendido sobre o conteúdo de função afim e que estiveram presentes durante a execução da atividade que foi proposta.*

Diante da análise das respostas dadas, os discentes citaram várias ideias, e entre elas, resumidamente, citamos as seguintes: “A função afim esteve presente durante a construção dos gráficos, na criação de fórmulas que modelassem o custo, o lucro e à venda na atividade e também na elaboração dos dados; também esteve presente durante as propostas de vendas e nos cálculos feitos durante as etapas da investigação; ajudou na elaboração de estratégias para ter lucro e nas contas para saber quanto foi o preço do geladinho”.

A segunda questão dizia o seguinte: *Aponte pelo menos três pontos que você e sua equipe analisaram no decorrer dessa tarefa sobre a metodologia das investigações matemáticas e coloque em destaque a sua opinião sobre o uso dessa metodologia nas aulas de Matemática.*

Das respostas dadas, resumidamente, temos: "Essa metodologia torna as aulas mais interessantes e diferentes; trabalha o nosso raciocínio; ajuda a manter o trabalho em equipe legal, pois podemos ouvir diversas ideias em relação a atividade; esse método pode contribuir para colocar em destaque a importância do empreendedorismo nas escolas; contribui como um dos caminhos para podermos sermos um bom empreendedor; é uma metodologia apropriada para o mundo dos negócios; ajudou no melhor entendimento do conteúdo; foi muito interessante nos esforçarmos a compreender como acontece a venda de geladinhos; ajudou no incentivo dos alunos quererem aprender mais sobre o assunto; essa metodologia tornou o aprendizado melhor, pois é uma forma de aprender se divertindo; é uma metodologia que passa por algumas etapas, sendo elas: 1 interpretar a questão; 2. Desenvolver ideias e 3. Chegar a bons resultados, sendo usado o nosso conhecimento e não o conhecimento do professor; é uma metodologia que apresenta aulas diferentes e divertidas; exige um pouco de paciência para ser realizada; é interessante porque a equipe é quem elabora suas ideias e estratégias; é uma metodologia que pode aproximar a Matemática com algo presente em nosso cotidiano, como o comércio, por exemplo; ajuda aos alunos a se interagirem, a melhorar o convívio com a equipe e ajuda aos alunos a compreenderem melhor o assunto; é uma boa ideia de aula para a disciplina de Matemática, que deveria ser aplicada em todas as escolas, pois é uma forma bem interessante de uma aula prática que ajuda muito ao aluno a *quebrar a cabeça* até chegar na solução final".

A terceira questão abordava o seguinte: *Aponte pelo menos três pontos que você compreendeu sobre a importância do empreendedorismo para a realização dessa tarefa, colocando em pauta o que você achou da proposta da venda de geladinhos trabalhada no decorrer dessa intervenção.*

Diante da análise das respostas dadas, resumidamente, demos ênfase às seguintes ideias apontadas pelos discentes: "Essa proposta traz problemas do cotidiano para a classe; mostra que qualquer tipo de comércio pode dar dinheiro; ajuda a compreender que é possível trabalhar assuntos como o empreendedorismo dentro das aulas de Matemática; é uma experiência que faz parte do nosso dia a dia; ajuda ao aluno a despertar seu espírito de empreendedor; é uma proposta brilhante que podemos colocar em prática; é sempre bom ter esses tipos de trabalhos sobre empreendedorismo para conhecermos como é a vida dos negócios, para quando a gente ficar adultos ter a noção do que é ser um empreendedor; o empreendedorismo está bem presente

em nosso cotidiano e dessa forma aliá-lo as aulas de Matemática pode contribuir para o nosso aprendizado; o empreendedorismo esteve presente na estratégia das vendas, na elaboração dos preços de venda de cada geladinho e na elaboração do cartaz de vendas. Na verdade, eu achei muito importante escolher a venda de geladinhos por ser uma coisa simples e fácil de trabalhar, e nos fez com que nos sentíssemos verdadeiros empreendedores; o empreendedorismo foi assunto usado nessa atividade, e daqui podemos levá-lo para a vida; isso é bem top, pois você compreende melhor outros assuntos que são envolvidos com contas, e pode nos ajudar a nos tornarmos ricos com tais propostas; eu nunca pensei que desse tanto trabalho para fazer geladinhos: gráficos, valores, propostas, etc., mas foi uma proposta bem interessante."

A quarta questão abordava sobre produção de significados e dizia o seguinte: *Aponte pelo menos três pontos que abordem o desenvolvimento da produção de significados formulados por você e sua equipe, colocando em evidência as decisões iniciais de sua equipe, o desenrolar das estratégias ao longo do desenvolvimento da atividade e a conclusão desses resultados.*

Das respostas dadas, os discentes citaram as seguintes ideias: "Durante o desenvolvimento da atividade começamos, inicialmente, a expor nossas propostas; utilizamos bastante a regra de três na parte II da atividade; a função afim foi a base da execução da atividade; utilizamos a estratégia de deixar o valor do nosso lucro acima do valor da produção; primeiro começamos a desenvolver estratégias de venda, como o local, depois calculamos o preço dos ingredientes e por último estabelecemos metas de como íamos vender os geladinhos fabricados; a nossa equipe no começo teve dificuldades, mas a gente buscou uma forma fácil de resolver o que foi proposto: vender mais barato para poder lucrar mais e também fazer tipo uma promoção no início; as estratégias levantadas por nossa equipe foi a de começarmos com a proposta de vendas em locais com mais movimento, em locais abertos e fazer também algumas promoções para que depois que "pegarmos" clientes, observarmos se vender geladinhos, de fato, valeria a pena; as nossas estratégias partiram da ideia de 1. Descobrirmos o preço de uma unidade; 2. Descobrirmos o lucro de acordo com as nossas vendas; e 3. Descobrirmos o lucro mensal a partir da criação da nossa proposta; os nossos significados sobre a atividade surgiram a partir do descobrimento do preço do valor de produção dos sabores de cada geladinho, com os quais, em seguida elaboramos estratégias de vendas para os geladinhos de 115 mℓ e de 180 mℓ, respectivamente; inicialmente formulamos promoções e utilizamos como estratégia, vendermos em locais que ao nosso ver, dariam um bom lucro; inicialmente tivemos algumas dificuldades na obtenção dos preços; também tivemos a ideia de que o mais

barato iria vender mais e procuramos, assim, vender geladinhos menores, com um preço razoável, pois daria mais lucro.”

A última questão dizia o seguinte: *Aponte pelo menos três pontos que, em sua opinião, precisaria ter sido melhorado ao longo do acontecimento dessa intervenção.*

Das respostas dadas, os discentes citaram as seguintes ideias: “Melhorias na interação entre alguns integrantes do grupo; mais tempo para a realização da atividade; menos barulho da turma durante o desenvolvimento do trabalho; deveríamos produzir o nosso próprio geladinho e sair vendendo; melhor participação das equipes na discussão final; que o professor tivesse escolhido as equipes; que os grupos fossem mais bem divididos; que a gente procurasse saber ao certo se o nosso preço de venda era aceito pelo mercado; que tivesse um outro professor para auxiliar durante o desenvolvimento da atividade; que tivesse um espaço mais adequado para as interações dos grupos; que fosse feita em um espaço aberto por causa das interações das equipes, o que causava muito barulho; que houvesse mais diálogo entre os membros das equipes; que a gente fizesse dindim na prática; que a gente realizasse a experiência na prática, pois poderíamos tentar vender o que iríamos produzir”.

Dos resultados obtidos nos questionários finais, podemos perceber que a atividade contribuiu em diversos aspectos para a aprendizagem dos discentes dessa turma sobre o conteúdo de função afim. Tal resultado positivo nos reforça a utilizar essa metodologia nas aulas de Matemática sempre que possível, pois a mesma é capaz de desafiar os alunos a pensar e usar suas ideias para resolverem os desafios pedidos. Esta também ajuda ao professor avaliar o progresso dos alunos e perceber o desenvolvimento de cada um, contribui para que o aluno raciocine matematicamente e não se torne um mero resolvedor de exercícios, desafiando-o a elaborar suas próprias estratégias e auxilia aos mesmos a serem construtores do seu próprio conhecimento, permitindo-lhes produzir significados nas tarefas exploratórias abordadas na sala de aula.

Nessa análise de questionários também são importantes questões reflexivas e críticas sobre as práticas do empreendedorismo no mercado capitalista atual, que muitas vezes promove o individualismo e cria nas pessoas um espírito de competição no qual vence o mais capaz. Diante disso citamos o que diz Corrêa (2000, p. 41):

> O critério mercantil promove o individualismo, desmobiliza ações de solidariedade e de participação social, mas tranquiliza a consciência uma vez que a lógica do modelo é considerada a lógica da natureza: vence o mais capaz.

Logo, pelo que foi exposto poderíamos ter abordado sobre esse individualismo que as políticas neoliberais promovem, poderíamos ter refletido como um vendedor de geladinhos encara tudo isso, se é que consegue encarar! Poderíamos também ter falado sobre o poder hegemônico, em que um vendedor de geladinhos muitas vezes em vez de fazer o próprio produto e comercializá-lo, ele prefere comprar de grandes empresas e *tentar a sorte* com o seu preço estabelecido. Poderíamos ter argumentado que na sociedade capitalista os ricos cada vez ficam mais ricos e os pobres cada vez mais na pobreza, mostrando a atuação do poder hegemônico e a partir disso várias discussões poderiam ter sido levantadas pelos alunos.

Diante dos resultados apresentados por esses quatro questionários, podemos concluir, enquanto pesquisadores, que os mesmos nos ajudaram no levantamento dos dados dessa pesquisa, não servindo apenas para avaliar a compreensão das questões para um melhor aproveitamento da atividade aplicada. Percebemos que os resultados presentes mostraram que os alunos foram além desse contexto e encontraram respostas além do âmbito matemático.

6.5 Momento final: encerramento da proposta de intervenção

Após os alunos responderem os dois questionários finais, a sirene tocou para a hora do recreio. Nesse momento, levamos até a sala de aula uma caixa de geladinhos com os sabores de maracujá, coco e amendoim para fazermos a distribuição com a turma como um meio de agradecer aos discentes pela participação e colaboração com o nosso trabalho.

Em relação à produção de geladinhos feita pelas equipes, que havíamos falado anteriormente, não deu certo porque os discentes daquela turma não eram todos da cidade e também faltava um espaço apropriado para que todos pudessem se sentir à vontade para realizar o processo de produção. Também percebemos que já tínhamos ocupado 19 aulas da respectiva turma com a nossa intervenção e o bimestre já estava próximo a ser terminado, sendo que isso levaria mais tempo para fazermos, o que não dava certo. Deixamos claro que, em outra ocasião, poderíamos pensar em voltar até lá e colocarmos as propostas em ação.

Quanto ao momento final, os alunos gostaram da ideia de levarmos geladinhos para serem distribuídos, sendo este um simples gesto de agradecimento por tudo o que eles fizeram durante a execução das etapas dessa intervenção, a qual, ao longo dessas discussões, pudemos perceber que foi bastante aceita pela grande maioria dos discentes, sendo toda a investigação plausível.

A seguir, apresentamos algumas fotografias como registro desse momento.

Figura 29. Fotografias da distribuição de geladinhos na sala de aula: momento final
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Assim, encerramos a nossa investigação, e ficou combinado que, em seguida, mandaríamos para o e-mail do professor regente da turma as notas dos alunos referente à primeira nota do terceiro bimestre. Tanto a frequência quanto as notas dos discentes, obtidas nesse período, encontram-se nos Apêndices L e M, respectivamente.

CONSIDERAÇÕES E REFLEXÕES FINAIS

Levando-se em consideração a fundamentação teórica e a pesquisa de campo, juntamente com a aplicação das etapas da atividade exploratório-investigativa, cabe novamente fazermos uma reflexão sobre o problema que delimitou o nosso estudo: *Quais produções de significados que os discentes obtêm através do processo de aulas investigativas, nas aulas de função afim, com situações voltadas para contextos do cotidiano?*

Trazemos, a partir de nossas análises, algumas considerações e reflexões feitas com esse estudo, e fazemos uma retomada na pesquisa destacando os objetivos e a relevância do tema abordado para a Educação Matemática. Nossas reflexões estão baseadas sobre o ensino de funções, em particular sobre a função afim, e sobre a importância dos contextos aliados ao cotidiano para o aprendizado da mesma. Procuramos dar ênfase também na metodologia das investigações matemáticas, adotada em nossa pesquisa, e apontar como, a partir dessa metodologia, os discentes conseguiram produzir significados nas etapas da atividade de intervenção durante o acontecimento do levantamento dos dados.

Finalizamos este capítulo, apresentando algumas reflexões sobre os acontecimentos dos episódios de ensino, nos quais apontamos a possibilidade de ampliação das atividades realizadas em campo para que outros professores possam utilizá-las e a partir disso surjam novos olhares nessa temática para futuras pesquisas.

Revisitando a pesquisa

Enquanto professores de Matemática, não são poucas as vezes que escutamos tanto na escola como fora dela, alunos e outras pessoas dizendo que apresentam muitas dificuldades nesse componente curricular e que não conseguem aprender nada relacionado a essa disciplina. Nesse mesmo contexto não são poucas as vezes que ouvimos dos alunos em sala de aula as famosas frases: "*E eu vou usar isso em quê?"* e *"Para que estudar isso?"*

Diante dessas, também surgiram nossas indagações sobre a forma como o ensino de Matemática ainda é, na maioria das vezes, abordado nas escolas e, a partir disso, surgiu o desejo de tentar encontrar formas que pudessem aproximar aquilo que era ensinado com aquilo que é vivido, na busca constante de aproximar a Matemática com o mundo social dos discentes.

Diante das muitas reflexões feitas a partir de suportes teóricos que apresentavam esse olhar, comentamos como a contextualização aliada a situações do cotidiano pode ajudar no ensino das diversas temáticas a partir de situações reais. A partir disso, decidimos procurar

entender esse processo, e nessa pesquisa, por meio de aulas investigativas, tentamos compreender significados produzidos pelos alunos quando utilizamos situações voltadas para os contextos do mundo real, conforme elucidado no modelo teórico dos campos semânticos.

Com essa ideia focamos no conteúdo de função afim. A partir desse assunto, unimos a teoria dos campos semânticos, proposta por Rômulo Campos Lins, à metodologia das investigações matemáticas na sala de aula, baseando-nos nos escritos de João Pedro da Ponte, Joana Brocardo e Hélia Oliveira. A partir da união desses três itens foram surgindo inquietações que levaram a formulação do objetivo geral dessa pesquisa: analisar, através de aulas investigativas, produções de significados obtidos no conteúdo de função afim, baseados em contextos voltados para o cotidiano.

Ao pensarmos em algo do cotidiano que pudesse ser aplicado ao estudo da função afim, pensamos na venda de geladinhos, algo bem conhecido em nossa região, por ser de clima semiárido, que apresenta as temperaturas altas, fazendo muito calor durante o ano inteiro, e por este ser um tipo de produto que as pessoas consomem muito na época do verão, principalmente. A partir dessa ideia, foram surgindo outras, ou seja, como trabalhar atividades voltadas para a fabricação desse tipo de produto e ao mesmo tempo aliadas ao conteúdo de função afim.

Ao formularmos uma atividade de cunho investigativo, a dividimos em três etapas e fomos investigar como os estudantes do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Sousa, Paraíba reagiriam a essa proposta. Analisamos cada registro dos alunos, durante a resolução das etapas, fazendo anotações no diário de bordo, registros fotográficos, aplicações de questionários e gravações de áudio das interações que aconteciam entre as equipes durante a investigação e, em seguida, fizemos a análise dos dados levantados, com os quais chegamos aos resultados da nossa proposta, conforme foi explorado no Capítulo 6 dessa dissertação.

