UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ANDRIELY IRIS SILVA DE ARAÚJO

ENSINO-APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO E EXPLORAÇÃO DE PROBLEMAS

CAMPINA GRANDE – PB

2016

ANDRIELY IRIS SILVA DE ARAUJO

ENSINO-APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO E EXPLORAÇÃO DE PROBLEMAS

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Silvanio de Andrade

CAMPINA GRANDE – PB
2016

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

A659e Araújo, Andriely Iris Silva de.
Ensino-aprendizagem de álgebra através da resolução e exploração de problemas [manuscrito] / Andriely Iris Silva de Araújo. - 2016.
126 p.

Digitado.
Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2016.
"Orientação: Prof. Dr. Silvanio de Andrade, Departamento de Matemática".

1. Educação matemática. 2. Ensino-aprendizagem. 3. Matemática - Resolução de problemas. 4. Ensino de álgebra. I. Título. 21. ed. CDD 512

ANDRIELY IRIS SILVA DE ARAUJO

ENSINO-APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO E EXPLORAÇÃO DE PROBLEMAS

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Aprovado em 19 / outubro / 2016

Silvanio de Andrade

Prof. Dr. Silvanio de Andrade

Orientador

Severina Andréa Dantas de Farias

Prof.Drª. Severina Andréa Dantas de Farias

Aníbal de Menezes Maciel

Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por me permitir concluir esta etapa da minha vida profissional, estando sempre presente em minha vida, guiando meus passos; sem Ele, nada seria possível.

À minha mãe, Maria Yrijanes da Silva Araújo, que sempre me apoiou e me acolheu nos momentos difíceis, oferecendo-me seu precioso colo, tão acalentador; mesmo quando não sabia como me ajudar, sempre tinha uma palavra de carinho, dando-me forças para que seguisse em frente em meio aos obstáculos, atendendo minhas ligações tardias da noite , quando eu não tinha a quem recorrer e precisava de um alento, um palavra amiga.

Ao meu pai, Antonio de Felinto de Araújo, por acreditar em mim, mesmo quando eu mesma não era capaz, fazendo com que eu enfrentasse as adversidades com mais confiança, ensinando-me que o caminhar não é fácil, porém são as dificuldades enfrentadas que vão fazer o caminhar valer a pena.

Aos meus irmãos, em especial, a minha pequena Andreza Issy Silva de Araújo, por ter me entendido, às vezes que não pude está presente, pelo pouco tempo que passamos juntas durante esse período, mas que, por menor que fosse, era tão precioso.

Aos meus avôs, Regina Calixto da Silva e Antônio Manuel da Silva, pela paciência durante esse período de convívio diário.

Ao meu Orientador, Prof. Dr. Silvanio de Andrade, por sua compreensão e apoio, acreditando que pudéssemos realizar esta pesquisa, sem medir esforços, sempre com uma palavra amiga.

Às minhas amigas e parceiras de curso, Aylla Gabriela Paiva de Araújo e Adriana Velozo da Silva Bezerra, de praticamente uma vida inteira, que sempre estiveram ao meu lado, apoiando-me, fazendo parte da minha construção como profissional; sinto-me muito privilegiada por tê-las conhecido durante a minha caminhada.

A oportunidade de conhecer e caminhar ao lado de pessoas tão especiais, propiciado pelo ingresso ao Mestrado e, em especial, os meus colegas do Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Educação e Pós-modernidade (GEPEP), pelo convívio semanal formando laços de amizade.

Aos professores do Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEPB.

Aos meus familiares que sempre me apoiaram.

Obrigado a todos que contribuíram direta ou indiretamente, para que eu pudesse chegar até aqui, que torceram pelo meu sucesso.

“Não nasci marcado para ser professor (assim como sou). Tornei-me, desta forma, no corpo das tramas, na reflexão sobre a ação, na observação atenta a outras práticas, na leitura persistente e crítica. Ninguém nasce feito. Vamo-nos fazendo aos poucos, na prática social de que nos tornamos parte” (FREIRE, 1977, p.189).

RESUMO

Após uma reflexão sobre as dificuldades da aprendizagem dos princípios básicos da Álgebra na compreensão e apropriação de ideias e conceitos, sentiu-se a necessidade de buscar uma metodologia que propusesse uma melhor aprendizagem dos alunos. Desse modo, o objetivo principal deste trabalho é identificar como a metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução e Exploração de Problemas possibilita o entendimento de ideias e conceitos que vão desde a generalização de padrões até a resolução de Equações Polinomiais do Primeiro Grau. Tendo em vista que essa metodologia visa desenvolver um trabalho mais centrado nos alunos, pois parte de problemas geradores para a aquisição de novos conceitos matemáticos, promovendo assim uma participação mais ativa dos alunos no processo de construção do conhecimento. A partir do momento que o aluno é elevado a expor suas ideias e pensamentos, tornado se o centro do desenvolvimento e da edificação do conhecimento, sob o olhar cuidadoso do professor, que nesse momento tem o papel de mediar, ajudando a construir uma ponte entre o que o aluno já sabe e o que deseja saber. A metodologia de pesquisa usada é de caráter qualitativo na modalidade de pesquisa pedagógica (LANKSHEAR & KNOBEL, 2008) onde o professor pesquisa, sobretudo, sua própria sala de aula e cujo objeto da pesquisa flui de questões, problemas ou preocupações autênticas do próprio professor - pesquisador. O trabalho de sala de aula foi desenvolvido em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental, de uma escola da rede pública do município de Itatuba-PB. Ao trabalhar com a metodologia de Resolução e Exploração de Problemas constatou-se uma maior motivação por parte dos alunos, ao questionarem e refletirem sobre as ideias discutidas, sendo sempre instigados a atuarem fortemente durante o processo de ensino-aprendizagem. Pode-se destacar com a análise dos resultados obtidos a relevância da metodologia adotada, que permitiu uma maior compreensão da Álgebra, de modo a minimizar ou até superar as dificuldades apresentadas constantemente pelos alunos.

Palavras - chave: Educação Matemática. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução e Exploração de Problemas. Ensino-Aprendizagem de Álgebra. Equações Polinomiais do Primeiro Grau.

ABSTRACT

After a reflection on learning difficulties the basic principles of algebra in the understanding and appropriation of idea and concepts, felt the need to seek a methodology to propose a better learning of students. This is the main objective of this work is to identify how the teaching-learning methodology of Mathematics through Problem Solving and Exploration enables the understanding and concepts ranging from the generalization of the standards to the solving of First Degree Polynomial Equations. Considering that this methodology aims to develop a more focused work for students because the problem generation part for acquiring new mathematical concepts promote a more additive participation of students in the process of knowledge construction. From the moment the student is raised to expose his ideas and thoughts becoming the center of development and construction of knowledge, under the care of teacher who now has the function of mediation, help build a bridge between the student already know what do you want to know. The research methodology used is qualitative on the method of teacher research (LANKSHEAR & KNOBEL, 2008) where the teacher researches mainly his/her own classroom and whose object of research flows from questions, problems or authentic concerns of the teacher–researcher himself/herself. The classroom work was developed in a seventh grade class of elementary school of a public school in the municipality of Itatuba, PB, Brazil. In working with the methodology of problem solving and exploration there is a greater motivation of the students to question the reflection of the discussed idea, the relevance of the adopted methodology, which allowed a greater understanding of Algebra, in order to minimize the difficulties presented by the students.