No início dessa pesquisa, o nosso intuito foi esse, mas, após a qualificação desse trabalho, surgiram outras inquietações que deram origem ao Capítulo 4, pois as reflexões sobre o empreendedorismo no mercado regido pelo capitalismo e pelas políticas neoliberais oferecem ao nosso trabalho um olhar mais crítico, uma vez que sabemos que tais políticas mandam e desmandam na sociedade em que estamos inseridos e, diante disso, tais reflexões precisam ser elencadas. Mesmo diante da falta desse olhar crítico, durante o levantamento dos dados, percebemos no decorrer da redação dessa dissertação que o conjunto de atividades aplicadas contribuiu bastante para o envolvimento dos sujeitos da pesquisa, sendo que houve a participação de todos os envolvidos e, sem dúvidas, a investigação feita foi plausível tanto para

a produção de significados dos discentes participantes quanto para o aprimoramento das discussões na Educação Matemática.

Reflexões sobre as ideias desenvolvidas na pesquisa

Diante das ideias desenvolvidas nessa pesquisa e dos dados levantados com a mesma, podemos apontar, a partir da finalização do trabalho de campo, que as maiores dificuldades dos alunos no estudo da Matemática são, na sua grande maioria, oriundas da falta de associação entre o que eles estudam na escola e o que eles vivem no seu mundo real. Em nosso trabalho discutimos sobre os contextos aliados ao cotidiano e apontamos, na fundamentação teórica, um grande leque de opções de aplicações da função afim, foco do nosso estudo. Ressaltamos também que, a inserção de tais contextos reais em sala de aula, pode ajudar a diminuir as variadas dificuldades presentes no ensino e na aprendizagem dos alunos sobre os conteúdos mencionados durante o ano letivo. Tudo isso só fará sentido para os discentes dependendo, e muito, das suas motivações para estudarem. Em relação a isso, apontamos as ideias do contexto circunstanciado, ou seja, das circunstâncias no momento em que as explanações das temáticas estão acontecendo, e é ele quem dirá se o momento é ou não oportuno para o educando aprender.

As ideias de contexto circunstanciado são importantes em nossa pesquisa porque nenhuma metodologia é eficaz quando o aluno não está disposto a aprender, uma vez que são as circunstâncias que darão ao aluno a motivação para ele aprender ou não. Como discutido no Capítulo 1, o contexto circunstanciado sempre está presente e, para que o aluno aprenda, não depende apenas da maneira como o professor atua, mas das circunstâncias presentes no momento da explanação do professor, que, por mais interessante que seja, pode ou não gerar interesse no aluno para aprender, pois isto também depende do interesse dos alunos e dos seus repertórios trazidos para a sala de aula.

A nossa atenção nessa pesquisa foi focada no conteúdo de função afim por ser uma temática importante de amplas aplicações tanto na Matemática como em áreas afins e um bom conteúdo para abordar questões envolvendo a produção, venda e lucro de geladinhos. Destacamos também a descoberta das expressões algébricas das funções que modelavam tais situações e a elaboração dos gráficos que facilitou o entendimento dessas funções construídas no decorrer das etapas da pesquisa.

Destacamos a metodologia das investigações matemáticas como uma das alternativas que podem contribuir para que os alunos participem ativamente de seus processos de aprendizagem, induzindo-os a levantarem suas hipóteses sobre as atividades feitas, e ao mesmo

tempo, testarem os resultados encontrados. Assim, os alunos se sentiram livres para exporem suas ideias e apresentarem seus resultados uns para os outros, levando a turma a uma interação matemática de um assunto do cotidiano (venda de geladinhos) com um assunto escolar (função afim).

Salientamos que o trabalho usando tal abordagem metodológica representa um contexto rico e, ao mesmo tempo, desafiador, tanto para o professor quanto para os alunos, que são acostumados a estudarem a Matemática de uma forma diferente, em que quase sempre não exige muito o raciocínio do aluno. Nessa metodologia, o aluno é o construtor de suas ideias, o qual torna-se participante da produção de suas ideias matemáticas. Para o professor, essa metodologia é significativa porque o ajuda a compreender as diversas maneiras que os alunos resolvem os problemas, e dessa forma pode levar os mesmos a se interessarem mais pelas temáticas discutidas na sala de aula.

Quanto ao modelo teórico dos campos semânticos, o mesmo nos ajudou a compreender como os discentes produziram significados em cada etapa da atividade exploratório-investigativa, sendo que cada equipe ficou responsável por desenvolver as suas ideias com um único sabor de geladinho. A partir dessa opção, a equipe traçaria estratégias para a venda de 500 geladinhos diários divididos em dois tipos, 115 mℓ e 180 mℓ, e, a partir dessas estratégias, eram elaboradas funções que modelassem os gastos da produção, o preço de venda e o lucro obtido pelos geladinhos.

Tal proposta investigativa tinha o propósito de conhecer a tomada de decisão de cada equipe, o desenrolar do desenvolvimento de cada grupo e a apresentação dos resultados finais. A partir disso, haveria uma ampliação do conhecimento sobre função afim entre eles, o qual segundo Lins (2012), "consiste em uma crença-afirmação, que se resume nas enunciações que um certo indivíduo enuncia a partir daquilo que ele acredita", e, junto com esta crença-afirmação, há a justificação, ou seja, esta justificativa é o suporte que dá ao indivíduo a autoridade de dizer aquilo que ele está dizendo.

Logo, as discussões finais simbolizaram a parte da justificação, em que cada equipe, de acordo com as suas crença-afirmações elaboradas e analisadas, pôde falar (enunciação) dos resultados obtidos a partir de ideias matemáticas oriundas do conteúdo de função afim e, a partir disso, acreditamos que houve a obtenção do conhecimento sobre a temática abordada.

Portanto, a decisão de trabalharmos essa metodologia aliada com essa teoria, surgiu a partir do paralelo que fizemos entre as duas e do encaixe que enxergamos existir entre ambas, o que favoreceu entendermos como os alunos produziam seus significados em cada etapa, a partir de uma investigação matemática.

Reflexões finais da pesquisa

Por meio da análise dos dados, percebemos que o uso da metodologia das investigações matemáticas em conjunto com as ideias propostas no modelo teórico dos campos semânticos confirmou que o trabalho com atividades voltadas para contextos do cotidiano pode contribuir para que os alunos interajam ideias matemáticas uns com os outros, além de favorecer momentos de levantamento de ideias, interação dessas ideias, teste das mesmas e discussões finais sobre elas nos episódios de ensino.

Percebemos, enquanto pesquisadores, que a cada etapa da investigação, os alunos em sua grande maioria, se sentiam motivados com a nova atividade iniciada. Na Etapa I, os alunos deram a sua primeira ideia sobre o que achavam da venda de geladinhos e que estratégias eles adotariam, caso fossem um empreendedor desse ramo de negócio. Esse momento foi importante porque foi o arranque inicial da pesquisa, em que precisávamos ouvir as ideias dos alunos sobre o que estávamos propondo em nossa proposta de intervenção. Em seguida, na Etapa II, no preenchimento do quadro com os ingredientes dos nove sabores de geladinhos dados, deixamos as equipes à vontade na escolha do preço de cada um. Notamos uma grande preocupação de cada membro para colocar o valor mais próximo do valor real, tanto é que até panfletos de supermercado uma equipe trouxe durante dois encontros, sem nada mencionarmos enquanto estávamos no trabalho em campo. Já a Etapa III, foi o momento da concretização das ideias sobre as funções, sendo feito um sorteio com o nome dos sabores presentes na segunda etapa, em que cada equipe se responsabilizaria pelo estudo e criações de propostas de venda de um único sabor. Em cada grupo foram discutidas ideias voltadas para o empreendedorismo, como gastos, preço de venda, lucro obtido, divulgação e estratégias para as vendas. A partir das descobertas feitas para o custo, venda e lucro de um único sabor de ambos os geladinhos foi a vez de conhecermos que significados cada equipe atribuiu àquela atividade, voltando-se para o estudo da função afim, assunto este que tinha sido abordado uma semana antes do início dessa intervenção.

Percebemos que ao longo dos oito encontros muitos significados foram atribuídos à investigação, sendo que muitas vezes os alunos procuravam chegar com esta situação abordada o mais próximo do real possível. Os alunos produziram significados, em primeiro lugar, quando começaram a pensar nas estratégias de vendas, escolhendo quantas unidades vender de cada tipo de geladinho, em seguida esses significados foram produzidos no cálculo das porções desconhecidas, em que as equipes perceberam que as porções de 115 mℓ sempre rendiam mais que as porções de 180 mℓ e também ao darem os preços dos ingredientes presentes no quadro

com os sabores e seus ingredientes. Além disso, os discentes produziram significados ao fazerem o cálculo das despesas, na proposta de venda para obterem determinado lucro, nas funções encontradas, nos gráficos construídos, nos cartazes confeccionados por eles, enfim, houve produção de significados do início ao fim da atividade.

A fase final das discussões de cada equipe também constituiu momentos de produção de significados, pois, cada equipe repassou para as demais as suas ideias, em que cada uma delas chegaram a modelagens diferentes, mas que conseguiam representar a mesma ideia, e, dessa forma, novos significados foram produzidos naquele momento.

Entendemos, com base nessa experiência, que enfatizar atividades investigativas nas aulas de Matemática contribui para que o trabalho do professor seja mais valorizado, pois os alunos, ao exporem suas ideias e entendimentos daquilo que estão fazendo, permitem ao professor compreender como cada um está aprendendo. Nessa metodologia, o professor deixa de ser o centro das ações para dar vez aos alunos, sendo que as interações entre eles, as reflexões construídas e a tomada de decisão de cada equipe contribuem para que diferentes aprendizagens aconteçam sobre uma determinada atividade, como verificamos na nossa intervenção.

Após essa experiência, com aulas investigativas, na qual percebemos o grande êxito que os alunos tiveram com essa atividade sobre a venda de geladinhos e a relação feita com a função afim, defendemos aqui duas ideias importantes para o ensino de Matemática: a primeira delas é que haja a valorização do cotidiano dos alunos, e que contextos voltados a este possam ser inseridos nos contextos de ensino e, a segunda, é que aulas investigativas sejam adotadas nas abordagens matemáticas, o que permitirá ao professor conhecer melhor o processo como cada aluno aprende e expõe suas ideias sobre aquilo que é pedido em uma atividade exploratória.

Além das interações dos alunos e das discussões das ideias de cada equipe, outro ponto importante para a nossa observação sobre a importância dessa metodologia são os registros escritos dos alunos, como mencionados no Capítulo 6, pois tais registros nos ajudaram a compreendermos as ideias mais relevantes contidas na exploração de cada etapa da tarefa exploratório-investigativa e também possibilitaram o entendimento de como se deu o desenvolvimento das interações entre as equipes, ao longo desse percurso.

Portanto, podemos concluir com esse trabalho que quando os alunos discutem uma determinada tarefa investigativa, as interações, o levantamento de ideias, a tomada de decisão e as discussões feitas nos ajudam a refletirmos sobre o ensino desse componente curricular e ao mesmo tempo, permitem a estes conversarem sobre Matemática, a descobrirem ideias voltadas para esta e a chegarem a resultados que são construídos baseados em seus próprios pensamentos, permitindo assim a valorização dos seus conhecimentos prévios, favorecendo a

obtenção de novos conhecimentos plenos de significados. Logo, concluímos com estas ideias que a aula investigativa permite um contexto circunstanciado adequado para o ensino de função afim.

Nossas conclusões

Como discutido ao longo desse texto, o ponto de partida para esta pesquisa consistiu em investigar como os alunos produziriam significados para o conteúdo de função afim, tendo como proposta uma atividade que abordava a venda de geladinhos, desde a sua produção até a elaboração do lucro final, para a verificação se este tipo de empreendedorismo valeria ou não a pena.

A metodologia adotada, que foi a exploratório-investigativa, nos ajudou a entendermos que significados cada equipe atribuiu no desenvolvimento das três etapas, nos possibilitando conhecer como os alunos adotavam suas estratégias, como elas eram vistas pela equipe e qual a tomada de decisão de cada uma para a resolução da proposta aplicada.

A realização desse trabalho veio somar com todos os benefícios que ao longo de nossa formação fomos adquirindo, o qual permitiu ampliarmos nosso conhecimento matemático e, ao mesmo tempo, o nosso fazer pedagógico na sala de aula, o qual possibilitou refletirmos mais sobre a nossa prática, como os nossos alunos aprendem e como adotar estratégias para que as aulas de Matemática tenham mais sentido.

Continuando com essas ideias sugerimos novas pesquisas que complementem a nossa investigação, que veja nessa metodologia potencialidades para novas práticas pedagógicas e que outros conteúdos possam ser contemplados com ideias investigativas, uma vez que tal perspectiva metodológica pouco tem sido utilizada na sala de aula, por levar muito tempo e exigir do professor um olhar mais criterioso do que as metodologias convencionais.

Com essa pesquisa, vimos que a ideia foi bastante aceita pelos discentes da turma na qual aplicamos. Em diversas vezes, durante os episódios de ensino, dúvidas eram questionadas pelas equipes e tais dúvidas eram devolvidas em formas de perguntas que os ajudassem a encontrar o caminho para o que estavam fazendo. Em relação a isso, Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 52) afirmam que:

> Quando os alunos se confrontam com dúvidas ou com um impasse no seu trabalho, não sabendo como prosseguir, o professor deve começar por colocar questões abertas. Muitas vezes, quando os alunos lhe colocam uma questão, a melhor estratégia é devolvê-la, levando-os a pensar melhor sobre o seu

> problema. Por vezes, há necessidade de as questões se transformarem em sugestões orientadoras da atividade dos alunos".

E isso talvez, seja o ponto mais importante dessas aulas, pois os alunos não obtêm uma resposta pronta, mas são desafiados a lapidarem suas ideias e chegarem aos resultados esperados. O mais interessante é que, no início, achamos que isso não vai acontecer, mas, de repente, para nossa surpresa, nos surpreendemos com os resultados.

Dessa maneira, ao concluirmos esse trabalho, saímos satisfeitos com o conhecimento que adquirimos durante o percurso vivenciado no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática, pois, durante o tempo aqui vivenciado ampliamos nossos horizontes e compreendemos a importância das reflexões para a nossa prática pedagógica, enquanto professores de Matemática que buscam fazer o diferencial em seu fazer pedagógico.

Em relação ao produto educacional da nossa pesquisa, decidimos fazer um livreto com a atividade abordada nessa pesquisa, na qual oferecemos dicas e sugestões para que os professores possam abordá-las em suas salas de aulas, frisando nesse contexto as conexões entre elas e o cotidiano, e como executá-las numa perspectiva exploratório-investigativa. Também frisamos nesse livreto, uma discussão crítica para os professores utilizarem na sala de aula, em que expomos debates sobre o empreendedorismo, o neoliberalismo e a sociedade capitalista na qual estamos inseridos. Essa crítica reflexiva é frisada, em maiores detalhes, nesse produto educacional.

Com os resultados adquiridos ao longo desse percurso pretendemos estender esse estudo a outros conteúdos do ensino de Matemática e a outros níveis de pesquisa, com a intenção de refletirmos, e ao mesmo tempo, provocarmos reflexões sobre o ensino de Matemática em uma perspectiva investigativa. Assim, a busca por novos conhecimentos não para por aqui, essa é a nossa meta, seguirmos em frente à procura de novas conquistas no âmbito da Educação Matemática, enquanto educadores e professores que pensam e se preocupam com o fazer matemática na sala de aula.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Gêneros do discurso como forma de produção de significados em aulas de Matemática**. Campina Grande: Eduepb; São Paulo: Livraria da Física, 2016.

ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Sobre situações e contextos.** IN: SANTOS, Vinício de Macedo. Ensino de matemática na escola de nove anos: dúvidas, dívidas e desafios. São Paulo: Cengage Learning, 2014.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Portugal: Editora Porto, 1994. V.12 (Coleção Ciências da Educação).

BRAGA, Ciro. **Função: A alma do ensino da matemática. São Paulo**: Annablume; Fapesp, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – Documento preliminar. 2ª versão. MEC. Brasília, DF, 2016. Disponível em: <http://historiadabncc.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf > Acesso em: 03 mai. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – Documento preliminar. 3ª versão. MEC. Brasília, DF, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf > Acesso em: 03 mai. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. MEC, SEB, DICEI. Brasília, DF, 2013. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=13448-diretrizes-curiculares-nacionais-2013-pdf&Itemid=30192 > Acesso em: 03 mai. 2017.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias.** Brasília, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf > Acesso em: 06 jul. 2017.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio** (PCN+): Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF: MEC, 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf> Acesso em: 06 jul. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Ministério da Educação. **Orientações curriculares para o ensino médio - Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** 2006. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf> Acesso em: 06 jul. 2017.

BRITO, Andréia Matos; PEREIRA, Pedro Silvino; LINARD, Ângela Patrícia. **Empreendedorismo**. Juazeiro do Norte: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE, 2013. Disponível em: <http://estudio01.proj.ufsm.br/cadernos/ifce/tecnico_edificacoes/empreendedorismo.pdf> Acesso em: 02 mai. 2018.

CAMPITELI, Heliana Cioccia. **Funções**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2006.

CORRÊA, Vera. **Globalização e neoliberalismo: O que isso tem a ver com você, professor?** Rio de janeiro, Quartet, 2000.

D'AMBROSIO, Ubiratam. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas, Papirus, 2001 (Coleção Perspectiva em Educação Matemática).

DOLABELA, Fernando. **Pedagogia empreendedora**. São Paulo: Editora de Cultura, 2003.

Educação matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades/ Celi Espasandin Lopes, Adair Mendes Nacarato, (organizadoras). – Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Dicionário Aurélio Básico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001. Disponível em: <https://dicionariodoaurelio.com > Acesso em: 28 ago. 2016.

FRIEDLANDER, A.; TABACH, M. Promoting multiple representations in álgebra. In: CUOCO, A. A.; CURCIO, F, R. (Ed). **The roles of representation in school mathematics**. Reston, NTCM, 2001 (Yearbook 2001), p. 173 -185.

GENTILI, Pablo (org.). **Neoliberalismo e educação: manual do usuário.** In: Escola S.A. Quem ganha e quem perde no mercado educacional do neoliberalismo. Brasília. CNTE, 1996. Disponível em: < http://static.recantodasletras.com.br/arquivos/4002523.pdf>. Acesso em: 07 mai. 2018.

GITIRANA, Verônica; CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. **A matemática do contexto e o contexto na Matemática.** IN: *Coleção explorando o ensino*. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica; volume 17, 2010. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=7842-2011-matematica-capa-pdf&category_slug=abril-2011-pdf&Itemid=30192> Acesso em: 31 mai. 2018.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e Álgebra para o século XXI.** Coleção Perspectivas em Educação Matemática. Campinas, SP: Papirus, 1997.

LINS, Romulo Campos. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: ANGELO, Claudia Laus [et al.] (orgs.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática:** 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012, p. 11-30.

LOPES, Alice Casimiro. **Os parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio e a submissão ao mundo produtivo: o caso do conceito de contextualização**. Educ. Soc., Campinas, vol. 23, setembro/2002, p. 386-400. Disponível em: <https://www.cedes.unicamp.br/ > Acesso em: 31 mai. 2018.

LUCCAS, Simone; BATISTA, Irinéa de Lourdes. **A importância da contextualização e da descontextualização no ensino de Matemática: uma análise epistemológica**. Ebrapem, Unesp - Rio Claro – SP, 2008. Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/

ebrapem2008/upload/205-1-A Microsoft%20Word%20-%20gt2 luccas_ta.pdf> Acesso em: 26 mai. 2018.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1987.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. Rio de Janeiro: 2ª ed., E.P.U., 2015.

MACHADO, Nilson. **Sobre a ideia de competência**. In: MACHADO, Nilson et al. A competências para ensinar no século XXI. A formação dos professores e o desafio da avaliação. Porto Alegre: Artmed, 2002.

MONTEIRO, Alexandrina. **A matemática e os temas transversais**. São Paulo: Moderna, 2001.

OLIVEIRA, Elisângela Magela. **Educação e Neoliberalismo: A educação brasileira frente às políticas neoliberais**. Minas Gerais: cadernos da Fucamp, v. 1, n. 1.2002. Disponível em: < http://www.fucamp.edu.br/editora/index.php/cadernos/article/download/32/25f >. Acesso em: 08 mai. 2018.

OLIVEIRA, M. A. G. de. **O ensino da álgebra elementar: depoimentos e reflexões daqueles que vêm fazendo a sua história.** Campinas, 1997. Dissertação (Mestrado) – Unicamp, 1997. Disponível em: < https://www.ime.usp.br/~brolezzi/teses.htm> Acesso em: 31 mai. 2018.

PANADÉS Rubió, Angel**. Matemática e suas tecnologias: ensino médio**/ Angel Panadés Rubió, Luciana Maria Tenuta de Freitas. – São Paulo: IBEP,2005.

PONTE, João P.; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

POZO, Juan Ignácio; CRESPO, Miguel Ángel Gómez. **A aprendizagem e o ensino de Ciências do conhecimento cotidiano ao conhecimento científico**. 5ª ed. Porto Alegre, Artmed, 2009.

RIBEIRO, Alessandro Jacques. **Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função**/ Alessandro Jacques Ribeiro, Helena Noronha Cury. – 1. ed. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

SAVIANI, Demerval. **PDE-O Plano de Desenvolvimento da educação: análise crítica da política do MEC**. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

SELLA, Maria da Graça Marson; SANTOS, Margarete Aparecida dos. **Matemática financeira e o empreendedorismo: Uma possibilidade no ensino de jovens e adultos**. IN: Os desafios da escola paranaense na perspectiva do professor PDE. Artigos. SEED, Paraná, 2013. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uepg_mat_artigo_maria_da_graca_marson_sella.pdf>. Acesso em: 19 mai. 2018.

SILVA, Ariana Costa. **O Uso de Jogos nas Aulas de Matemática do Ensino Médio: Um Recurso Avaliativo do Conceito de Função.** 2016. 173f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2016. Disponível em <http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/tede/2436/2/PDF%20%20Ariana%20Costa%20Silva.pdf > Acesso em: 05 mai. 2017.

SILVA, Amarildo Melchiades; **Sobre a dinâmica da produção de significados para a Matemática**. Tese de doutorado, UNESP, Rio Claro – SP, 2003. Disponível em: <http://www.ufjf.br/amarildo_melchiades/files/2011/06/TESE-Sobre-a-din%C3%A2mica-da-Produ%C3%A7%C3%A3o-de-Significados-Amarildo.pdf> Acesso em: 28 mai. 2017.

SILVA, Ledevande Martins da. **Compreensão de ideias essenciais ao ensino-aprendizagem de funções via resolução, proposição e exploração de problemas.** 2013. 306f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2013. Disponível em: < http://tede.bc.uepb.edu.br/tede/jspui/handle/tede/1972 > Acesso em: 02 abr. 2017.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. **"Aplicações de uma Função de 1º grau"**; *Brasil Escola*. Disponível em: <http://brasilescola.uol.com.br/matematica/aplicacoes-uma-funcao-1-grau.htm>. Acesso em: 05 out. 2017.

SKOVSMOSE, Ole. **Um convite à educação matemática crítica**. Campinas, SP: Papirus, 2014.

SOUSA, ÓSCAR C. de. **Aprender e ensinar significações e mediações**. 2ª ed. São Paulo, Mackenzie, Cortez, 2005.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo olhar: matemática 1**. 2. Ed. – São Paulo: FTD, 2013.

SPINELLI, W. **A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar: o caso do ensino da Matemática.** 2011. 138 p. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde...134105/.../WALTER_SPINELLI.pdf > Acesso em: 02 mai. 2017.

STOCKMANNS, Jussara Isabel. **Pedagogia empreendedora**. Unicentro, Paraná, 2015. Disponível em: <http://repositorio.unicentro.br:8080/jspui/bitstream/123456789/840/1/Pedagogia-empreendedora.pdf> Acesso em: 05 mai. 2018.

SITES ACESSADOS:

https://www.google.com.br/search?q=Dicion%C3%A1rio#dobs=criminologia. Acesso em: 15 fev. 2017.

https://www.montarumnegocio.com/vender-geladinho-da-dinheiro/. Acesso em: 11 mai. 2017.

http://receitatodahora.com.br/7-receitas-de-geladinho-imperdiveis-para-fazer-e-vender/. Acesso em: 12 mai. 2017.

http://www.tudogostoso.com.br/. Acesso em: 12 mai. 2017.

http://www.brasil.gov.br/educacao/2016/09/inep-apresenta-resultados-da-prova-brasil-2015 Acesso em: 17 jun. 2017.

APÊNDICES

APÊNDICE A: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O/A Sr. (a) está sendo convidado (a) para participar da pesquisa intitulada: **Produção de significados a partir de investigações matemáticas: função afim e contextos cotidianos**, que tem como objetivo analisar, através de aulas investigativas, produções de significados obtidas dentro do conteúdo de função afim, baseadas em contextos voltados para o cotidiano que os senhores(as) obterão durante a execução da atividade proposta, sendo que, a partir desse trabalho colaborativo discutiremos as contribuições e limitações dessa Metodologia no ensino de Matemática.

Este é um estudo baseado em uma abordagem qualitativa, utilizando a pesquisa exploratória como método de pesquisa.

O levantamento de dados da pesquisa terá duração aproximada de 1 (um) mês, com o término previsto para 11/09/2017.

Os dados colhidos na pesquisa serão tratados de forma anônima e confidencial, isto é, em nenhum momento será divulgado o seu nome em qualquer fase do estudo. Quando for necessário exemplificar determinada situação, sua privacidade será assegurada uma vez que seu nome será substituído de forma aleatória. Os dados levantados serão utilizados apenas nesta pesquisa e os resultados divulgados em eventos e/ou revistas científicas.

Sua participação é voluntária, isto é, a qualquer momento você pode recusar-se a responder qualquer pergunta ou desistir de participar e retirar seu consentimento. Sua recusa não trará nenhum prejuízo em sua relação com o pesquisador ou com a instituição que forneceu os seus dados, como também na que trabalha.

O/A Sr. (a) não terá nenhum custo ou quaisquer compensações financeiras. Não haverá riscos de qualquer natureza relacionada à sua participação. O benefício relacionado à sua participação será de aumentar o conhecimento científico para a área de Educação Matemática.

O/A Sr. (a) receberá uma cópia deste termo onde consta o celular/e-mail do pesquisador responsável, e demais membros da equipe, podendo tirar as suas dúvidas sobre o projeto e sua participação, agora ou a qualquer momento. Desde já agradecemos!

José Joelson Pimentel de Almeida
(83) 9 9650-5321
jjmat@uepb.edu.br

Ivan Bezerra de Sousa
(83) 9 9908-7274
ivan2009.2@hotmail.com

Campina Grande, 14 de agosto de 2017.

Declaro estar ciente do inteiro teor deste TERMO DE CONSENTIMENTO e estou de acordo em participar do estudo proposto, sabendo que dele poderei desistir a qualquer momento, sem sofrer qualquer punição ou constrangimento.