Where the teacher researches, above all, his own classroom and whose object of research flows from questions, problems or authentic concerns of the teacher himself

Key-words: Mathematics Education. Teaching and Learning of Mathematics through Problem Solving and Exploration. Teaching and Learning of Algebra. First-Degree Polynomial Equations.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Atividade 1 45
Figura 2 - Resposta do aluno A1 referente ao item “a” da atividade 1 47
Figura 3 - Resposta do aluno A5 referente ao item “a” da atividade 1 47
Figura 4 - Resposta do aluno A15 referente ao item “a” da atividade 1 47
Figura 5 - Resposta do aluno A18 referente ao item “a” da atividade 1 47
Figura 6 - Resposta do aluno A3 referente ao item “a” da atividade 1 48
Figura 7 - Resposta do aluno A22 referente ao item “a” da atividade 1 48
Figura 8 - Resposta do aluno A7 referente ao item “b” da atividade 1 49
Figura 9 - Resposta do aluno A1 referente ao item “b” da atividade 1 49
Figura 10 - Resposta do aluno A4 referente ao item “b” da atividade 1 49
Figura 11 - Resposta do aluno A8 referente ao item “b” da atividade 1 50
Figura 12 - Resposta do aluno A25 referente ao item “b” da atividade 1 50
Figura 13 - Resposta do aluno A 6 referente ao item “b” da atividade 1 50
Figura 14 - Resposta do aluno A 12 referente ao item “b” da atividade 1 50
Figura 15 - Resposta do aluno A 3 referente ao item “b” da atividade 1 51
Figura 16 - Resposta do A 11 referente ao item “b”da atividade 1 51
Figura 17 - Resposta do A 18 referente ao item “b” da atividade 1 51
Figura 18 - Resposta do A 1 referente ao item “b” da atividade 1 51
Figura 19 - Resposta do A 4 referente ao item “c” da atividade 1 52
Figura 20 - Resposta do A 10 referente ao item “c” da atividade 1 52
Figura 21 - Resposta do A 15 referente ao item “d” da atividade 1 53
Figura 22 - Item “a” da atividade 2 61
Figura 23 - Resposta do A 5 referente ao item “a” da atividade 2 62
Figura 24 - Resposta do A 7 referente ao item “b” da atividade 2 63
Figura 25 - Resposta do A 7 referente ao item “c” da atividade 2 63
Figura 26 - Considerações do A 1 sobre o primeiro encontro 68
Figura 27 - Considerações do A 2 sobre o primeiro encontro 68
Figura 28 - Considerações do A 3 sobre o primeiro encontro 68
Figura 29 - Considerações do A 4 sobre o primeiro encontro 69
Figura 30 - Figura 30- Atividade 3 70
Figura 31 - Resposta do A20 referente ao item “a’” da atividade 3 71
Figura 32 - Resposta do A 16 referente ao item “c’” da atividade 3 71
Figura 33 - Resposta do A 7 referente ao item “d’” da atividade 3 72
Figura 34 - Resposta do A 1 referente ao item “d’” da atividade 3 72
Figura 35 - Resposta do A 18 referente ao item “e’” da atividade 3 72
Figura 36 - Resposta do A 5 referente ao item “f’” da atividade 3 72
Figura 37 - Resposta do A 4 referente ao item “g’” da atividade 3 73
Figura 38 - Resposta do A 5 referente ao item “h’” da atividade 3 74
Figura 39 - Resposta do A 8 referente ao item “h’” da atividade 3 74
Figura 40 - Atividade 4 75
Figura 41 - Resposta do A 2 referente ao item “a’” da atividade 4 75
Figura 42 - Resposta do A 10 referente ao item “a’” da atividade 4 75

Figura 43 - Resposta do A 4 referente ao item “a’” da atividade 4 76
Figura 44 - Resposta do A 12 referente ao item “a’” da atividade 4 76
Figura 45 - Resposta do A 5 referente ao item “a’” da atividade 4 76
Figura 46 - Resposta do A 5 referente ao item “d’” da atividade 4 77
Figura 47 - Resposta do A 15 referente ao item “f’” da atividade 4 78
Figura 48 – Atividade 6 79
Figura 49 – Tabela feita pelo A8 82
Figura 50 - Cálculo do IMC do A5 83
Figura 51 – Problema da idade do A7 85
Figura 52 – Poblema da idade do A9 86
Figura 53 – Problema da idade do A13 86
Figura 54 - Problema da idade do A14 86
Figura 55 – Resposta do A10 referente a sentença “a” 88
Figura 56 - Resposta do A6 referente a sentença “a” 88
Figura 57 - Resposta do A5 referente a sentença “b” 88
Figura 58 - Resposta do A3 referente a sentença “c” 89
Figura 59 - Resposta do A11 referente a sentença “e” 89
Figura 60 - Equilíbrio das Balanças Algébricas 90
Figura 61 - Balança 1 91
Figura 62 - Balança 2 91
Figura 63 - Balança 3 92
Figura 64 - Resposta do A2 referente a atividade 1 92
Figura 65 - Resposta do A9 referente a atividade 1 92
Figura 66 - Resposta do A13 referente a atividade 2 93
Figura 67 - Resposta do A2 referente a atividade 2 93
Figura 68 - Resposta do A5 referente a atividade 2 93
Figura 69 – Resposta do A12 referente a atividade 3 94
Figura 70 – Números cruzados 98
Figura 71 - Resposta do A5 do Enunciado I 99
Figura 72 - Resposta do A16 do Enunciado I 100
Figura 73 - Resposta do A3 do Enunciado II a 101
Figura 74 - Resposta do A12 do Enunciado II a 101
Figura 75 - Resposta do A11 do Enunciado II b 101
Figura 76 - Resposta do A9 do Enunciado II c 102
Figura 77 - Representação do A7 104
Figura 78 - Representação do A5 104
Figura 79 - Representação do A12 104
Figura 80 - Representação do A6 105
Figura 81 - Representação do A15 105
Figura 82 – Representação do A3 sobre o item a 107
Figura 83 – Representação do A7 sobre o tiem b 107
Figura 84 – Representação do A5 sobre o item c 107

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 11

2. CONSTRUÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E AS REPRESENTAÇÕES MULTIPLAS 17

3. CONHECENDO UM POUCO DA HISTÓRIA DA ÁLGEBRA 15

3.1 A Álgebra no Currículo Escolar 29

3.2 Pensamento Algébrico 33

4. INTINERÁRIOS DA PESQUISA 37

5. UM MERGULHO NA SALA DE AULA 43

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS 109

7. REFERÊNCIAS 115

8. ANEXOS 120

1. INTRODUÇÃO

Durante o período em que estivemos no Ensino Básico, em meio a tantas outras disciplinas, despertou-se em nós uma paixão pela matemática, pois sentíamos um prazer indescritível em mergulhar nas especificidades dessa ciência tão sublime, a cada problema, desvendando caminhos diferentes, o que me levou, assim, a prestar vestibular para cursar tal disciplina.

Em 2009 ingressamos no curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade Estadual da Paraíba. No último ano da graduação, iniciamos nossa trajetória no campo da pesquisa, ao participar de uma atividade integrante do projeto Observatório da Educação, o qual faz conexões entre a Universidade e a Escola. Envolvendo alunos da graduação, professores e alunos da escola básica, mestrandos e um professor doutor da Universidade Estadual da Paraíba, cujo objetivo, entre outros, é o de desenvolver metodologias de ensino alternativas, no nosso caso, a Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos.

O trabalho foi realizado em dois anos, dos quais participamos apenas do primeiro. Isso contribuiu fortemente para que eu pudesse conhecer melhor as pesquisas na área de Educação Matemática e, também, para despertar interesse em seguir meus estudos na área acadêmica, trabalhando com questões ligadas à resolução de problemas no processo de ensino e aprendizagem.

Durante a graduação, em 2011, ingressei na escola pública estadual da cidade de Itatuba-PB, como professora substituta, na qual passei o ano trabalhando com as turmas do Ensino Fundamental.

A experiência foi muito importante para sentir a realidade da sala de aula, colocando à prova os meus conhecimentos já adquiridos na graduação e para entender as dificuldades cognitivas e estruturais dos alunos. O contato diário com as turmas me fez perceber a falta de compromisso de grande parte dos alunos com a sua aprendizagem.