_____

Responsável pelo sujeito da pesquisa

APÊNDICE B: Instrumento de levantamento de dados para traçar o perfil do aluno

Governo do Estado da Paraíba

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB

Centro de Ciências e Tecnologia – CCT

Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática

Mestrando: Ivan Bezerra de Sousa

Orientador: Dr. José Joelson Pimentel de Almeida

PERFIL DO ALUNO

1. NOME E APELIDO:

_____

_____

2. GÊNERO:

( ) Masculino ( ) Feminino

3. QUAL É A SUA IDADE?

_____

4. VOCÊ É REPETENTE?

( ) Sim ( ) Não

5. NOME DOS PAIS OU RESPONSÁVEIS:

_____

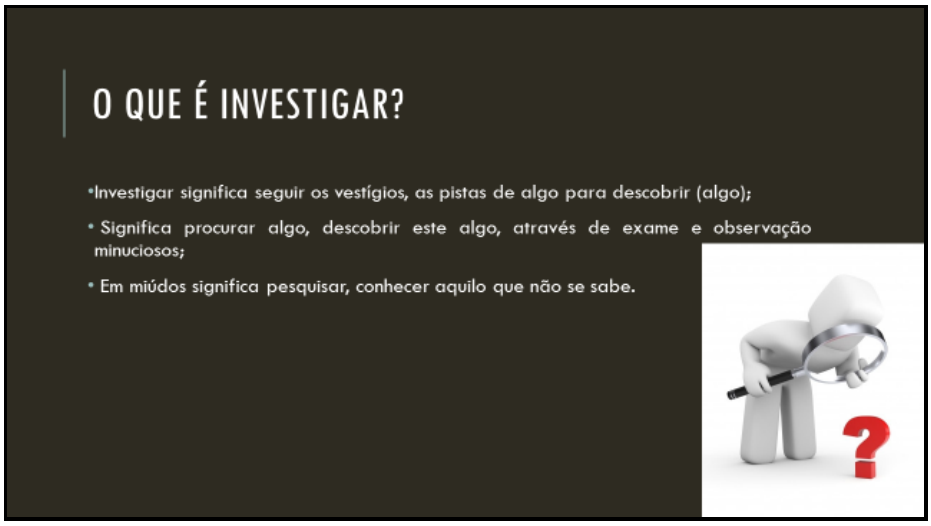
_____

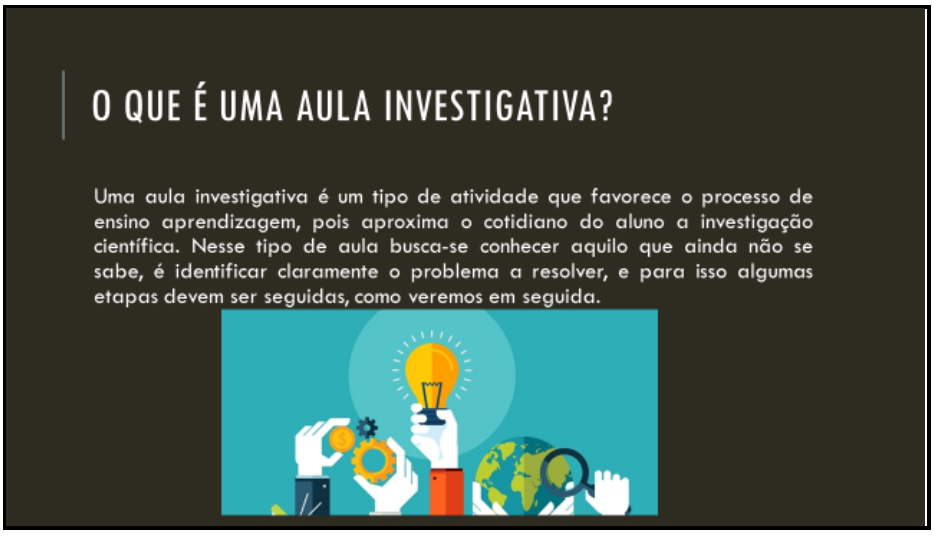
APÊNDICE C: Questionário inicial

	Perguntas	Ruim	Insuficiente	Bom	Ótimo	Excelente
Q1	Como você considera a sua relação com a disciplina de Matemática?	( )	( )	( )	( )	( )
Q2	Em relação ao ensino de Matemática que você teve ao longo de sua vida, como você o classifica?	( )	( )	( )	( )	( )
Q3	O que você acha dos conteúdos que o professor de Matemática passa na sala de aula?	( )	( )	( )	( )	( )
Q4	O que você acha das tarefas que o professor de Matemática passa para casa?	( )	( )	( )	( )	( )
Q5	Em relação a essas mesmas tarefas, como você se classifica como aluno?	( )	( )	( )	( )	( )
Q6	Fora da escola, como é a sua relação com a disciplina de Matemática?	( )	( )	( )	( )	( )
Q7	De uma forma geral, como você considera o seu aprendizado em Matemática?	( )	( )	( )	( )	( )
Q8	Quanto as explorações que foram abordadas sobre o conteúdo de função afim, como você avalia a importância desse tema para o seu cotidiano?	( )	( )	( )	( )	( )
Q9	Como você avalia no momento o seu conhecimento sobre função afim?	( )	( )	( )	( )	( )
Q10	Qual a sua avaliação sobre o que você aprendeu em relação à função afim, e que você considera pertinente para o seu conhecimento?	( )	( )	( )	( )	( )
Q11	Quanto a importância deste assunto para a Matemática, como você o classifica?	( )	( )	( )	( )	( )
Q12	Além da Matemática, como você classifica a importância da função afim para outras áreas do conhecimento?	( )	( )	( )	( )	( )
Q13	Quanto as abordagens do professor da turma em relação a essa temática, como você as classifica?	( )	( )	( )	( )	( )
Q14	Em relação as ideias principais do assunto (definição, construção de gráficos e aplicações), como você avalia a sua compreensão em relação a elas?	( )	( )	( )	( )	( )
Q15	Quanto ao seu dia a dia, como você classifica a importância deste assunto para a modelagem de certas situações que acontecem na sua rotina?	( )	( )	( )	( )	( )

APÊNDICE D: Roteiro de uma aula investigativa

SLIDES DA AULA





QUAIS AS ETAPAS DE UMA AULA INVESTIGATIVA?

Exploração e formulação de questões	• Reconhecer uma situação problemática • Explorar a situação problemática • Formular questões
Conjecturas	• Organizar dados • Formular hipóteses (e fazer afirmações sobre elas)
Testes e reformulação	• Realizar testes • Refinar uma hipótese
Justificação e avaliação	• Justificar uma hipótese • Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio.

Quadro 1 – Momentos na realização de uma investigação. (PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, 2016, p. 21)

TODA QUESTÃO INVESTIGATIVA É DIFÍCIL?

Em contextos de ensino e aprendizagem, investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento. Significa, tão só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso. Desse modo, investigar não representa obrigatoriamente trabalhar em problemas muito difíceis. Significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado. (PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA., 2016, p. 9)

FASES QUE DEVEM SER LEVADAS A SÉRIO EM UMA AULA INVESTIGATIVA.

Três fases precisam ser levadas em consideração em uma aula investigativa, que são as seguintes:

1. Introdução a tarefa, em que o professor faz a proposta a turma oralmente ou por escrito;

2. Realização da investigação, que pode ser individualmente, aos pares ou em pequenos grupos, podendo também formar um único grupo com toda a sala;

3. Discussão dos resultados, onde os alunos relatam aos colegas o trabalho resultado, ou seja, como conseguiram chegar a tais resultados e que conclusões são obtidas a partir da proposta.

EXEMPLO:

QUADRO 2- EXPLORAÇÃO COM NÚMEROS ((PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, 2016, p. 27)

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
16	17	18	19
...	...	...	...

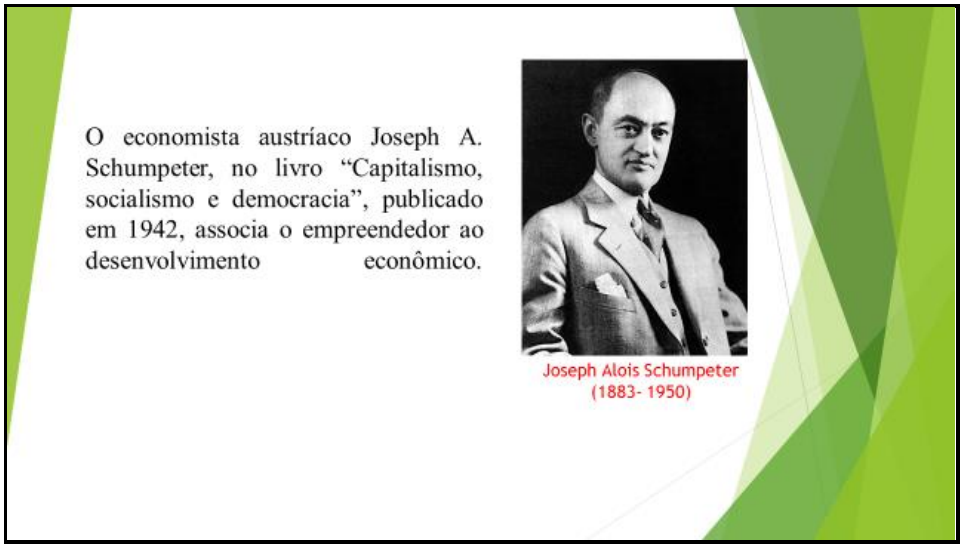
Observe a tabela e registre todas as conclusões que for obtendo.

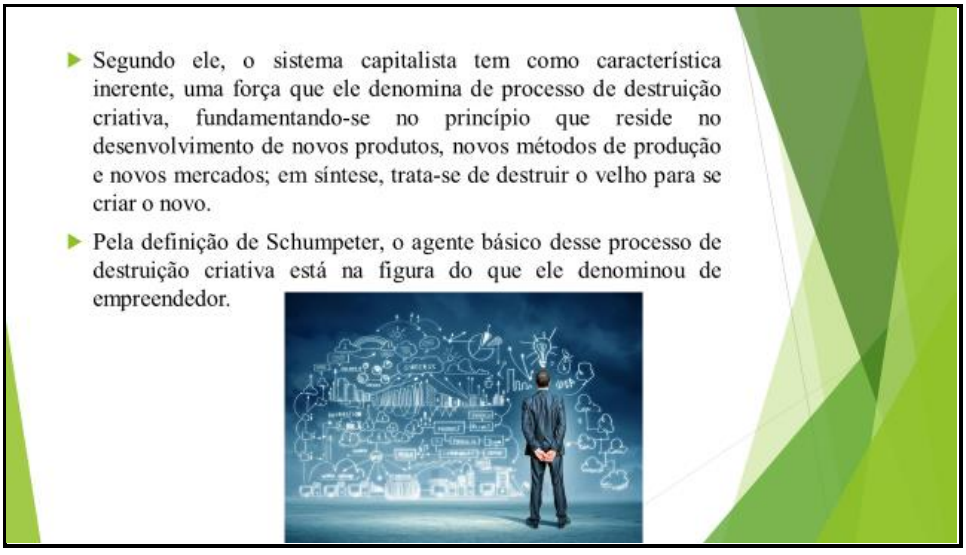
REFERÊNCIA

PONTE, João P.; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

APÊNDICE E: O que é ser empreendedor?

SLIDES DA AULA





- Numa visão mais simplista, podemos entender como empreendedor aquele que inicia algo novo, que vê o que ninguém vê, enfim, aquele que realiza antes, aquele que sai da área do sonho, do desejo, e parte para a ação.

"Um empreendedor é uma pessoa que imagina, desenvolve e realiza visões."

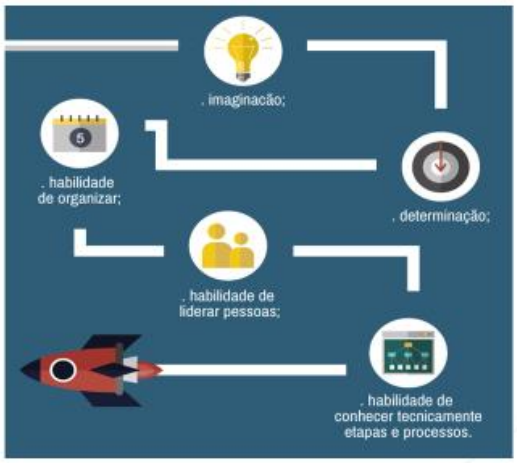
Fillion, 1999, pág. 19.

- Ser empreendedor significa, acima de tudo, ser um realizador que produz novas ideias através da congruência entre criatividade e imaginação.

- Seguindo este raciocínio, a professora Maria Inês Felippe, em seu suplemento *Empreendedorismo: buscando o sucesso empresarial*, defende a ideia de que o empreendedor, em geral, é motivado pela autorrealização e pelo desejo de assumir responsabilidades e ser independente.

- Considera irresistíveis os novos empreendimentos e propõe sempre ideias criativas, seguidas de ação. A autoavaliação, a autocrítica e o controle do comportamento são características do empreendedor que busca o autodesenvolvimento.

Para se tornar um empreendedor de sucesso, é preciso reunir:



Com vocês...

- A pessoa nasce empreendedora?
- O que leva alguém a ter o próprio negócio?

Portanto...

Referências

- https://www.sebrae.com.br/sites/PortalSebrae/bis/o-que-e-ser-empreendedor,ad17080a3e107410VgnVCM1000003b74010aRCRD

APÊNDICE F: Etapa I da atividade investigativa

VENDER GELADINHO DÁ DINHEIRO?

(Publicado em 26 de março de 2012 por José Neto)
https://www.montarumnegocio.com/vender-geladinho-da-dinheiro/
Acesso em: 11 mai. 2017.

Vender geladinho pode não ser um grande negócio para se montar e nem tão pouco será algo que poderá render rios de dinheiro, mas dá para ganhar uma boa grana extra com isso.

Eu sinceramente não conheço ninguém que ficou rico vendendo geladinho, mas conheço pessoas que conseguem um bom dinheiro para gastar no final de semana, pagar suas contas no final do mês e até mesmo dar uma arrumada na vida, apenas fazendo e vendendo geladinho das mais variadas formas.

Como vender geladinho?

O processo para começar a vender geladinho é muito simples e não requer toda a estrutura usada para montar um negócio grande. Digo isso, porque a venda de geladinho é algo a se comparar com a venda de bijuterias ou de doces, pois é algo com um investimento inicial extremamente baixo.

A minha principal dica é que você foque em locais onde exista uma grande circulação de pessoas, como na porta de escolas, em parques de diversão e em locais onde as pessoas praticam esportes, pois assim será mais fácil vender geladinho. Existem pessoas que vendem também no semáforo, enquanto os carros estão parados, e pode ser uma alternativa interessante.

Para começar, você precisa apenas dos ingredientes para fabricar seus geladinhos, de um isopor ou de um carrinho para sair vendendo e de uma estratégia para vender. O investimento inicial pode ser muito baixo, dependendo das suas pretensões, e o lucro poderá vir de forma rápida se você conseguir vender bastante todos os dias.

E aí, será que vender geladinho dá dinheiro?

Como eu disse no início, esse é aquele tipo de produto que não gera muito dinheiro para todas as pessoas, mas se o seu objetivo for ganhar uma grana extra, então essa pode ser uma ótima opção. A verdade é que tudo dependerá do seu desempenho nesse trabalho, pois quanto mais pessoas conseguir impactar com seus produtos, mais dinheiro conseguirá ganhar.

E você, o que acha desse tipo de empreendedorismo? Se você fosse um vendedor de geladinhos como você faria para vender e lucrar cada vez mais?

APÊNDICE G: Etapa II da atividade investigativa

Temos diversos tipos de geladinhos que vão variar no sabor, no tamanho da embalagem utilizada e no preço que iremos vendê-lo ou comprá-lo. Com base nisso, temos no quadro abaixo os ingredientes que são utilizados para fazer alguns tipos de geladinhos, bem como seus respectivos sabores e porções que poderão ser feitas com os ingredientes disponíveis.

SABOR	INGREDIENTES	PREÇO DOS INGREDIENTES, EM REAIS
GELADINHO DE LEITE CONDENSADO (12 porções de 115 mℓ) (__ porções de 180 mℓ)	1L de leite;	
	3 colheres de chá de açúcar (50g);	
	1 caixa de leite condensado;	
	3 colheres de sopa de leite em pó (100g).	
GELADINHO DE CHOCOLATE ECONÔMICO (__ porções de 115 mℓ) (08 porções de 180 mℓ)	1 litro de leite;	
	1 caixa de leite condensado;	
	1 lata de creme de leite;	
	6 colheres de sopa de achocolatado (180g);	
	4 colheres de sopa de açúcar (66g).	
GELADINHO AZUL (15 porções de 115 mℓ) (__ porções de 180 mℓ)	1 litro de leite;	
	2 colheres de sopa cheias de pó azul para sorvete (100g);	
	5 colheres de sopa de açúcar (82g).	
GELADINHO DE MOUSSE DE MARACUJÁ (__ porções de 115 mℓ) (10 porções de 180 mℓ)	1 caixa de leite condensado;	
	1 lata de creme de leite;	
	3 colheres de chá de açúcar (50g);	
	½ litro de suco de maracujá (ou 02 maracujás, aproximadamente 400g)	
	½ litro de leite.	
GELADINHO DE AMENDOIM (20 porções de 115 mℓ) (__ porções de 180 mℓ)	1 litro de leite;	
	3 colheres de açúcar (50g).	
	1 caixa de leite condensado;	
	400g de amendoim torrado e moído	
GELADINHO DE BISCOITO (__ porções de 115 mℓ)	1 litro de leite	
	1 saquinho de suco artificial de sua preferência.	
	3 colheres de açúcar (50g).	

(10 porções de 180 mℓ)	100 g de bolacha Maisena ou Maria.	
GELADINHO DE COCO (06 porções de 115 mℓ) (__ porções de 180 mℓ)	300 mℓ de leite;	
	2 colheres de açúcar (32g).	
	1 caixa de leite condensado	
	1 pacote de 100 g de coco ralado	
GELADINHO DE MANGA (__ porções de 115 mℓ) (13 porções de 180 mℓ)	4 mangas grandes sem fiapo (aproximadamente 2 unidades por kg)	
	1 litro de leite	
	1 caixa de leite condensado	
	3 colheres de açúcar (50g).	
GELADINHO DE GOIABA (15 porções de 115 mℓ) (__ porções de 180 mℓ)	½ litro de leite	
	3 colheres de açúcar (50g)	
	4 goiabas cortadas ao meio (aproximadamente 1 Kg)	
	1 caixa de leite condensado	

Fonte*: http://receitatodahora.com.br/7-receitas-de-geladinho-imperdiveis-para-fazer-e-vender/. Acesso em: 12 mai. 2017

http://www.tudogostoso.com.br/. Acesso em: 12 mai. 2017

**As receitas acima sofreram algumas alterações.*

APÊNDICE H: Etapa III da atividade investigativa

EQUIPE: _____ **Nº** ____
_____ **Nº** ____
_____ **Nº** ____
_____ **Nº** ____
_____ **Nº** ____

Depois da leitura do texto e da análise feita do quadro, imagine que vocês se tornarão empreendedores da venda de geladinhos, sendo que na sua produção haja a venda de 500 geladinhos que variam em dois tamanhos: uns de 115 mℓ e outros de 180 mℓ. Escolha uma das receitas do quadro da Etapa II e discutam em grupo de 4 pessoas estratégias para que as suas vendas sejam bem-sucedidas. Coloque todas as suas ideias no papel, incluindo a escrita delas, as expressões matemáticas formuladas e os gráficos que vocês conseguirem elaborar. Use o conteúdo de função afim para a discussão de suas ideias. No final de tudo elabore um cartaz para a divulgação de suas vendas.