No ano seguinte migrei para a escola municipal de Ensino Fundamental II da mesma cidade. Como o município é muito pequeno, pude logo perceber as características do alunado, pois se tratava de um grupo mais carente, necessitava de um cuidado especial. Dessa forma, desenvolvi um trabalho mais voltado para as necessidades dos alunos. Com a colaboração de duas professoras de matemática, montamos grupos de estudos com os alunos dos 9º anos da manhã e da tarde, com o objetivo de fazer com que eles conseguissem resolver problemas,

utilizando os conhecimentos adquiridos durante o momento da aula regular. Apesar de ter trabalhado pouco com o grupo, pois eles já estavam no segundo semestre, tivemos bons resultados, resultados dos quais refletiram até em acréscimo do Índice de Desenvolvimento da Escola Básica.

Terminamos a graduação em 2012, fazendo o trabalho de conclusão voltado para a metodologia de ensino e aprendizagem através da resolução de problemas, que nos despertava uma grande curiosidade, instigando, assim, a realizar pesquisas voltadas para essa metodologia. Almejando compreender mais sobre ela, em função de ser um recurso bem conhecido, porém pouco trabalhado em sala de aula, por vários motivos dos quais esclarecemos no decorrer do texto. Finalizamos o trabalho de conclusão de curso com uma oficina de resolução de problemas para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Para isso, utilizamos problemas retirados de livros de Malba Tahan, experiência que nos estimulou a pensar na Resolução de Problemas como uma metodologia de forte impacto, pois, concordo, assim como muitos autores, como Onuchic (2014) e Andrade (1998) concordam, quando argumentam que a metodologia estimula o pensamento matemático dos alunos.

Em 2014 ingressamos no Mestrado de Ensino em Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, com um projeto piloto "Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução e Exploração de problemas", que ao longo da trajetória do curso, foi sofrendo modificações em sua essência, modificações necessárias para atingir meus reais objetivos.

A motivação principal para a realização desse trabalho se deu ao perceber, enquanto professora de matemática do Ensino Fundamental, as muitas dificuldades dos alunos com relação à Álgebra e seus procedimentos. Entendo a Álgebra como um conteúdo essencial para pensamento e entendimento da linguagem matemática, que dá suporte a muitos conteúdos que utilizam a Álgebra na sua essência.

Rocha (2011), ao defender o cumprimento dos objetivos do ensino de Álgebra, dos quais deve fornecer para o aluno um acervo de possibilidades e conhecimentos úteis e funcionais, no sentido dele ser capaz de enfrentar os problemas do dia a dia, resalta que é necessário uma nova metodologia para que esse ensino de fato ocorra, apesar de que na realidade brasileira deixa bastante a desejar.

Pensando nisso, optamos por trabalhar com a Metodologia de Resolução de Problemas, para edificar ainda mais a aprendizagem. As pesquisas apontam que a Resolução de Problemas pode ser uma boa opção para isso, tendo em vista que exige fortemente do aluno um pensamento matemático. Ao resolver um problema, ele o analisa refletindo sobre o

mesmo de forma a buscar processos para solucioná-lo. De fato, quando o aluno é instigado a fazer algo, a aprendizagem se torna muito mais prazerosa e com compreensão; essas são algumas das vantagens da Resolução de Problemas, ao propiciar situações que permitam exercer a matemática de forma fácil e contextualizada.

A matemática voltada apenas para procedimentos dificilmente desperta no aluno interesse, a não ser que este já tenha facilidade na área de exatas, caso contrário, as regras matemáticas não fazem muito sentido, nem despertam muito envolvimento nos alunos. Contrariamente a isso nosso maior intuito, nesse estudo, é florescer no aluno o pensamento matemático, que é extremamente importante.

Constantemente nos deparamos com situações que nos exigem utilizar a matemática: desde o acordar até o adormecer, através do horário, saber quanto tempo leva pra chegar a algum lugar; entender por que o médico ao receitar um medicamento determina horários divisores de 24; na verificação dos preços dos produtos pelo volume que tem em relação ao preço, para saber qual é o mais vantajoso; no cálculo de quanto vou precisar na quantidade de tinta ou o quanto de papel de parede precisaria comprar com base nas áreas das paredes da minha casa; quanto dinheiro preciso para encher o tanque do meu carro ou moto; para analisar um mapa; na compra de tecidos, no controle das finanças; para seguir receitas de comida, ao analisar, proporcionalmente, a quantidade de ingredientes; para comparar planos de telefonia celular ou internet e decidir o mais econômico; para seguir uma dieta com base nas quantidades de calorias ingeridas. Enfim, a matemática é realmente aplicada em tudo ao nosso redor, por isso entendemos como tamanha a importância de fazer com que os alunos também compreendam a dimensão da importância dessa ciência em nossas vidas.

A metodologia de Resolução de Problemas já era convicta em nosso projeto por nos atrair a arte de resolver problemas. Ao longo das disciplinas cursadas, entendemos que se limitar a resolver o problema não era suficiente. Desse momento em diante, começamos a enfatizar também a exploração de problemas diversificados, como uma forma de ir além, abordando suas vertentes das mais variadas formas, realizando, assim, a exploração do problema. Depois de todo processo de abordar o problema através da elaboração de estratégias ou procedimentos, a organização das informações e o teste de validação das respostas, o aluno não se conforma em encontrar uma única solução, mas trabalha com a ideia da formulação de novos problemas a partir das situações propostas, dando mais criticidade ao problema, através de questionamentos, posições e reflexões dos alunos sobre os problemas propostos.

Na busca de despertar no aluno o espírito investigador, fazendo com que ele seja construtor do seu próprio conhecimento, nos preocupamos em desenvolver alternativas, utilizando da resolução e exploração de problemas matemáticos para que os alunos se interessassem e se envolvessem no estudo da disciplina de maneira atraente e investigativa, possibilitando o desenvolvimento da autonomia e da construção do seu conhecimento.

O conteúdo matemático a ser trabalhado durante as intervenções pareceu algo difícil de ser definido, pelo fato da matemática ser um campo muito amplo. Como professora dos anos finais do Ensino Fundamental, sentia muita dificuldade em fazer com que os alunos compreendessem a álgebra de uma forma mais eficaz e abrangente, de forma que eles fossem além das fórmulas e da rigidez do conteúdo, ficando apenas no formalismo, sem maiores compreensões. Na perspectiva de dar uma atenção maior à Álgebra nos anos iniciais, resolvemos ter como conteúdo a ser trabalhado durante a pesquisa toda a parte introdutória da álgebra, visando estabelecer o conceito de incógnita, até a utilização de equação polinomial do primeiro grau.

Busquei, assim, uma metodologia que produzisse significados ao aluno na compreensão da linguagem algébrica, estimulando-os na utilização de seus métodos em situações propostas por problemas contextualizados, que os envolvessem e, através desse trabalho, desenvolvessem explorações sobre os possíveis resultados com ênfase maior à compreensão da linguagem e operações algébricas.

Nessa perspectiva, considerando um ensino produtor de significados, no qual o aluno seja capaz de compreender a linguagem algébrica, é que pretendemos responder a seguinte problemática: é possível desenvolver através da Resolução e Exploração de Problemas o ensino de álgebra de forma com compreensão no Ensino Fundamental?

A partir dessa questão norteadora, surgiram outras questões que também complementam o objeto de estudo da pesquisa:

Quais as principais dificuldades dos alunos na compreensão do ensino de Álgebra?

Quais os benefícios do ensino da matemática através da Resolução e Exploração de problemas?

Como a Resolução de Problemas, enquanto metodologia de ensino, potencializa o aprendizado da Álgebra?

Com o objetivo de responder a essas questões é que desenvolvemos o presente estudo.

Esta pesquisa buscou analisar e evidenciar uma proposta de ensino de Álgebra com alunos do 7º ano de uma escola municipal da cidade de Itatuba, localizada no agreste

paraibano, por meio de uma aplicação de um conjunto de atividades, trabalhadas através da metodologia de Resolução e Exploração de Problemas.

A princípio a presente proposta visa atender os seguintes requisitos:

1. Trabalhar, a partir da construção realizada pelo aluno, a representação do desconhecido.
2. Construir, juntamente com os alunos, através de problemas, o conceito de incógnita.
3. Descobrir a incógnita propriamente dita através da manipulação de equação ainda não estruturada.
4. Formalizar equações através da ideia de igualdade.
5. Propiciar a formulação problemas que envolvam equações.
6. Resolver problemas de diferentes aspectos.