APÊNDICE I: Discussão sobre a atividade de investigação

	Perguntas	Respostas
Q1	Qual foi o sabor de geladinho sorteado pela equipe?	
Q2	Qual foi o pontapé inicial que vocês adotaram para a venda desses geladinhos?	
Q3	Quantas porções de 115 mℓ são possíveis de fazermos usando os ingredientes fornecidos?	
Q4	Quantas porções de 180 mℓ são possíveis de fazermos usando os ingredientes fornecidos?	
Q5	Quanto será gasto com ingredientes para fazermos as porções de 115 mℓ?	
Q6	Quanto será gasto com ingredientes para fazermos as porções de 180 mℓ?	
Q7	Com 500 geladinhos, como dado na questão, quantas porções de 115 mℓ e 180 mℓ vocês decidiram fazer?	
Q8	Quanto será gasto no geral com os ingredientes para fazerem as 500 porções dadas na questão?	
Q9	Quantos geladinhos de 115 mℓ vocês decidiram fazer?	
Q10	Quantos geladinhos de 180 mℓ vocês decidiram fazer?	
Q11	Por que vocês decidiram tomar essa estratégia para as vendas dos 500 geladinhos?	
Q12	Qual conclusão obtida pela esquipe em relação as vendas dos geladinhos de 115 mℓ e 180 mℓ: tanto faz vender um ou outro? Ou tem diferença nos gastos com ingredientes?	
Q13	Qual o preço de custo de um geladinho de 115 mℓ?	
Q14	Qual o preço de custo de um geladinho de 180 mℓ?	
Q15	Qual é o preço de venda que vocês estabeleceram para o geladinho de 115 mℓ?	
Q16	Qual é o preço de venda que vocês estabeleceram para o geladinho de 180 mℓ?	
Q17	Qual é o lucro que vocês obterão na venda de um geladinho de 115 mℓ?	

Q18	Qual é o lucro que vocês obterão na venda de um geladinho de 180 mℓ?	
Q19	É possível estipular um valor para o geladinho de 115 mℓ e outro proporcional para o geladinho de 180 mℓ de forma que não haja perda nos gastos com ingredientes? De qual forma?	
Q20	Qual função encontrada por vocês que consegue modelar o preço de custo para a produção de cada tipo de geladinho?	
Q21	Qual função encontrada por vocês que consegue modelar o preço de venda para cada tipo de geladinho?	
Q22	Qual função encontrada por vocês que consegue modelar o lucro de cada tipo de geladinho?	
Q23	Graficamente, o que vocês conseguem observar na estratégia criada por vocês?	
Q24	Para vender todos os geladinhos, o que vocês fariam? Quais as ideias empreendedoras desenvolvidas pela equipe?	
Q25	De acordo com a estratégia elaborada pela equipe, qual seria a renda mensal obtida com a venda dos geladinhos?	
Q26	Qual é o nome que vocês deram ao estabelecimento?	
Q27	Afinal de contas, vender geladinho dá ou não dá dinheiro? Justifiquem.	
Q28	Vocês encontraram conexões entre a questão investigada e o conteúdo de função afim? Quais?	
Q29	Vocês acharam interessante a proposta de trabalhar Matemática com uma temática voltada para o nosso cotidiano? Comente o que vocês acharam dessa investigação.	
Q30	Finalizando, o que vocês acharam da realização dessa atividade, do início ao final?	

APÊNDICE J: Questionário final

	Perguntas	Ruim	Insuficiente	Bom	Ótimo	Excelente
Q1	Iniciamos nosso estudo falando sobre empreendedorismo. Como você avalia a importância desse tema para a atividade que fizemos?	( )	( )	( )	( )	( )
Q2	O que você achou do texto inicial: O que é ser empreendedor?	( )	( )	( )	( )	( )
Q3	Como você avalia as conexões existentes entre o texto e a questão em estudo?	( )	( )	( )	( )	( )
Q4	"Um empreendedor é uma pessoa que imagina, desenvolve e realiza visões". Como você se considera, como empreendedor, ao término desta atividade?	( )	( )	( )	( )	( )
Q5	Como você considera a importância do estudo da função afim para a atividade que acabamos de fazer?	( )	( )	( )	( )	( )
Q6	Quanto as relações encontradas no desenvolvimento da atividade, como você classifica a relevância do conhecimento da função afim para a realização da mesma?	( )	( )	( )	( )	( )
Q7	Para a realização dessa atividade foram necessários alguns conhecimentos acerca da função afim, como você avalia a importância desse tema para o seu cotidiano?	( )	( )	( )	( )	( )
Q8	Ao término dessa atividade, como você avalia a importância deste assunto para a Matemática, de um modo geral?	( )	( )	( )	( )	( )
Q9	O que você achou da Investigação Matemática da sua equipe?	( )	( )	( )	( )	( )
Q10	Como você avalia o trabalho usando a metodologia das Investigações Matemáticas?	( )	( )	( )	( )	( )
Q11	Quanto ao desenvolvimento da atividade, como você avalia a interação de sua equipe?	( )	( )	( )	( )	( )
Q12	Ao final da atividade, como você considera as discussões abordadas pelas equipes sobre os resultados encontrados em cada uma delas?	( )	( )	( )	( )	( )
Q13	Como você avalia as estratégias criadas por sua equipe durante o desenvolvimento da atividade?	( )	( )	( )	( )	( )
Q14	Quanto a produção de significados obtidas por sua equipe, como você avalia o seu conhecimento sobre as funções afins no momento?	( )	( )	( )	( )	( )
Q15	A investigação em análise lhe ajudou a refletir sobre a importância do conteúdo de função afim em nosso meio?	( )	( )	( )	( )	( )
Q16	Ao término dessa atividade, como você considera os significados obtidos em cada equipe para o aprimoramento dos seus conhecimentos sobre a discussão do tema abordado?	( )	( )	( )	( )	( )

APÊNDICE K: Questões discursivas pós-investigação

Governo do Estado da Paraíba

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB

Centro de Ciências e Tecnologia – CCT

Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática

Mestrando: Ivan Bezerra de Sousa

Orientador: Dr. José Joelson Pimentel de Almeida

Sujeito da pesquisa: _____

QUESTÕES DISCURSIVAS

1. Aponte pelo menos três pontos que você e sua equipe julgaram ter compreendido sobre o conteúdo de função afim e que estiveram presentes durante a execução da atividade que foi proposta.

_____

_____

_____

_____

_____

_____

2. Aponte pelo menos três pontos que você e sua equipe analisaram no decorrer dessa tarefa sobre a metodologia das investigações matemáticas e coloque em destaque a sua opinião sobre o uso dessa metodologia nas aulas de Matemática.

_____

_____

_____

_____

_____

_____

3. Aponte pelo menos três pontos que você compreendeu sobre a importância do empreendedorismo para a realização dessa tarefa, colocando em pauta o que você achou da proposta da venda de geladinhos trabalhada no decorrer dessa intervenção.

_____

_____

_____

_____

_____

_____

4. Aponte pelo menos três pontos que abordem o desenvolvimento da produção de significados formulados por você e sua equipe, colocando em evidência as decisões iniciais de sua equipe, o desenrolar das estratégias ao longo do desenvolvimento da atividade e a conclusão desses resultados.

_____

_____

_____

_____

_____

_____

5. Aponte pelo menos três pontos, que em sua opinião, precisaria ter sido melhorado ao longo do acontecimento dessa intervenção.

_____

_____

_____

_____

_____

_____

Obrigado por sua participação e colaboração!

APÊNDICE L: Frequência dos alunos durante o período da intervenção

MESES DE AGOSTO E SETEMBRO										
ALUNOS DO 1º ANO F- SUJEITOS DA PESQUISA										
DADOS DOS ALUNOS		FREQUÊNCIA								PORCENTAGEM DA FREQUÊNCIA
Nº	APELIDO	14/08	18/08	21/08	25/08	28/08	01/09	04/09	11/09	
01	D01	...	.	.	..	...	..	....	...	100%
02	D02	...	.	.	..	FFF	..	....	FFF	68%
04	D04	...	.	.	..	FFF	..	....	FFF	68%
05	D05	.FF	F	.	..	FFF	..	....	...	68%
06	D06	...	.	.	..	...	..	....	...	100%
07	D07	...	F	F	..	...	..	....	..F	84%
08	D08	...	.	.	..	...	..	....	...	100%
09	D09	...	.	.	..	...	..	....	...	100%
10	D10	.FF	.	.	..	...	FF	....	...	74%
11	D11	...	.	.	..	FFF	FF	....	...	74%
12	D12	...	.	.	FF	FFF	..	....	...	74%
13	D13	...	.	.	..	...	..	....	...	100%
14	D14	...	.	.	..	...	..	....	...	100%
15	D15	...	.	.	..	...	..	FFFF	...	79%
17	D17	...	.	F	..	...	..	....	...	89%
18	D18	...	.	.	..	...	..	....	...	100%
19	D19	...	.	F	..	...	..	FFFF	FFF	58%
20	D20	...	.	.	..	.FF	..	....	...	89%
21	D21	...	.	.	..	...	..	....	FFF	84%
22	D22	...	.	.	..	...	..	....	...	100%
23	D23	...	.	.	..	...	..	....	...	100%
24	D24	...	.	.	..	...	..	....	...	100%
25	D25	...	F	F	..	FFF	..	....	...	74%
26	D26	...	.	.	..	...	..	....	...	100%
27	D27	...	.	.	..	...	..	....	...	100%
28	D28	...	.	F	..	...	..	....	...	95%
29	D29	...	.	.	..	...	..	....	...	100%
30	D30	...	.	.	..	...	..	....	...	100%
31	D31	...	.	F	..	...	FF	....	...	84%
32	D32	.FF	F	.	FF	FFF	FF	....	...	47%
34	D34	...	.	.	..	...	..	....	...	100%
35	D35	...	F	F	FF	...	FF	....	...	68%
36	D36	...	.	.	..	...	..	....	...	100%
37	D37	...	.	F	..	...	..	....	...	95%
38	D38	...	.	.	..	...	..	....	...	100%

APÊNDICE M: Notas atribuídas aos alunos

Nº	Interação	Estratégias	Discussões	Frequência	Nota geral
01	2,5	2,5	2,5	2,5	10,0
02	2,0	2,5	0,5	2,0	7,0
04	2,0	2,5	0,5	2,0	7,0
05	2,0	2,5	0,5	2,0	7,0
06	2,0	2,5	0,5	2,5	7,5
07	2,0	2,5	0,5	2,0	7,0
08	2,5	2,5	2,5	2,5	10,0
09	2,5	2,5	2,5	2,5	10,0
10	2,5	2,5	2,5	2,5	10,0
11	1,5	2,5	0,5	2,5	7,0
12	2,0	2,5	2,5	2,0	9,0
13	2,5	2,5	1,5	2,5	9,0
14	2,5	2,5	2,5	2,5	10,0
15	2,5	2,5	2,5	2,5	10,0
17	2,0	2,5	2,0	2,5	9,0
18	1,5	2,5	0,5	2,5	7,0
19	2,0	2,5	0,5	2,0	7,0
20	1,5	2,5	0,5	2,5	7,0
21	2,5	2,5	2,0	2,5	9,5
22	2,5	2,5	2,5	2,5	10,0
23	2,5	2,5	2,5	2,5	10,0
24	2,5	2,5	1,5	2,5	9,0
25	2,0	2,5	1,0	2,5	8,0
26	2,5	2,5	2,0	2,5	9,5
27	2,5	2,5	2,5	2,5	10,0
28	2,5	2,5	2,0	2,5	9,5
29	2,5	2,5	2,0	2,5	9,5
30	2,0	2,5	2,0	2,5	9,0
31	2,0	2,5	0,5	2,5	7,5
32	2,0	2,5	1,5	1,5	7,5
34	2,5	2,5	2,5	2,5	10,0
35	2,0	2,5	1,5	1,5	7,5
36	2,5	2,5	2,5	2,5	10,0
37	2,5	2,5	2,5	2,5	10,0
38	2,5	2,5	2,5	2,5	10,0

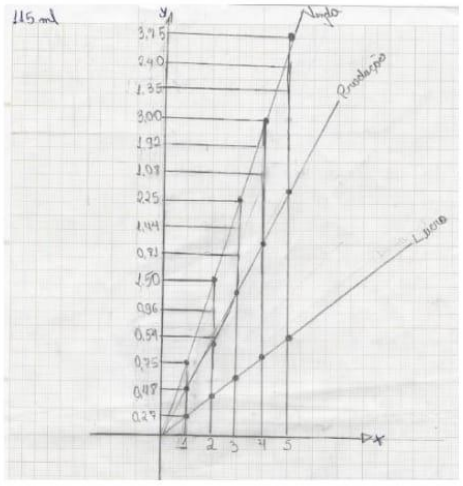
APÊNDICE N: Produto Educacional

UEPB

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

EMPREENDEDORISMO E FUNÇÃO AFIM:
CONTEXTOS COTIDIANOS E AULAS INVESTIGATIVAS

$$f(x) = ax + b$$



IVAN BEZERRA DE SOUSA
JOSÉ JOELSON PIMENTEL DE ALMEIDA

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba vinculado à dissertação: *Produção de significados a partir de investigações matemáticas: função afim e contextos cotidianos* como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida

FICHA CATALOGRÁFICA

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S725e Sousa, Ivan Bezerra de.
Empreendedorismo e função afim [manuscrito]: contextos cotidianos e aulas investigativas / Ivan Bezerra de Sousa. - 2018.
34 p.
Digitado.
Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2018.
"Orientação: Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida, Departamento de Matemática - CCT."
1. Empreendedorismo. 2. Função afim. 3. Produção de significados. 4. Investigação matemática. I. Título
21. ed. CDD 510

Elaborada por Giulianne M. Pereira - CRB -15/714 BC/UEPB

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO..... 3
2. INVESTIGANDO EM MATEMÁTICA: É POSSÍVEL?..... 5
3. COMO ACONTECE UMA AULA INVESTIGATIVA?..... 6
4. EMPREENDEDORISMO E MATEMÁTICA..... 7
5. MODELO TEÓRICO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS..... 8
6. EMPREENDEDORISMO E CONTEXTOS COTIDIANOS..... 9
7. UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA ENVOLVENDO EMPREENDEDORISMO..... 10
8. EMPREENDEDORISMO E FUNÇÃO AFIM..... 16
9. REFLEXÃO CRÍTICA SOBRE A ATIVIDADE..... 17
10. PASSO A PASSO DE COMO DESENVOLVER A ATIVIDADE..... 20
11. ALGUNS RESULTADOS DA NOSSA PESQUISA..... 26
12. PARA FIM DE CONVERSA..... 32
13. NUVEM DE PALAVRAS DO NOSSO TEXTO..... 33
14. REFERÊNCIAS..... 34

1. APRESENTAÇÃO

Caro amigo professor!