A produção de uma matemática com compreensão para os alunos é uma maneira de fazer com que eles concebam a Álgebra de outra forma, de modo a compreender sua importância, pois, a partir do momento em que se entende a razão e para que aprender determinado conteúdo, a aprendizagem se torna mais prazerosa e efetiva.

A Álgebra, por seu formalismo, muitas vezes, é entendida como um conjunto de regras, as quais não tem sentido algum para os alunos. Talvez a dificuldade de compreensão da linguagem algébrica seja um dos principais fatores do desinteresse dos alunos.

Outro aspecto percebido nos estudantes com relação à Álgebra é a dificuldade de compreensão da linguagem matemática, a partir da tradução de sentenças escritas na linguagem materna para a linguagem matemática, ou seja, de palavras para símbolos matemáticos, gerado obstáculo à compreensão, pois os alunos, muitas vezes, não conseguem entender essa passagem, ficando confusa a linguagem.

O conjunto de regras das quais a álgebra é formada gera no aluno uma dificuldade em compreender tal conteúdo e sua importância. Assim passam a considera-lo como um conteúdo rigoroso e sem aplicações, no seu dia a dia. Portanto, com o objetivo de contribuir para a quebrar de paradigmas, que pretendemos, com a pesquisa, tornar a aprendizagem de Álgebra com compreesão e, consequentemente, mais efetiva para os alunos.

Assim, a partir desse momento, discorro sobre todo o percurso da pesquisa e seus resultados, visando trazer contribuições para o campo de pesquisa, ao promover reflexões a respeito do processo de ensino aprendizagem de Matemática através da Resolução e Exploração de Problemas, de modo a contribuir de alguma forma para a melhoria da qualidade do ensino no Brasil.

No segundo capítulo fazemos referência à resolução de problemas no ensino de Matemática ao longo da história, pontuando os pontos culminantes nesse processo, de forma que fique compreensível como foi o desenvolvimento da metodologia em sala de aula e qual sua importância no processo de ensino e aprendizagem em ressaltar a Representação Múltipla como forte aliada nesse processo.

No terceiro capítulo, fazemos alusão ao conteúdo de Álgebra do ponto de vista histórico. Expomos suas características e dificuldades de compreensão, de maneira que nos leve a compreender os obstáculos ao longo do tempo na aquisição desse conteúdo que acaba causando tantos impedimentos etimológicos no decorrer da vivência escolar. Fazemos, também, um resgate de como ocorreu a implantação da Álgebra no currículo escolar e, por fim, esboçamos a importância do pensamento algébrico no desenvolvimento intelectivo do aluno.

No quarto capítulo descrevemos sobre a metodologia a ser abordada e de como se dá seu andamento, operando, assim, com o contorno sobre a pesquisa.

Já no quinto capítulo buscamos situar o trabalho na sua fase de execução ao descrever e analisar as intervenções em sala de aula, com base nas discussões dos capítulos 2 e 3.

Para finalizar expomos os principais resultados alcançados a partir das observações realizadas, de modo a ressaltar os resultados alcançados de acordo com a proposta da pesquisa, e sugerir metodologias que possam amenizar as dificuldades encontradas ao longo do trajeto de aprendizagem da discipplina, de forma que essa essa pesquisa possa contribuir de maneira eficaz para os demais pesquisdores.

2 . CONSTRUÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E AS REPRESENTAÇÕES MULTIPLAS

O ensino de matemática ao longo dos anos vem sendo modificado, e aprimorado, na tentativa de atender às necessidades da sociedade contemporânea, assegurando o uso dos conhecimentos necessários, para o seu desenvolvimento.

No ensino da matemática tradicional as aulas de matemática são pautadas na reprodução, ou seja, os professores fazem uma atividade e o aluno repete os mesmos processos de uma atividade semelhante. Acredita-se que quanto mais o aluno repete os exercícios, mais ele aprende.

Com o passar do tempo essa ideia da reprodução foi perdendo força, pois os matemáticos entenderam que se não há compreensão, não há aprendizagem, passando a incrementar, assim, uma tentativa de um ensino de matemática mais pautado na compreensão de ideias e conceitos matemáticos.

No início da década de 1960, com o Movimento da Matemática Moderna, desencadeou-se um grande processo de mudanças no ensino da matemática, implementando-se uma matemática mais sofisticada. Para Onuchic (1999, p.202) esse modelo de ensino:

> Apresentava uma matemática estruturada, apoiada em estruturas lógicas, algébricas e topológicas e de ordem e enfatizava a teoria dos conjuntos. Realçava muitas propriedades. Tinha preocupações excessivas com abstrações matemáticas e apresentava uma linguagem matemática universal, concisa e precisa (ONUCHIC, 1999, p. 202).

Nesse momento houve uma grande preocupação no ensino de matemática voltado para a formação de futuros matemáticos, o que não durou muito tempo, pois, logo vieram os problemas com relação a esse método, segundo Onuchic & Allevato (2011, p.7):

> O mundo foi influenciado por recomendações de ensinar Matemática apoiada em estruturas lógicas, algébrica, topológica e de ordem, enfatizando a teoria dos conjuntos. O tratamento excessivamente abstrato, o despreparo dos professores para esse trabalho, assim como a falta de participação dos pais de alunos, nesse movimento, fadou-o ao fracasso.

Assim os alunos apresentaram dificuldades de aprendizagem, haja vista que a metodologia de ensino adotada não permita ligação da matemática ensinada com o cotidiano

dos alunos, comprometendo, dessa forma, sua aprendizagem, entre outras dificuldades já ressaltadas anteriormente.

Entretanto, foi um período de grandes avanços para a matemática. De acordo com Brolezzi (2013, p.43):[...]"os livros didáticos melhoraram, colocaram mais exercícios, começaram a cuidar melhor dos conceitos matemáticos", mas houve um grande fracasso na matemática escolar. Pois percebeu se que resolver sequências de exercícios repetitivos não era suficiente para aprender matemática. Nesse momento foi que a matemática escolar entendeu que, para resolver problemas matemáticos, não era suficiente apenas saber fazer operações matemáticas.

Nesse contexto nome de destaque, nesse período, na resolução de problemas foi, o então considerado pai da Resolução de Problemas, George Polya (1887-185), autor do livro clássico ***A arte de resolver problemas*** (1945). Nesse livro o autor descreveu quatro passos para resolver um problema:

1-Compreensão do problema:

- Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?
- Para determinar a incógnita, a condição é suficiente? Ou é insuficiente? Ou é excessiva? Ou contraditória?

2-Estabelecimento de um plano:

- Qual a ligação entre os dados e a incógnita?
- Trace um caminho para a resolução: é possível descobrir algo para determinar a incógnita? E o que é preciso para descobrir esse algo?
- Já viu um problema parecido ou que corresponda a esse? Conhecer um problema que possa auxiliar?
- Conhece uma propriedade, um teorema, uma fórmula que seja útil para a resolução?

3-Execução do plano:

- Verifique cada passo da execução. É possível verificar que o passo está correto?

4-Reflexão sobre o que foi feito:

- É possível verificar o resultado? E o argumento?
- É possível seguir um caminho diferente?
- O resultado obtido tem sentido no contexto do problema?

Polya, em seu livro, diz que quem não sabe resolver problemas não sabe matemática. A partir de então a resolução de problemas pela primeira vez foi tratada como tema de interesse para professores e estudantes.

Absolutamente descritivo – não era prescritível –, os professores não sabiam, muitas vezes ler bem, muito menos criar um plano, não sabia as técnicas operatórias, não sabia executar o plano.

A preocupação com as habilidades básicas da matemática ficou ainda mais evidente no inicio da década de 1970, sendo a resolução de problema tratada como uma alternativa metodológica a ser desenvolvida. A resolução de problemas passou a receber dos educadores matemáticos sua devida importância, destacando-se pelo mundo no final da década de 1970. Foi, então, a partir desse momento, que se iniciou, segundo Huanca, (2006, p. 20):

> A "era da resolução de problemas". Fundada a partir de recomendações feitas no documento "Uma Agenda para Ação", no NCTM, em 1980, diz que a Resolução de Problemas devia ser o foco da matemática escolar nos anos 80. No início da década de 90, a UNESCO, através da sua declaração mundial sobre Educação para todos, também declara claramente que a resolução de problemas deve ser um instrumento essencial da aprendizagem, do mesmo modo que a leitura, a escrita e o cálculo.

Depois de todas as recomendações feitas em relação à Resolução de Problemas nos anos de 1980, segundo Andrade (1989), a resolução de problemas passa a ser pensada como uma metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio de se ensinar matemática. Daí em diante, a Resolução de Problemas, como uma metodologia de ensino, passa a ser o lema das pesquisas e estudos de Resolução de Problemas para os anos 1990.

Sobre esse período Onuchic e Allevato (2011, p.78) diz que:

> Inicia-se, então, a fase da Resolução de Problemas, cujas ideias apoiavam-se, especialmente, nos fundamentos do construtivismo e na teoria sociocultural, que tem Vygotsky como principal teórico. O foco nessa fase foi colocado sobre os processos de pensamento matemático e de aprendizagem por descoberta, no contexto da Resolução de Problemas.

Com todos esses avanços com relação à Resolução de Problemas, segundo Onuchic & Allevato (2011, p.79), "só foi de fato, a partir dos Standards 2000 que os educadores matemáticos passaram a pensar numa metodologia de ensino-aprendizagem matemática através da resolução de problemas". Esse é o principal ponto de interesse do nosso trabalho, desenvolver uma atividade científica com matemática através da Resolução de Problemas.

De acordo com Cai.(2010, p. 252), nos últimos 40 anos houve uma considerável produção de pesquisas, em nível nacional sobre o ensino e aprendizagem de matemática

através da Resolução de Problemas, por entenderem que esse tipo de trabalho avança significativamente na compreensão afetiva, cognitiva e metacognitiva, tanto em matemática como em outras disciplinas.

Apesar de nos últimos anos ter havido um declínio nas pesquisas referentes à Resolução de Problemas, ainda assim permanece em destaque nacional, despertando o interesse de vários pesquisadores e o desenvolvimento de vários tipos de abordagem nesta temática.

Para muitos educadores matemáticos, a Resolução de Problemas consiste em permitir que os alunos utilizem seus conhecimentos e desenvolvam a capacidade de administrar as informações ao seu redor. Dessa forma, os alunos adquirem a oportunidade de ampliar seus conhecimentos, desenvolver seu raciocínio lógico, enfrentar novas situações e conhecer as aplicações da matemática. O mesmo sucede para o professor, pois trabalhar com a Resolução de Problemas possibilita atingir os objetivos de aprendizagem, além de tornar a sala de aula mais interessante e motivadora.

Contrariamente, de acordo com os Pcns (1998)

> A prática mais frequente na Resolução de Problemas consiste em ensinar um conceito, um procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com números do enunciado ou aplicar algo que aprendam nas aulas. Desse modo o que professor explora na atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, técnicas e demonstrações.

Entendemos que é preciso que os alunos e professores tenham uma visão mais ampla do que é resolver um problema, pois muitos ainda confundem esta metodologia de ensino com exercícios, querendo se valer de técnicas e algoritmos padrões para encontrar uma solução.

Na realidade, o foco central do ensino de matemática não devia estar em se encontrar a solução dos problemas propostos. O papel da resolução de problemas no currículo de matemática seria um caminho de aquisição para novos conhecimentos, ou seja, compreender deveria ser o principal objetivo do ensino, para adquirir um novo conhecimento ou um processo no qual pode ser aplicado tudo aquilo que previamente havia sido construído. (ONUCHIC, 1999).

Com o advento da sociedade em que vivemos hoje, pesquisas recentes mostram que, para planejar uma aula baseada na Resolução de Problemas, já não basta estabelecer regras e sequências, pois só resolver o problema não mais satisfaz as necessidades de aprendizagem e

nem tampouco a vontade do professor de ensinar. É preciso ir além da Resolução do Problema, e ao entender o porquê daquele problema, os objetivos, se só existe o meio encontrado para resolvê-lo, se é a única solução.

Fornecer problemas para que os alunos solucionem não é mais suficiente: é preciso explorá-lo, compreendê-lo, ressignificá-lo. Não é nada interessante a formação nem a reprodução de cidadãos que acolhem tudo que lhes é oferecido em sala de aula sem espírito crítico na sociedade na qual vivemos, cuja concorrência é cada vez maior, e se faz necessário pensar o mundo circundante e questionar sobre a sociedade dada, incutindo-lhes atitudes questionadoras. Assim Brandão (2014, p.42) entende que "um dos aspectos essenciais durante o ensino aprendizagem de matemática é fazer com que o aluno possa aprender a aprender, que ele reflita sobre o que está estudando".

Essa tarefa não é fácil, por isso, deparamo-nos diante de tanta rejeição por parte de alguns profissionais de implementar, em suas aulas, metodologias que fujam do convencional quadro, giz, definição e exercícios acessíveis, mas que não fogem do controle do professor, pois tudo que acontece nesse tipo de aula já está previsto por ele, tudo se desenvolve conforme o planejado. O aluno muitas vezes é caracterizado de forma passiva e tem a única função de absorver e reproduzir o que lhes é proposto.

O desafio é superar os obstáculos da aprendizagem, preparando os estudantes para o desconhecido, e provocando o aluno para que ele esgote toda a sua sede de conhecimento. Permitindo a ele que questione e se posicione, colocando-se como parte ativa do processo de ensino-aprendizagem.

Segundo Schroeder & Lester (1989) apud (Cai, 2010, p. 255).

> The implication of this change in perspective is that if we are to help students become successful problem solving, we first need to change our views of problem solving as a topic that is added onto instruction after concepts and skills have been taught. One alternative is to make problem solving an integral of mathematics learning. This alternative is often called teaching mathematics through problem solving; that is students learn and understand mathematics through solving mathematically rich problems and problem-solving skills are developed through learning and understanding mathematics concepts and procedures. [1]

[1] Tradução nossa: "A implicação dessa mudança em perspectiva é que se quisermos ajudar os alunos a se tornarem resolvedores de problemas, bem-sucedidos, nós primeiro precisamos mudar nossas visões da resolução de problema como um tópico que é adicionado a instrução após conceitos e habilidades terem sido ensinadas. Uma alternativa é fazer a resolução de problemas uma parte integral da aprendizagem matemática. Essa alternativa é muitas vezes chamada de ensino da matemática através da resolução de problemas, na qual os alunos aprendem e entendem matemática através da resolução de problemas matematicamente ricos e de habilidades de resolução de problemas que são desenvolvidas por meio da aprendizagem e entendimento de conceitos e procedimentos matemáticos" .

Dessa forma, o ensino de matemática através da Resolução de Problemas serve como uma alternativa metodológica de ensino a ser pensada em sala de aula. Embora, universalmente, não exista um consenso sobre o que o ensino através desse método deva reunir, existem, algumas características que são consideradas importantes, de acordo com Cai (2010, p. 255), tais como:

> Teaching through problem solving starts with a problem. Students learn and understand important aspects of a mathematical concept or idea by exploring the problem situation. The problems tend to be open ended and allow for multiple correct answers and multiple solution approaches. Students play a vary active role in their learning – exploring problem situations with the teacher's guidance and by "inventing" their own solution strategies. In fact, the students' own exploration of the problem is an essential component in teaching with this method. In students' problem solving, they can use any appoach they can think of, draw on any piece of knowledge they have learned, and justify any of their ideas that they feel are convincing. While students work on the problem individually, teachers talk to individual students in order to understand their progress and provide individual guidance. After students have used at least one strategy to solve the problem or have attempted to use a strategy to solve the problem, students are given opportunities to share their various strategies with each other. [2]

As diferentes estratégias utilizadas pelos alunos permitem uma melhor compreensão dos mesmos, pois, a partir do momento que criam seus próprios meios e os vai aprimorando sua concepção se tornam mais embasadas sobre aquele conteúdo e, em especial, quando expõem para os demais colegas, defendendo o seu ponto de vista. Assim, os alunos vão tendo uma percepção maior e mais abrangente do problema.