Este pequeno livro foi elaborado para que você possa, de maneira prazerosa, aplicar em suas aulas de Matemática, atividades investigativas que aliem a Matemática com contextos cotidianos. Para isso, procuramos abordar de maneira bem simples como deve ser feita uma investigação matemática na sala de aula e como os alunos produzem significados a partir destas, sendo que trazemos também nessa discussão o modelo teórico dos campos semânticos (MTCS).

Aqui você vai encontrar o modelo de uma atividade investigativa, a qual está vinculada à Dissertação de Mestrado: *Produção de significados a partir de investigações matemáticas: função afim e contextos cotidianos* fruto de uma pesquisa desenvolvida no PPGECEM – UEPB, defendida no ano de 2018.

Logo, o intuito desse livro é trazer para os professores de Matemática a proposta de envolver no estudo da função afim a discussão sobre o empreendedorismo. Essa mesma atividade foi aplicada em uma turma de 1º ano de Ensino Médio, em uma escola da cidade de Sousa, no sertão da Paraíba. Essa mesma atividade pode ser adaptada para qualquer outra região, utilizando outras situações e outros tipos de produtos, além do geladinho, que utilizamos em nosso trabalho.

Aqui você vai encontrar o passo a passo de como aplicar essa atividade, além de reflexões críticas que poderão contribuir bastante para muitas outras discussões na sua sala de aula.

Contudo a sua dedicação é fundamental para que haja uma boa investigação nas suas turmas, passíveis de muitos outros aprendizados.

Enfim, esperamos contribuir com sugestões fornecidas por este livro, para que você possa transformar as suas aulas de Matemática em um ambiente de investigação, discussão e de muitas produções de significados. Esperamos com isso contribuir por uma Educação Matemática cada vez melhor nas salas de aulas do nosso país.

Os autores.

2. INVESTIGANDO EM MATEMÁTICA: É POSSÍVEL?

Quando falamos em investigação, a primeira ideia que nos vem na cabeça é procurar averiguar minuciosamente algo determinante. Nas aulas de Matemática, a investigação surge com esse propósito, sendo uma das possibilidades de que os alunos compreendam melhor as temáticas estudadas na sala de aula, pois nesse tipo de aula o professor entrega aos alunos uma atividade ou um conjunto de atividades com o objetivo de verificar os conhecimentos matemáticos que os alunos têm e quais ideias podem surgir no decorrer da investigação.

Uma atividade investigativa não se resume em um conjunto de exercícios de difícil solução que os alunos não conseguirão responder. Investigar em matemática tem outra dimensão.

Investigar em Matemática não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento. Significa, tão só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso. Desse modo, investigar não representa obrigatoriamente trabalhar em problemas muito difíceis. Significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 9).

3. COMO ACONTECE UMA AULA INVESTIGATIVA?

Toda aula investigativa é regida por fases e momentos. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 21 - 25) existem três fases e quatro momentos. As fases são as seguintes:

- **I - Introdução da tarefa;**
- **II – Desenvolvimento do trabalho;**
- **III – Discussão da investigação.**

A medida que essas fases vão acontecendo, quatro momentos se intercalam entre elas, que são:

- **1º - Exploração e formulação de questões;**
- **2º - Conjecturas;**
- **3º - Testes e reformulação;**
- **4º - Justificação e avaliação.**

Todas essas fases e momentos são de suma importância para a concretização de uma investigação matemática na sala de aula e segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2016) essa metodologia pode constituir uma poderosa forma de conhecimento, permitindo novos direcionamentos tanto ao professor quanto aos alunos nas aulas de Matemática, pois neste tipo de aula os alunos exploram, a fundo, as situações propostas que lhes são dadas, argumentam suas ideias, demonstram o porquê de seus resultados e passam a ter voz nas aulas de Matemática.

4. EMPREENDEDORISMO E MATEMÁTICA

Ao realizar uma investigação matemática, o professor está propondo aos alunos possibilidades de se aprofundarem em um determinado assunto, algo que os exercícios rotineiros da sala de aula nem sempre fazem. Como o professor de Matemática pode realizar uma investigação matemática enfatizando ideias do empreendedorismo? Como relacionar as temáticas de Matemática com as ideias do empreendedorismo?

O professor de Matemática pode enfatizar ideias sobre o empreendedorismo em diversos conteúdos de Matemática, pois este é um contexto do cotidiano rico em diversas situações que podem ser transformadas em situações-problema na sala de aula e se constituir, por sua vez, em um contexto escolar.

Como esse contexto do cotidiano é amplamente rico, com conexões dos contextos matemáticos, uma investigação pode abranger diferentes conteúdos nessa disciplina, pois além de ser interessante abordar temas importantes nas aulas de Matemática, os alunos também conhecem mais sobre ideias empreendedoras. Ressalta-se que uma investigação, com essa temática, necessita da implementação de reflexões críticas que levem os alunos a pensarem na sua inserção na sociedade e na sua cidadania.

Educar, nesta perspectiva, exige concepções teóricas, práticas pedagógicas, metodologias de ensino, análise de currículo, prática avaliativa e desejo coletivo da instituição escolar, previstas no projeto político pedagógico (STOCKMANNS, 2015, p. 8).

5. MODELO TEÓRICO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS

Ao realizar uma investigação matemática na sala de aula o professor pode perceber diferentes ideias sendo criadas em uma única atividade. Essas diferentes ideias correspondem ao que Lins (1997) chamou de produção de significados em seu modelo teórico dos campos semânticos.

No modelo teórico dos campos semânticos, iremos encontrar algumas palavras, tais como: conhecimento, significado e produção de significados que nos ajudarão a compreendê-lo. Segundo Lins (1997), todo conhecimento consiste em uma crença-afirmação, que se resume em enunciações que um certo indivíduo relata a partir daquilo que ele acredita e, junto com esta crença-afirmação há a justificação que dá suporte ao indivíduo de dizer aquilo que ele está dizendo.

Logo, quando um sujeito produz significados, simplesmente significa dizer que ele conseguiu produzir ações enunciativas a respeito de um objeto dentro de uma determinada atividade, ou melhor, a partir destes significados o sujeito agora tem uma crença-afirmação e uma justificação, e que a mesma pode ser enunciada, ou seja, agora o sujeito tem conhecimento acerca de um tal assunto.

O sujeito acredita naquilo que está afirmando, o que implica que ele acredita estar autorizado a ter aquela crença. Mas não é suficiente que a pessoa acredite e afirme; é preciso também que ela justifique suas crenças-afirmações para que a produção do conhecimento ocorra (SILVA, 2003, p. 18).

6. EMPREENDEDORISMO E CONTEXTOS COTIDIANOS

Uma investigação matemática com uma temática do cotidiano pode gerar um contexto circunstanciado adequado. No caso de situações voltadas para o empreendedorismo pode haver diferentes significados atribuídos, tanto no âmbito da própria Matemática, como em contextos exteriores.

Falar de empreendedorismo nos dias atuais, principalmente em uma sala de aula, não é falar de um assunto tão distante da realidade dos nossos alunos, pois sabemos que estamos rodeados de pessoas que vendem, que compram, que trocam, que montam seu próprio negócio, que ganham e perdem dinheiro e tais situações fazem parte das variadas ações empreendedoras que cercam o nosso meio.

Ao tratarmos de uma temática como essa poderemos ver significados produzidos tanto no conteúdo de Matemática sobre o qual a atividade foi proposta como em situações que vão além da Matemática escolar. Ao focarmos sobre o empreendedorismo diversos questionamentos podem ser levantados, principalmente na perspectiva crítica, sendo esse o nosso intuito enquanto professor, que é despertar no educando um espírito crítico e reflexivo, enquanto ser atuante na sociedade na qual ele está inserido.

Uma educação que foque sobre o empreendedorismo pode formar sujeitos capacitados para criarem e recriarem frente as demandas impostas pela realidade social e econômica (SOUSA, 2018, p. 100).

7. UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA ENVOLVENDO EMPREENDEDORISMO

A atividade que ora apresentamos foi elaborada para a pesquisa de campo do nosso estudo. Nesse espaço, destacamos a mesma atividade, dando um novo olhar, principalmente, na perspectiva crítica.

Essa atividade foi dividida em três etapas, conforme iremos expor nas páginas seguintes.

Resumidamente as etapas abordavam o seguinte:

1) **Na Etapa I é apresentado o seguinte texto: *Vender geladinho dá dinheiro?* O objetivo foi introduzir ideias sobre o empreendedorismo;**
2) **Na Etapa II é apresentado um quadro com nove sabores de geladinhos, com seus respectivos ingredientes e porções de 115 mℓ e de 180 mℓ;**
3) **Na Etapa III é apresentada uma atividade na qual os alunos teriam que montar estratégias para a venda de 500 geladinhos por dia, de um respectivo sabor e, a partir disso ideias envolvendo custos de produção, de venda e lucro deveriam vir à tona, como também a modelagem da determinada situação com a utilização da função afim na forma algébrica e gráfica.**

As etapas serão abordadas a seguir.

Etapa I da atividade investigativa

VENDER GELADINHO DÁ DINHEIRO?

(Publicado em 26 de março de 2012 por José Neto)
https://www.montarumnegocio.com/vender-geladinho-da-dinheiro/
Acesso, em 11-05-2017, ás 09h28min.

Vender geladinho pode não ser um grande negócio para se montar e nem tão pouco será algo que poderá render rios de dinheiro, mas dá para ganhar uma boa grana extra com isso.

Eu sinceramente não conheço ninguém que ficou rico vendendo geladinho, mas conheço pessoas que conseguem um bom dinheiro para gastar no final de semana, pagar suas contas no final do mês e até mesmo dar uma arrumada na vida, apenas fazendo e vendendo geladinho das mais variadas formas.

Como vender geladinho?

O processo para começar a vender geladinho é muito simples e não requer toda a estrutura usada para montar um negócio grande. Digo isso, porque a venda de geladinho é algo a se comparar com a venda de bijuterias ou de doces, pois é algo com um investimento inicial extremamente baixo.

A minha principal dica é que você foque em locais onde exista uma grande circulação de pessoas, como na porta de escolas, em parques de diversão e em locais onde as pessoas praticam esportes, pois assim será mais fácil vender geladinho. Existem pessoas que vendem também no semáforo, enquanto os carros estão parados, e pode ser uma alternativa interessante.

Para começar, você precisa apenas dos ingredientes para fabricar seus geladinhos, de um isopor ou de um carrinho para sair vendendo e de uma estratégia para vender. O investimento inicial pode ser muito baixo, dependendo das suas pretensões, e o lucro poderá vir de forma rápida, se você conseguir vender bastante todos os dias.

E aí, será que vender geladinho dá dinheiro?

Como eu disse no início, esse é aquele tipo de produto que não gera muito dinheiro para todas as pessoas, mas se o seu objetivo for ganhar uma grana extra, então essa pode ser uma ótima opção. A verdade é que tudo dependerá do seu desempenho nesse trabalho, pois quanto mais pessoas conseguir impactar com seus produtos, mais dinheiro conseguirá ganhar.

E você, o que acha desse tipo de empreendedorismo? Se você fosse um vendedor de geladinhos como você faria para vender e lucrar cada vez mais?

Etapa II da atividade investigativa

Temos diversos tipos de geladinhos que vão variar no sabor, no tamanho da embalagem utilizada e no preço que iremos vendê-lo ou comprá-lo. Com base nisso, temos no quadro a seguir os ingredientes que são utilizados para fazer alguns tipos de geladinhos, bem como seus respectivos sabores e porções que poderão ser feitas com os ingredientes disponíveis.

Sabor	**Ingredientes**	**Preço dos ingredientes, em reais**
Geladinho de leite condensado (12 porções de 115 ml) (__ porções de 180 ml)	1 litro de leite;	
	3 colheres de chá de açúcar (50g);	
	1 caixa de leite condensado;	
	3 colheres de sopa de leite em pó (100g).	
Geladinho de chocolate econômico (__ porções de 115 ml) (08 porções de 180 ml)	1 litro de leite;	
	1 caixa de leite condensado;	
	1 lata de creme de leite;	
	6 colheres de sopa de achocolatado (180g);	
	4 colheres de sopa de açúcar (66g).	
Geladinho azul (15 porções de 115 ml) (__ porções de 180 ml)	1 litro de leite;	
	2 colheres de sopa cheias de pó azul para sorvete (100g);	
	5 colheres de sopa de açúcar (82g).	
Geladinho de mousse de maracujá (__ porções de 115 ml)	1 caixa de leite condensado;	
	1 lata de creme de leite;	
	3 colheres de chá de açúcar (50g);	

(10 porções de 180 ml)	*½ litro de suco de maracujá (ou 02 maracujás, aproximadamente 400g);*	
	½ litro de leite.	
Geladinho de amendoim (20 porções de 115 ml) (__ porções de 180 ml)	*1 litro de leite;*	
	3 colheres de açúcar (50g);	
	1 caixa de leite condensado;	
	400 g de amendoim torrado e moído.	
Geladinho de biscoito (__ porções de 115 ml) (10 porções de 180 ml)	*1 litro de leite;*	
	1 saquinho de suco artificial de sua preferência;	
	3 colheres de açúcar (50g);	
	100 g de bolacha Maisena ou Maria.	
Geladinho de coco (06 porções de 115 ml) (__ porções de 180 ml)	*300 ml de leite;*	
	2 colheres de açúcar (32g);	
	1 caixa de leite condensado;	
	1 pacote de 100 g de coco ralado.	
Geladinho de manga (__ porções de 115 ml) (13 porções de 180 ml)	*4 mangas grandes sem fiapo (aproximadamente 2 unidades por kg);*	
	1 litro de leite;	
	1 caixa de leite condensado;	
	3 colheres de açúcar (50 g).	
Geladinho de goiaba (15 porções de 115 ml) (__ porções de 180 ml)	*½ litro de leite;*	
	3 colheres de açúcar (50g);	
	4 goiabas cortadas ao meio (aproximadamente 1 Kg);	
	1 caixa de leite condensado.	

Fonte*: *http://receitatodahora.com.br/7-receitas-de-geladinho-imperdiveis-para-fazer-e-vender/ (Acesso em 12-05-2017, ás 10h20min) http://www.tudogostoso.com.br/ (Acesso em 12-05-2017, ás 11h00min).*

Etapa III da atividade investigativa

Depois da leitura do texto e da análise feita do quadro, imagine que vocês se tornarão empreendedores da venda de geladinhos, sendo que na sua produção haja a venda de 500 geladinhos, que variam em dois tamanhos: uns de 115 ml e outros de 180 ml. Escolha uma das receitas do quadro da Etapa II e discutam em grupo de 4 pessoas, estratégias para que as suas vendas sejam bem-sucedidas. Coloque todas as suas ideias no papel, incluindo a escrita delas, as expressões matemáticas formuladas e os gráficos que vocês conseguirem elaborar. Use o conteúdo de função afim para a discussão de suas ideias. No final de tudo, elabore um cartaz para a divulgação de suas vendas.

8. EMPREENDEDORISMO E FUNÇÃO AFIM

A atividade investigativa mencionada foi feita para ser executada em consonância com o conteúdo de função afim, geralmente visto pelos alunos no decorrer do primeiro ano do Ensino Médio.