Desse modo a Resolução de Problemas como metodologia de ensino vem sendo fonte de muitos estudos e aprimoramentos. Apesar de muitos professores acreditar ser crucial no ensino- aprendizagem da matemática, não é fácil de trabalhar com essa metodologia, uma vez que está sujeita a situações inesperadas para o professor, pois não se sabe qual será a reação de seu aluno diante do desenvolvimento do problema, uma vez que não se espera mais que o

[2] Tradução nossa: "Ensinar através da resolução de problemas começa como um problema. Os alunos aprendem a compreender aspectos importantes de um conceito ou ideia matemática explorando a situação problema. Os problemas tendem a ser semi - abertos e permitem múltiplas respostas corretas e múltiplas abordagens de resoluções. Os estudantes desempenham um papel muito ativo nas suas aprendizagens - ao explorar situações problemas com a orientação do professor e por "inventarem" suas próprias estratégias de resolução. De fato, a exploração do problema pelos próprios estudantes é um componente essencial no ensino com essa metodologia. Na resolução de problemas dos alunos, eles podem utilizar qualquer abordagem que pensam, representar qualquer peça do conhecimento que aprenderam e justificar qualquer uma de suas ideias que eles sentem que são convincentes. Enquanto os alunos trabalham sobre o problema individualmente, os professores conversam com eles individualmente a fim de entender seus progressos e fornecer orientação individual. Depois que os estudantes tenham usado pelo menos uma estratégia para resolver o problema ou tentado usar uma estratégia, aos alunos são dadas oportunidades de partilhar suas várias estratégias um com o outro."

aluno siga apenas fórmulas prontas, considerando que uma situação só é vista como um problema se existe um obstáculo que dificulta o caminho aonde se pretende chegar.

Nesse cenário as Representações Múltiplas podem potencializar a Resolução e Exploração de Problemas, uma vez que, combinadas, promovem um novo sentido ao conteúdo.

As diferentes Representações podem enriquecer o processo de Resolução e Exploração do problema, embora não tenha ficado muito evidenciado nesse trabalho. Porém, em outro trabalho "**A Resolução de Problemas curiosos, como potenciadora do pensamento matemático do aluno:** uma experiência com problemas de Malba Tahan", que trabalha com a Resolução de Problemas, ficou bem perceptível a necessidade dos alunos de se expressarem de diferentes formas, como verbal, algébrica e pictoricamente, aparecendo fortemente nas respostas dos alunos e nas suas justificativas.

No trabalho referente à Álgebra, Cuoco (2001) concorda que a representação verbal, gráfica e algébrica pode potencializar o processo de aprendizagem da Álgebra de modo significativo.

Friedlander & Tabach (2001, p. 174-175) destacam quatro tipos de representações, apontando as suas vantagens e desvantagens:

- A representação verbal tem a vantagem da interpretação, na colocação de problemas, na expressão do resultado final. E tem a desvantagem de que ela pode ser ambígua e é pouco universal com relação a outras representações, podendo, assim, gerar diferentes entendimentos, de forma a acarretar obstáculo à compreensão.

- A representação numérica sendo vantajosa por ser mais familiar aos estudantes do estágio inicial da álgebra e por ser uma abordagem que oferece uma ponte para a Álgebra. Considerando que o uso dos números são importante para adquirir um primeiro entendimento do problema e investigar casos particulares. Suas desvantagens podem estar na falta de generalidade, de forma a não ser muito efetiva para dar uma visão geral do problema, ou seja, seu potencial como ferramenta para resolver problemas pode ser, algumas vezes, bem limitado.

- A representação gráfica é efetiva em promover um design mais objetivo e claro do valor real de uma variável de uma função. Os gráficos são intuitivos e, particularmente, apelam para os estudantes que gostam de uma abordagem visual. Entretanto, nas representações gráficas podem faltar a curacidade exigida, ela pode não ser tão precisa, podendo ser influenciada por fatores externos, tais como a escala. Frequentemente, apresenta apenas uma secção do domínio do problema; sua utilidade como uma ferramenta matemática

varia de acordo com a tarefa em mãos, se em uma tarefa se quer enaltecer o visual, ele vai ser muito bom.

- Representação algébrica é concisa, geral e efetiva na apresentação de modelos matemáticos. Por sua vez, a manipulação dos objetos algébricos é, algumas vezes, o único método de justificar ou provar declarações gerais. Contudo, o uso exclusivo dos símbolos algébricos em qualquer estágio da aprendizagem pode burlar ou obstruir o significado matemático da natureza dos objetos apresentados e causar dificuldades na interpretação dos estudantes em alguns resultados.

A combinação dessas representações pode promover uma problemática mais aprofundada do problema matemático, permitindo ir mais fundo na sua exploração e deixando o aluno mais à vontade para desenvolver seu pensamento da forma que achar melhor. Pois, às vezes, o uso de uma representação ajuda na melhor compreensão de outras representações. A partir do momento em que o aluno tem a facilidade de transmutar de uma representação para a outra, podemos dizer que ocorreu uma aprendizagem efetiva do conteúdo, como (KAOUT, 1992) apud (FRIEDLANDER & TABACH, 2001, p. 174)"[3] destacou: "Although each representation has its disandvantages, their combined use can cancel out the disadvantages and prove to be an effective tool."

No caso da Álgebra, ela abre espaço para que isso aconteça, pois possibilita o uso de múltiplas representações que, aliadas à Resolução de Problemas, favorecem uma melhor apropriação do seu conteúdo.

Para o desenvolvimento dessas habilidades é importante que o professor pesquisador, antes de tudo, vivencie essa prática no sentido de que possa haver um melhor andamento na vivência em sala de aula.

Tamanha é a importância dessas vivências que um dos pontos que culminou nessa pesquisa foi a experiência durante as aulas do mestrado e do grupo de estudo, em que podíamos vivenciar o ambiente de uma sala de aula voltada diretamente para Resolução de Problemas e entendendo como as Representações Múltiplas podem influenciar no processo.

Levar para sala de aula a experiência vivenciada tem um diferencial a partir do momento que já se tem uma bagagem, que já se concebe a amplitude e eficácia da metodologia, permitem aflorar instintos diferentes que facilitam uma exploração maior da situação, trazendo então para os alunos novas formas de ver o problema.

[3] Tradução nossa: "Embora cada representação tenha suas desvantagens, seu uso combinado pode eliminar essas desvantagens e prova ser uma ferramenta eficaz".

3 . CONHECENDO UM POUCO DA HISTÓRIA DA ÁLGEBRA

Uma forma de entender melhor o estudo da Álgebra é fazer um breve passeio histórico, desde os primeiros registros de estudos algébricos até os recentes estudos, com o objetivo de verificar como foi construída, quais significados tinha para os estudiosos, como vem se desenvolvendo até os dias atuais.

Tomamos como referênciais, para essa tarefa, algumas pesquisas que trazem relatos históricos sobre a Álgebra, tais como o de Gil (2008), Segundo (2012), Panossian (2008), Scarlassari(2007), Keppke(2007), Fiorentini, Miorim & Miguel (1993) e Bondiman(2007), permitindo ter uma compreensão melhor desse desenvolvimento.

De acordo com Boyer (1974) apud Bondiman(2007), a palavra *Álgebra* é uma variante latina da palavra árabe *aljabr* usada no titulo do livro *Al-jabr wa'l muqabalah*, escrito por Mohammed ibn-Musa al Khwarizmi, um matemático persa nascido por volta de 800 d.C. em Khwarizmi, atualmente Uzbequistão, e que viveu em Bagdá. O livro tratava de equações e o título referia-se à ideia de imaginar uma equação como uma balança em equilíbrio, considerada como um sistema para resolver problemas matemáticos que envolviam números desconhecidos.

Não se sabe precisamente quando surgiu a Álgebra, mas os primeiros indícios remetem por volta dos 400 d.C, com o estudioso Diofante de Alexandria, que viveu de 325 a 409 d.C na Grécia. Ele foi o primeiro a ter a ideia de utilizar símbolos para facilitar a escrita e cálculos matemáticos, que até então eram feitos com textos. Mas, Diofante não conseguiu se aprimorar em seus estudos, pois viveu em uma época muito tumultuada, contextualizada pela queda do império romano, o que não foi muito bom para a matemática, pois teve seu processo de desenvolvimento interrompido pelo clima de guerra e de destruição de muitos centros de estudos.

Só no ano de 650 d.C, aproximadamente, com a ascensão do Império Árabe, é que houve uma retomada dos estudos matemáticos.

Com base nas pesquisas históricas, observamos que a Álgebra sofreu diversas modificações, podendo ser apresentadas em três fases:

A primeira fase foi a primitiva, verbal ou retórica, que vai dos babilônios até o grego Diofante. Tratou-se da fase em que não se fazia uso de símbolos ou abreviações para expressar pensamentos algébricos, isto é, era escrito em palavras. Nessa fase, os problemas de álgebra e suas soluções eram registrados inteiramente com palavras.

Veja, por exemplo, um problema babilônico encontrado no tablete de argila nº AO8862 das escavações da área da Assíria, retirado de Brasil (2008a, p. 73):

> Comprimento largura. Eu multiplique comprimento e largura, portanto, encontrando a área. Então eu somei à área o excesso de comprimento comparado à largura: 3,3 (isto é, o número 183 foi o resultado encontrado). Além disso, eu somei comprimento e largura: 27. Quero que me digas o comprimento, a largura e a área.
> Dados: 27 e 183 as somas.
> Resultado: a) Comprimento = 15; Largura = 12; Área = 180; b) Comprimento = 14; Largura = 13; Área = 182.

Como se pode observar, todo o problema foi descrito com palavras, sem utilização de símbolos ou qualquer tipo de simplificação, essas eram as características da primeira etapa do desenvolvimento da Álgebra.

Na segunda fase, o estágio intermediário, sincopado, começou com Diofante que propõe inserir símbolos para uma incógnita, e se estende por vários anos até François Viète que, apesar de ainda usar o estilo sincopado, foi o grande responsável pela introdução de novos símbolos na álgebra. Um dos principais colaboradores para a álgebra sincopada foi Diofante, que passou a representar um número desconhecido por um símbolo que lembrava a letra grega e usava também símbolos para representar potências específicas de números.

De acordo com Brasil (2008, p. 74), as notações de Diofante:

> Deixam claro que ele conhecia as regras para a combinação de expoente que conhecemos hoje (x^m x $x^n = x^{m+n}$) e ele tinha até nomes especiais para as potências negativas. Só que as suas notações ainda não deixava tão evidente, como é para nós hoje, as tais relações entre expoentes. Na notação sincopada conhecida (incógnitas) ou para generalizar números.

Os estudos de Diofante foram de grande contribuição para o desenvolvimento da álgebra. Segundo Keppler (2007, p.19), "[...]nos livros preservados de Diofanato, denominados Arithimetica, encontra-se o uso sistemático de abreviações para potências de números e para relações e operações".

Outro importante matemático no desenvolvimento da Álgebra foi Viète (1540-1603), que esteve desde o final da segunda fase até o início da terceira fase, Keppler (2007, p.19), afirmar que:

> A grande contribuição de Viète para a Álgebra foi conseguir, com o uso de letras, distinguir grandezas supostamente conhecidas de quantidades desconhecidas que precisavam ser achadas. Fez isso utilizando uma convenção que permitiu distinguir, pela primeira vez, na Álgebra, o conceito de parâmetro e a ideia de quantidade desconhecida.

Viète deu o primeiro passo em direção à criação de uma linguagem matemática, tendo, de um lado, os símbolos (a utilização de letras em álgebra) e,de outra parte, o emprego do mesmo (BRASIL, 2008a, p.74).

Vejamos no exemplo seguinte (Gestar -TP1, 2008, p. 74):

1. A área de um retângulo na qual as dimensões são 3m e 4m é 3 x 4 m².
2. A área de retângulo é o produto de sua largura pelo seu comprimento.
3. A= L x C.

Logo , resolvendo segundo Viète, temos, inicialmente, um problema particular, para, em seguida, expremir uma regra dando a soluçãoo do problema geral correspondente, condensado, enfim, isso através de uma fórmula algébrica.

E, finalmente, a fase simbólica, que é justamete a que utilizamos hoje. Essa fase surgiu por volta de 1500 d.C, começou com Viète e se consolidou com René Descartes com sua publicação, em 1637, de ***La Géométrie***. Nessa publicação, Descartes sugeriu o uso das últimas letras do alfabeto (x, y, z,...) para os valores desconhecidos como incógnitas e implicitamente como variáveis e as primeiras letras (a, b, c, d,...) como constantes.

De acordo com Segundo (2012, p.18):

> No estágio da Álgebra simbólica surgiram as mais diversas obras matemáticas que contribuíram, direta e indiretamente, para sua evolução, ensejando um processo de reformulação e modernização na notação. Alguns dos colaboradores que contribuíram para essa modernização foram: Isaac Newton (1642-1727 d.C.); Johann Bernoulli (1667-1748); Leonhard Euler (1736-1813); Laplace (1749- 1827); Dedekind (1831-1916).

Fiorentini, Miorim & Miguel (1993) apontam um ponto de referência na história da Álgebra, que correspondeu ao momento em que se tornou clara a percepção de que o objeto de investigação da Álgebra ultrapassava o domínio até então exclusivo das equações e das operações clássicas sobre quantidades generalizadas, discretas ou contínuas, para dedicar-se ao estudo das operações sobre estruturas matemáticas (grupos, anéis e corpos e similares). Através desse critério, a história da Álgebra divide-se em Álgebra Clássica (Elementar) e Álgebra Moderna (Abstrata).

Duas concepções se destacavam nesse momento: a tradicional, que entendia a Álgebra como a Aritmética universal ou generalizada e, em contrapartida, a tendência moderna, para qual a Álgebra consistia em um sistema simbólico, com regras operatórias, de natureza arbitrária.

Só, aproximadamente, a partir do século XVI, de acordo com Segundo (2012), que é o provável período de evidenciação do estágio da Álgebra simbólica. Álgebra evoluiu diante dos resultados expressivos encontrados pelos matemáticos, referente à resolução das equações algébricas, que eram apresentadas como o principal foco de conteúdo na Álgebra.

Dois dos resultados mais importantes que marcaram a etapa final do desenvolvimento da teoria das equações algébricas, segundo Ponte (2009, p.8) foram:

> [...]encerrando o que podemos designar por período da "Álgebra clássica". O primeiro resultado é prova da impossibilidade de encontrar uma solução geral para uma equação com coeficientes arbitrários de grau superior ao 4.º, dada por Abel (1802-1829). O segundo é a formulação das condições necessárias e suficientes para que uma equação de grau superior ao 4.º tenha solução por métodos algébricos, dada por Galois (1811-1832). É este matemático quem, num trabalho célebre, considera, pela primeira, vez a estrutura de grupo.

As descobertas sobre a Álgebra apresentadas ao longo do seu desenvolvimento evidenciam que esta ciência era vista de uma forma processual. De acordo com SEGUNDO (2012, p.19):

> Era baseada, fundamentalmente, no conteúdo de equações, apresentando irrelevâncias quanto a aspectos que, nos dias atuais, são fundamentais para seu ensino-aprendizagem, como, por exemplo, o pensamento algébrico que, de acordo com Ponte (2005), está interligado com o estudo das estruturas (compreender padrões, relações e funções), com a simbolização (utilização de símbolos algébricos para representar e analisar situações matemáticas) e com a modelação (representar e compreender relações quantitativas por meio de modelos matemáticos).