Essa atividade foi dividida em três etapas, conforme o leitor pode observar. Cada etapa apresenta um objetivo diferente. A Etapa I é considerada o *arranque inicial* da investigação, sendo que o seu objetivo é motivar os alunos para a proposta de uma aula investigativa. A Etapa II e a Etapa III correspondem ao *desenvolvimento da investigação*, sendo que na Etapa II o objetivo é conhecer o preço que os alunos colocariam em cada ingrediente e que ideias matemáticas estariam por trás dessa decisão e também como fariam para encontrarem o valor das porções que faltavam; já a Etapa III tem o objetivo de focar ideias sobre a função afim, em que as etapas anteriores são importantes para o desenvolvimento da mesma.

A atividade foi feita em consonância com a função afim, pois este conteúdo se relaciona com diversas situações da nossa realidade e a escolha do tipo de empreendedorismo que focamos foi decisivo para a escolha do conteúdo, em que foram desenvolvidas ideias algébricas e gráficas.

A nossa atividade focou sobre a venda de geladinhos, por meio da qual buscamos descobrir as estratégias que os alunos adotaram para fazer conexões entre tal atividade e o conteúdo de função afim. Escolhemos tal conteúdo porque o consideramos rico no estudo da Matemática e nas áreas afins, uma vez que o mesmo pode ser representado de diversas maneiras, como tabelas, gráficos, expressões algébricas, entre outras (SOUSA, 2018, p. 129).

9. REFLEXÃO CRÍTICA SOBRE A ATIVIDADE

Ao inserirmos nos exercícios de Matemática contextos do cotidiano, precisamos, enquanto professores, refletirmos junto aos discentes como esses contextos são, de fato, na sua realidade.

Ao focarmos sobre o empreendedorismo, não podemos esquecer de abordar a sua inserção no mundo capitalista e qual é o impacto que as políticas neoliberais têm sobre os empreendedores. É de suma importância que os educandos conheçam que ser empreendedor não é simplesmente uma tarefa que envolve compras e vendas que vai resultar em um bom lucro, é preciso de um olhar além, que possa fazer com que os mesmos reflitam sobre os diversos impactos que estão por trás disso e que atuam diretamente no empreendedor.

Como educadores críticos, participantes de uma sociedade capitalista, consumista e globalizada precisamos ter um olhar crítico reflexivo a respeito dessa temática, e aqui nos cabe várias indagações e, entre elas mencionamos:

1. Dentro das escolas mencionamos ideias sobre o empreendedorismo e, se mencionamos, está correto da forma que fazemos?
2. Para que estamos formando as novas gerações?
3. Qual é a nossa preocupação, enquanto docentes, no nosso trabalho pedagógico frente as demandas exigidas pelo mercado de trabalho?
4. Estamos formando o nosso aluno para gerenciar o seu capital? (SOUSA, 2018, p. 100)

São reflexões desse tipo que contribuem no fazer matemática do professor, pois enquanto docentes, precisamos ampliar a nossa visão sobre os problemas que nos cercam, além de termos um olhar crítico para as situações bem próximas de nós, como é o caso do empreendedorismo.

É preciso que os alunos conheçam que as políticas neoliberais regem o poder econômico e que o pequeno empreendedor quase sempre não tem vez de ganhar destaque, porque este vive cercado de um processo político hegemônico, ou seja, o poder fica nas mãos dos que muito faturam, sendo estes a minoria, que comandam, por sua vez, a maioria. No caso dos donos de pequenos negócios, como um vendedor de geladinhos, muitas vezes não fluem com suas ideias empreendedoras porque não conseguem competir com as grandes corporações que estão no mercado. Diante disso, muitas indagações podem ser feitas nas aulas de Matemática. Entre essas indagações podemos citar algumas que são reflexivas, tais como:

1. A montagem de um negócio próprio talvez seja o sonho de muita gente, mas será que todos estão preparados para assumir as responsabilidades e desafios que virão pela frente?
2. Será que a educação que é fornecida nas escolas nos dias atuais dá suporte para que um jovem empreendedor consiga vencer esses desafios?
3. E as políticas neoliberais, como lidar com isso no sistema capitalista? (SOUSA, 2018, p. 102)

São reflexões desse tipo, que dão a Matemática ensinada na sala de aula uma dimensão externalista. Essa atividade mencionada, que foi

utilizada em nossa pesquisa, apresenta esse potencial, pois podemos a partir dela ensinar função afim com base em um contexto real e ainda podemos refletir junto a ela diversas situações que estão ao nosso redor, como é o caso do capitalismo e do neoliberalismo.

Ensinar Matemática com base nessa visão crítica é possibilitar aos alunos um encontro com a sua realidade, norteando-os a terem um olhar crítico para as diversas situações que nos cercam. Diante da temática sobre o empreendedorismo, enfatizamos também a seguinte indagação, passível de muitas reflexões:

> **Até que ponto consegue chegar o pequeno empreendedor, como um fabricante de geladinhos, em competitividade com grandes corporações que mandam, desmandam e vendem seu produto abaixo do preço em relação ao pequeno investidor? O que isso acarreta? (SOUSA, 2018, p. 104).**

Isso acarreta em desilusão por parte do pequeno empreendedor, que não consegue vender seu produto pelo preço desejado, gerando assim, desemprego e frustrações pessoais.

As reflexões apresentadas aqui são exemplos que o professor pode utilizar em sua aula de Matemática ao usar essa atividade investigativa, pois enquanto educadores precisamos focar a realidade na qual estamos inseridos para que os discentes possam entender o meio onde eles vivem.

10. PASSO A PASSO DE COMO DESENVOLVER A ATIVIDADE

Durante uma aula investigativa, as fases e os momentos são decisivos para o sucesso da atividade. Nesse tópico, iremos expor passo a passo de como o professor pode aplicar essa atividade sobre a venda de geladinhos. Iremos expor passo a passo como essa atividade pode ser aplicada, lembrando que o professor regente da turma também pode atribuir outras contribuições e mudanças na sua aplicação.

- O primeiro passo, quando uma turma não conhece o que é uma investigação matemática, é a exposição dessa metodologia pelo professor, para que os discentes possam entender como acontece, de fato, uma aula investigativa;
- O segundo passo é observar se essa atividade deve ser feita de forma individual, em pequenos grupos ou em grandes grupos. No caso da atividade aqui mencionada, ela foi feita em grupos com quatro e cinco alunos, em uma turma de 34 alunos;
- O terceiro passo é iniciar a investigação, sendo esse início um fator primordial para o restante do processo, pois toda a investigação depende de como esse início é realizado.
- Ao iniciar a investigação com a Etapa I apresentada, o professor deve ouvir as ideias expostas pelos alunos em suas interações. Como essa fase inicial é considerada o arranque precípuo da investigação, após seu término cabe uma discussão crítica e reflexiva sobre a atuação do empreendedorismo no mundo capitalista e da atuação das políticas

neoliberais sobre ele, para que os alunos conheçam a sociedade onde vivem e como ocorre a centralização do poder econômico;

- Nessa Etapa I, o primeiro momento de uma investigação, que corresponde a *exploração e formulação de questões*, entra em cena. Nesse caso, pode haver formulação de questões tanto direcionadas a atividade, como externas a ela, o que corresponde a um dos principais focos da Educação matemática: que as atividades alcancem outros contextos;
- Após essa discussão, que consideramos de suma importância, o professor pode começar a Etapa II da investigação. Nessa etapa, será entregue aos discentes o quadro contendo os sabores de geladinhos, os seus ingredientes e as porções de um dos tamanhos. Primeiramente, o professor observa a reação dos alunos diante da nova etapa. Este só deve dizer alguma coisa quando perguntado e, muitas dessas perguntas devem ser devolvidas novamente com novas perguntas;
- Nessa etapa, os alunos se responsabilizarão por colocar o preço dos ingredientes e por encontrar a porção desconhecida, que nessa atividade pode ser de 115 mℓ ou de 180 mℓ. Após o término do preenchimento dos valores dos ingredientes e das porções desconhecidas, o professor pode pedir para que eles calculem os gastos com os ingredientes de cada sabor e, depois encontrem o sabor de geladinho que mais gastaria para a produção de uma unidade, bem como o que gastaria menos. Aqui haverá uma grande discussão matemática, sendo muitos significados produzidos sobre a atividade, pois os alunos vão achar que o geladinho mais caro e o mais barato corresponderão ao que apresentam o maior e o menor gasto com

ingredientes, respectivamente. Nessa discussão, o professor pode intervir e dizer que como as porções são diferentes para cada sabor, elas influenciam diretamente nessa descoberta, e deixar a cargo dos alunos investigarem como proceder diante desse caso;

- O professor vai observar o segundo momento de uma aula investigativa entrar em cena, que corresponde a *formação de conjecturas*, e também perceberá que o terceiro momento correspondente aos *testes e reformulação* também terá uma atuação importante. O docente perceberá isso a partir das ideias levantadas pelas equipes e observará que a todo tempo, novas ideias são criadas, sendo algumas aceitas e outras refutadas, até chegar um certo momento que uma ideia é fixada e aceita por todos;
- Após o término da Etapa II, o professor pode também fazer uma discussão breve sobre os preços encontrados pelas equipes e argumentar com eles sobre a competitividade que acontece no sistema capitalista, de modo a refletir com eles se, de fato, as estratégias apontadas são ou não interessantes para essa competição exacerbada;
- Para começar a Etapa III, o professor pode fazer um sorteio com os sabores de geladinhos presentes no quadro da Etapa II e deixar que cada equipe crie suas estratégias apenas para um único sabor. Outra maneira é deixar que os alunos escolham o sabor que quer desenvolver as suas ideias, mas é interessante que as escolhas sejam de sabores diferentes para que todos eles sejam vistos pelas equipes;
- Ao iniciar a Etapa III, o professor pode explicar o que ele quer nessa nova etapa e deixar que as equipes elaborem suas estratégias para a

venda de 500 geladinhos diários, do respectivo sabor sorteado, o professor irá observar a produção de significados que cada equipe dará a essa etapa;

- Nessa etapa, o professor irá observar o conhecimento dos alunos sobre a função afim, em que haverá a descoberta das funções afins que modelam os custos de produção, os preços de vendas e o lucro de cada sabor. O professor também observará a análise gráfica de cada equipe, pois é preciso que eles modelem graficamente as funções encontradas;
- A Etapa III também exige que os alunos façam um cartaz focando sobre a venda de geladinhos e em seguida calculem o lucro mensal encontrado por sua equipe;
- Nessa etapa o professor também irá perceber a atuação do segundo e do terceiro momento de uma aula investigativa. Vale salientar que todo esse conjunto de ideias atribuídas na Etapa II e III corresponderão ao desenvolvimento da investigação, o que constitui por sua vez a segunda fase de uma investigação matemática;
- Após o término do desenvolvimento da atividade, as equipes devem se organizar e apresentar os seus resultados umas para as outras, constituindo por sua vez a terceira fase de uma aula investigativa, que corresponde a discussão da atividade investigativa, em que o quarto momento de uma aula investigativa entrará em ação, correspondendo a *justificação e avaliação* dos resultados encontrados;
- Nessa discussão, os alunos irão apresentar uns para os outros todos os resultados encontrados durante a investigação, em que seus pontos de vistas serão ouvidos e seus resultados serão comparados reciprocamente;

- Nessa discussão o professor mais uma vez pode fazer perguntas relacionadas a atuação do empreendedorismo frente as políticas neoliberais, sendo que a todo momento além do conhecimento sobre a função afim, conhecimentos externos também serão focados nas aulas de Matemática.
- Portanto, terminadas essas etapas, há a finalização da atividade investigativa.

Resumindo o que expomos nesse diálogo, apresentamos o seguinte quadro que corresponde aos momentos de uma investigação e os objetivos de cada momento.

Quadro 1: Momentos na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	• **Reconhecer uma situação problemática** • **Explorar a situação problemática** • **Formular questões**
Conjecturas	• **Organizar dados** • **Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)**
Testes e reformulação	• **Realizar testes** • **Refinar uma conjectura**
Justificação e avaliação	• **Justificar uma conjectura** • **Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio**

Fonte: Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 21).

Vale salientar que esses momentos estão ligados diretamente as fases de uma investigação, sendo que o primeiro momento corresponde a

primeira fase, o segundo e terceiro momento correspondem a segunda fase e o quarto momento liga-se com a terceira fase.

O leitor desse pequeno manual pode até estar se perguntando sobre o total de aulas que uma atividade investigativa pode levar durante a sua ação, mas vale lembrar que uma atividade investigativa nem sempre precisa ser muito grande e compor muitas aulas, pois existem atividades mais simples que necessitarão de poucas aulas. Essa atividade mencionada levou um certo número de aulas (em nossa pesquisa foram dezenove aulas), porque o nosso propósito foi observar diversas produções de significados que os alunos obtiveram, e também o fato dos alunos desconhecerem tal metodologia levou mais tempo, pois eles foram se adaptando aos poucos.

Em suma, apresentamos abaixo uma síntese de como o professor deve fazer uma aula investigativa.

COMO FAZER UMA AULA INVESTIGATIVA?

- **O primeiro passo é escolher um determinado tema de Matemática;**
- **O segundo passo é verificar como essa atividade deve ser feita: se individual, em pequenos grupos ou com toda a sala;**
- **O terceiro passo é elaborar uma atividade que envolva uma boa investigação do determinado tema escolhido, que leve os alunos a perguntarem e indagarem entre si e que levante uma boa discussão com todos os colegas e que esta discussão seja passível de indagações internalistas e externalistas à Matemática ensinada na sala de aula.**

11. ALGUNS RESULTADOS DA NOSSA PESQUISA

Ressaltamos que esta mesma atividade foi desenvolvida para o levantamento de dados de nossa pesquisa de mestrado, conforme mencionado anteriormente. Naquele momento, o ambiente de pesquisa, no qual fizemos o trabalho de campo contava com 35 discentes, divididos em oito equipes.

O levantamento de dados da nossa pesquisa começou no dia 14 de agosto de 2017 e se estendeu até o dia 11 de setembro de 2017. Esse intervalo de tempo constituiu um total de oito encontros e dezenove aulas. Durante o primeiro encontro foi aplicada a Etapa I, o que correspondeu a 3 aulas. A Etapa II durou 3 encontros, totalizando 6 aulas, e a Etapa III durou 3 encontros, levando um total de 7 aulas. O último encontro foi dedicado a discussão da investigação e durou 3 aulas.

Durante a aplicação da atividade, vários significados foram produzidos. Ao término da Etapa I, algumas equipes comentaram que vender geladinhos era um bom negócio para gerar uma renda extra e duas equipes mencionaram que este não era um bom negócio. Essa atividade inicial foi bem simples. A nossa estratégia, inicialmente, foi a de conhecermos com exatidão como a turma reagiria a esse tipo de atividade e também a opinião dos discentes sobre a venda de geladinhos

Ao término da Etapa II, os alunos apresentaram os valores atribuídos aos ingredientes, o total de porções de 115 mℓ e de 180 mℓ de

cada sabor e os gastos gerais de cada sabor. Apresentamos no quadro a seguir apenas os gastos com ingredientes do sabor que foi sorteado para eles desenvolverem as estratégias na Etapa III. Além dos gastos gerais, apresentamos também o total de porções encontrados para a produção dos geladinhos de 115 mℓ e 180 mℓ.

Quadro 02: Alguns resultados da Etapa II

EQUIPE	SABOR DO GELADINHO	GASTOS TOTAIS COM CADA SABOR	TOTAL DE PORÇÕES DE 115 ML	TOTAL DE PORÇÕES DE 180 ML
01	LEITE CONDENSADO	R$ 9,15	12	07
02	CHOCOLATE ECONÔMICO	R$ 10,10	12	08
03	AZUL	R$ 3,86	15	09
04	MOUSSE DE MARACUJÁ	R$ 9,30	16	10
05	BISCOITO	R$ 4,60	16	10
06	COCO	R$ 6,66	06	04
07	MANGA	R$ 9,60	20	13
08	GOIABA	R$ 7,60	15	09

Fonte: Sousa (2018, p. 183-185).

Diante dos resultados encontrados percebemos que dependendo do sabor do geladinho algumas equipes chegaram à conclusão que uns gastariam mais com ingredientes do que outros, conforme podemos perceber no Quadro 02. Evidencia-se também que todas as equipes perceberam que as porções de 115 mℓ rendiam mais do que as de 180 mℓ, o que não foi bem assim no começo da atividade, sendo outras conjecturas formuladas ao longo da investigação.

Na Etapa III, os alunos abordaram ideias apenas para o estudo da função afim e, diante das suas estratégias de produção, venda e lucro, as equipes encontraram as seguintes funções para os sabores sorteados para essa etapa, conforme mostram os quadros a seguir.

Mostramos no quadro a seguir, as funções encontradas para os geladinhos de 115 mℓ.

Quadro 03: Funções encontradas para os geladinhos de 115 mℓ

Equipes	Função afim dos geladinhos de 115 mℓ (01 porção)		
	Custo de produção	Preço de venda	Lucro
01	$f(x) = 0,76 \cdot x$	$f(x) = 1,25 \cdot x$	$f(x) = 0,49 \cdot x$
02	$f(x) = 0,84 \cdot x$	$f(x) = 1,00 \cdot x$	$f(x) = 0,16 \cdot x$
03	$f(x) = 0,25 \cdot x$	$f(x) = 0,75 \cdot x$	$f(x) = 0,50 \cdot x$
04	$f(x) = 0,60 \cdot x$	$f(x) = 1,00 \cdot x$	$f(x) = 0,40 \cdot x$
05	$f(x) = 0,30 \cdot x$	$f(x) = 1,00 \cdot x$	$f(x) = 0,70 \cdot x$
06	$f(x) = 1,11 \cdot x$	$f(x) = 1,50 \cdot x$	$f(x) = 0,39 \cdot x$
07	$f(x) = 0,48 \cdot x$	$f(x) = 0,75 \cdot x$	$f(x) = 0,27 \cdot x$
08	$f(x) = 0,50 \cdot x$	$f(x) = 1,50 \cdot x$	$f(x) = 1,00 \cdot x$

Fonte: Sousa (2018, p. 189).

Análogo ao quadro anterior também fizemos o mesmo para as funções encontradas para os geladinhos de 180 mℓ, conforme está descrito no quadro a seguir.

Quadro 04: Funções encontradas para os geladinhos de 180 mℓ

Equipes	Função afim dos geladinhos de 180 mℓ (01 porção)		
	Custo de produção	Preço de venda	Lucro
01	$f(x) = 1,30 \cdot x$	$f(x) = 2,00 \cdot x$	$f(x) = 0,70 \cdot x$
02	$f(x) = 1,26 \cdot x$	$f(x) = 1,50 \cdot x$	$f(x) = 0,24 \cdot x$
03	$f(x) = 0,42 \cdot x$	$f(x) = 1,00 \cdot x$	$f(x) = 0,58 \cdot x$
04	$f(x) = 1,00 \cdot x$	$f(x) = 1,50 \cdot x$	$f(x) = 0,50 \cdot x$
05	$f(x) = 0,46 \cdot x$	$f(x) = 1,25 \cdot x$	$f(x) = 0,79x$
06	$f(x) = 1,66 \cdot x$	$f(x) = 2,00 \cdot x$	$f(x) = 0,34 \cdot x$
07	$f(x) = 0,73 \cdot x$	$f(x) = 1,00 \cdot x$	$f(x) = 0,27 \cdot x$
08	$f(x) = 0,84 \cdot x$	$f(x) = 2,00 \cdot x$	$f(x) = 1,16 \cdot x$

Fonte: Sousa (2018, p. 189).

Percebemos, pela análise dos Quadros 03 e 04, que as equipes produziram vários significados para a modelagem dessas funções, pois até a chegada desses resultados existiram muitos outros significados construídos pelas equipes que foram úteis para a elaboração dessas funções. Um desses significados diz respeito ao conhecimento de que conhecendo o valor de uma única porção, poderia a partir desta obter a função da produção, da venda e do lucro de cada sabor e isso eles conseguiram compreender muito bem, conforme os resultados apresentados.

Após o término das atividades, cada equipe apresentou para os demais colegas os seus resultados, o que constituiu a discussão da nossa investigação. Nessa discussão, as equipes apresentaram os resultados das três etapas. Dessa apresentação, mencionamos aqui o cartaz elaborado pela Equipe 08, responsável pelo sabor de goiaba e os gráficos da Equipe 07, responsável pelo geladinho de manga.

Figura 01: Fotografia do cartaz elaborado pela Equipe 08

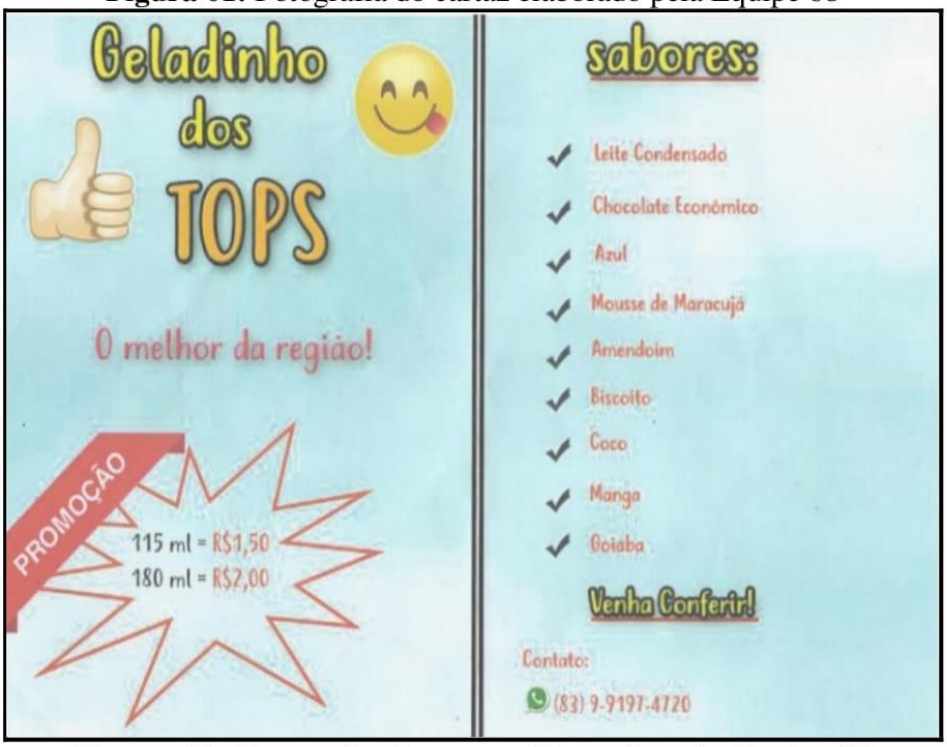


Figura 01: Fotografia do cartaz elaborado pela Equipe 08

Fonte: Sousa (2018, p. 202).

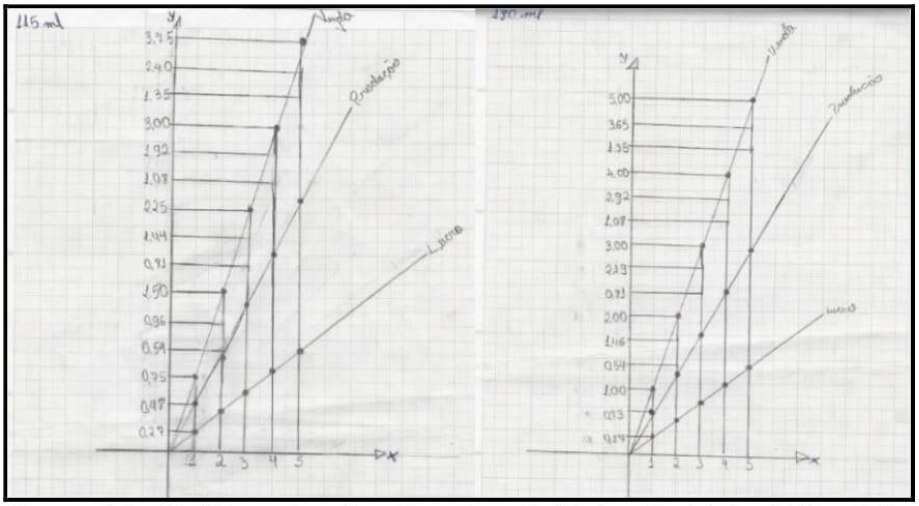


Figura 02: Gráficos das funções do geladinho de 115 e 180 mℓ da Equipe 07

Fonte: Sousa (2018, p. 201).

Diante das imagens apresentadas, percebemos que as equipes fizeram uma profunda investigação em relação a atividade mencionada. Na discussão que cada equipe realizou percebemos a importância que possui uma aula investigativa, principalmente quando esta está ligada a situações do cotidiano. Essa mistura de contextualização, envolvendo empreendedorismo em aulas investigativas aliadas à teoria dos campos semânticos, nos fizeram perceber a riqueza produzida pelos alunos ao longo dessa investigação. É evidente, que o levantamento de ideias, tomadas de decisões e discussões ao longo desse processo, demonstra que tais ideias são geradoras de novos conhecimentos, plenos de significados. Logo, concluímos com estas reflexões que a aula investigativa permite um contexto circunstanciado adequado para o ensino de função afim.

12. PARA FIM DE CONVERSA...

Caro amigo professor!

Foi muito bom contar com a sua disponibilidade para a leitura desse pequeno livro, ainda mais sabendo das dificuldades tendo em vista a nossa correria do dia a dia enquanto docentes. Como professores, educadores e pesquisadores, esperamos ter contribuído de alguma forma para suas atividades em sala de aula.

Desejamos que esses recursos possam ser adaptados ou servir de inspiração em seu contexto de ensino, inclusive promovendo novas ideias, para que façamos das aulas de Matemática um ambiente de investigação e de produção de significados.

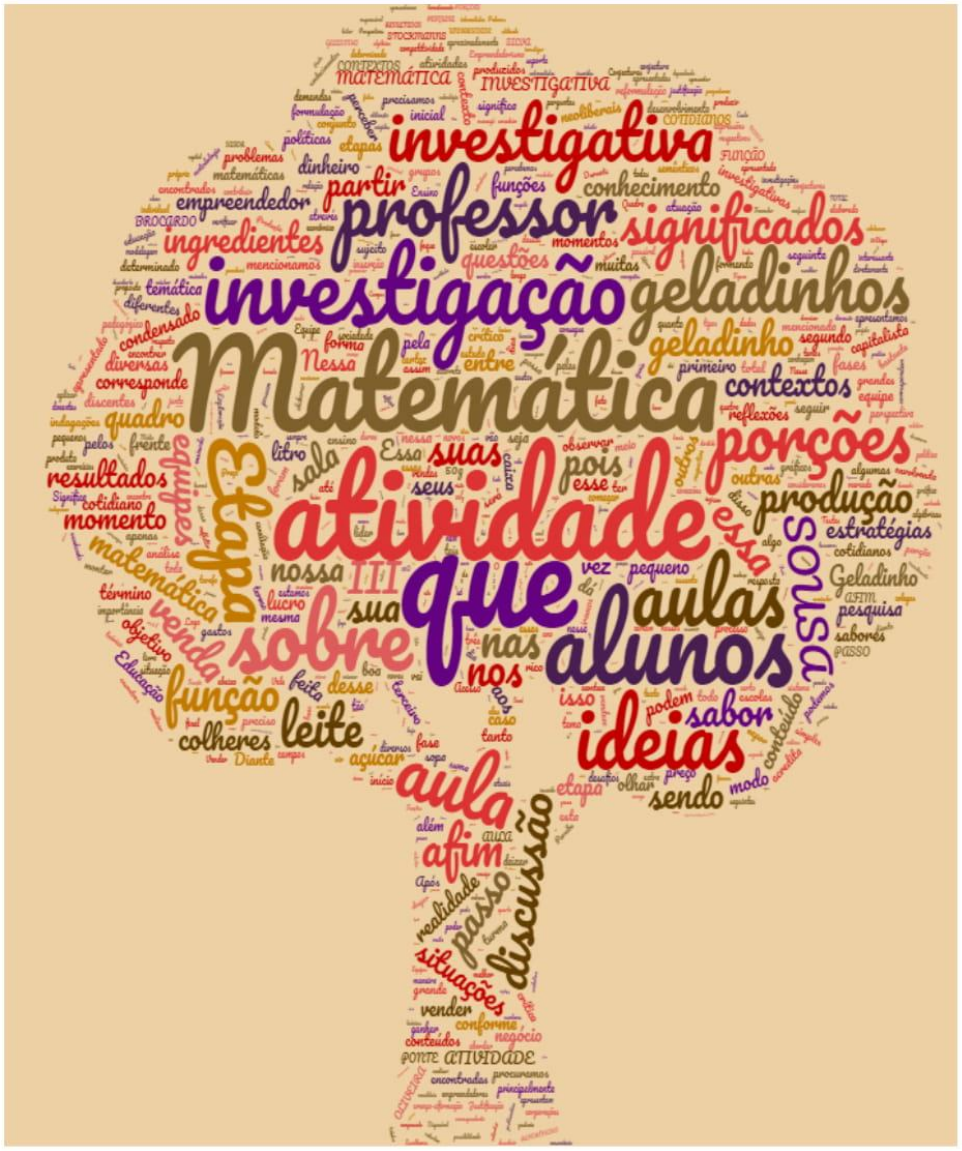
Se surgir alguma dúvida ou quiser colaborar com o nosso trabalho, entre em contato conosco. Será uma honra discutir essas e outras ideias com você.

Esperamos o seu contato!

José Joelson Pimentel de Almeida
jjmat@uepb.edu.br

Ivan Bezerra de Sousa
ivan2009.2@hotmail.com

13. NUVEM DE PALAVRAS DO NOSSO TEXTO



14. REFERÊNCIAS

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e Álgebra para o século XXI.** Coleção Perspectivas em Educação Matemática. Campinas, SP: Papirus, 1997.

PONTE, João P.; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

SILVA, Amarildo Melchiades. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a Matemática**. Tese de doutorado, UNESP, Rio Claro – SP, 2003. Disponível em: <http://www.ufjf.br/amarildo_melchiades /files/2011/06/TESE-Sobre-a-din%C3%A2mica-da Produ%C3%A7%C 3%A3o-de-Significados-Amarildo.pdf> Acesso em 28 mai. 2017.

SOUSA, I. B. **Produção de significados a partir de investigações matemáticas: função afim e contextos cotidianos.** 2018. 250f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2018.

STOCKMANNS, Jussara Isabel. **Pedagogia empreendedora**. Unicentro, Paraná, 2015. Disponível em: <http://repositorio.unicentro.br:8080/jspui/bitstream/123456789/527/5/STOCKMANNS%2C%20J.I.%20Pedagogia%20empreendedora.pdf>. Acesso em: 05 mai. 2018.

O que a produção de geladinhos tem a ver com o estudo de função afim?

Na leitura deste livro você vai perceber a relação existente entre o empreendedorismo e o ensino de Matemática.

Embarque conosco nessa investigação!