O intrigante é que, atualmente, essa visão ainda não mudou muito, pois grande parte do conhecimento algébrico é produzida de forma processual, tornando-a irrelevante para os alunos. Apesar dos grandes avanços nesse sentindo, das pesquisas e da busca do desenvolvimento do pensamento algébrico, ainda se faz necessário um longo caminho a trilhar.

3.1 A ÁLGEBRA NO CURRÍCULO ESCOLAR

O objetivo desse tópico é ter uma visão histórica do ensino de Álgebra no Currículo Escolar, mesmo que breve, para que possamos compreender melhor o que ocorreu ao longo dos anos nas salas de aulas das escolas em nível internacional e nacional.

Baseados em Kilpatrick & Izsák (2008), entendemos que a Álgebra nem sempre fez parte do currículo escolar. Em nível internacional, antes de 1700, ela não fazia parte do currículo escolar nem das Universidades. Só durante os séculos XVII e XIX que essa situação começou a mudar, quando as universidades e faculdades começaram em todo o Norte Americano a oferecer cursos de Álgebra.

Em Harvard, a Álgebra foi mencionada, pela primeira vez, em 1786, embora, provavelmente, já houvesse sido ensinada muito antes. Os calouros de Yale estudavam álgebra juntamente com aritmética.

Já em relação à Álgebra colegial que era ensinada naquela época, ela parecia com o que Isaac Newton chamou de aritmética ilusória ou aritmética universal, que significava expressar regras simbólicas para operar com qualquer espécie de grandeza.

Sendo uma das principais vantagens da Álgebra, a sua linguagem universal permite o uso generalizado de diversos tipos de operações. A esse respeito, Kilpatrick & Izsák (2008, p.4) dizem ainda que:

> Students learned to manipulate expressions and solve simple equations with numerical coefficients. Most rules were given without proof, factoring was omitted and negative quantities were avoided as far as possible, being of somewhat questionable status.[4]

Alguns desses pontos citados ainda ocorrem no ensino de Álgebra, sendo um dos grandes fatores pela falta de interesse dos alunos em Álgebra que, como vimos desde sua concepção inicial, foi tratada como uma série de regras que, muitas vezes, não é explicada ou provada para os alunos, tornando difícil a compreensão de alguns passos ou estratégias usadas na facilitação de algumas operações algébricas.

A Álgebra em 1820 foi implementada como conteúdo necessário para ingressar na universidade Harvard e, seguidamente, em 1821, 1846 e 1848, na Colômbia, Yale e Princeton,

[4] Tradução nossa: "Estudantes aprenderam a manipular expressões e resolver equações simples com coeficientes numéricos. A maioria das regras foram dadas sem provar, fatorações foram omitidas e quantidades negativas foram evitadas na medida do possível, sendo um tanto questionável".

respectivamente, passando a partir de então a ser avaliado em álgebra elementar (KILPATRICK & IZSÁK, 2008).

A implantação da Álgebra internacionalmente foi feita de forma gradativa. Inicialmente, foi sugerido um curso de álgebra nas universidades de forma optativa. E, aos pouco, foi-se observando a necessidade de utilizá-la no vestibular como conteúdo de admissão e de avaliação dos alunos nos cursos. Só com o passar do século XIX, ela veio a fazer parte dos conteúdos da escola secundária, de acordo com Kilpatrick & Izsák (2008, p.4):

> In 1827, by passing America's first high school Law, Massachusetts made the teaching of algebra, geometry, and surveying mandatory in the high school of every town with 500 families or more.[5]

A implementação da Álgebra no currículo nas escolas secundárias da América foi feita por razões práticas ao invés de disciplinar, também por causa de suas aplicações na topografia e na navegação, ao contrário de satisfazer apenas um requisito de admissão da faculdade.

No Brasil, observamos algumas diferenças no processo de inclusão da Álgebra no currículo escolar.

De acordo com Neves (1995), o ensino de Álgebra no Brasil existe de forma oficial há pelo menos 200 anos e pode ser classificado em três fases: anterior ao movimento da matemática moderna, durante o movimento da matemática moderna e posterior ao movimento da matemática moderna já discutidos anteriormente.

O ensino da Matemática passou por muitas mudanças desde sua implementação no currículo, mudanças às quais muitas vezes foram impostas pelo governo. E as escolas, por sua vez, preparadas ou não, teriam que enfrentá-las. Dessa forma, a Álgebra entrou no currículo escolar, deixando de ser privilégio de poucos estudiosos e tornando-se uma disciplina que é considerada pré-requisito para a formação do cidadão comum (CASTRO, 2003).

Então, esse fato nos faz entender que a forma com que o currículo brasileiro vem se desenvolvendo não é adequada, pois não aconteceu uma preparação para que ocorram as mudanças, simplesmente as mudanças são impostas e devem ser absorvidas. Segundo Gil (2008), os problemas enfrentados nos dias atuais no ensino da Álgebra no Brasil podem ser um reflexo da evolução da Álgebra desde a sua inclusão no currículo até os dias atuais.

Ainda do ponto de vista histórico, de acordo com Miguel, Fiorentini & Miorim (1993), a preocupação legal em introduzir a Álgebra no ensino brasileiro ocorreu com a Carta Régia

[5] Tradução nossa: "Em 1827, passa a ser lei no primeiro ano do ensino médio Americano, Massachusetts tornou o ensino da Álgebra, Geometria e Topografia como obrigatórios em cada cidade com 500 famílias ou mais."

de 19 de agosto de 1799. A Álgebra foi introduzida na forma de aulas avulsas ao lado de outras disciplinas como a Aritmética, a Geometria e a Trigonometria que já faziam parte do ensino.

Somente no início do século XIX que, pela primeira vez, o estudo de Álgebra foi introduzido no ensino secundário brasileiro.

Nesse sentido, Scalarrin (2007) ressaltou ainda que desde 1799, momento em que a Álgebra passou a fazer parte do currículo brasileiro até o início da década de 1960, a matemática foi dividida em compartimentos estanques, fazendo com que esta ciência fosse interpretada de maneira fragmentada, sendo trabalhada, muitas vezes, na seguinte sequência: aritmética, álgebra e, ainda, em segundo plano, a geometria, discutida de forma superficial.

Castro (2003, p.2) afirma que:

> A Álgebra, como tal conhecemos, é bastante recente, embora o pensamento algébrico está presente na construção da Matemática desde os primórdios, nas contribuições dos antigos povos que iniciaram a construção desta ciência, como por exemplo, no pensamento dos povos da Mesopotâmia, da China, os árabes, passando pela civilização greco-romana e tantas outras.

No entanto o currículo de matemática para o Ensino Fundamental está dividido, atualmente em cinco eixos, essencialmente, os quais são: Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade, Números e Operações, Álgebra e Funções segundo documentos oficiais (BRASIL,2016).

Fazendo uma análise do conteúdo algébrico ao longo dos anos iniciais em Brasil(1998), observamos que seu desenvolvimento aconteceu desde o 1º Ano do Ensino Fundamental, com a imagem de figuras, sendo essa das características da álgebra, a representação.

Dando continuidade à construção da Álgebra, temos a organização de sequências de números naturais em ordem crescente e decrescente e identificar e descrever a regra de formação de uma sequência ordenada de números naturais, para completar o número que falta no 2º Ano do Ensino Fundamental. Seguidamente da organização de sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessiva, por um mesmo número, e descrever a regra de formação da sequência no 3º Ano do Ensino Fundamental. Já no 5º Ano do Ensino Fundamental começa a aparecer, com mais frequência, a preocupação em resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade.

Neves (1995, p.47) lembra da difícil realidade vivida nas escolas, muitas vezes, acontece de certas concepções serem transmitidas através de afirmações como a que segue:“a

álgebra é ainda ensinada como verdades que são transmitidas ao aluno. A importância dessas verdades é apenas circundada pelo fato de que o aluno deve lidar com elas caso queira prosseguir nos estudos".

Borralhos & Barbosa (2009) defendem que a álgebra deve ser considerada uma forma de pensamento matemático desde o 1º ciclo do Ensino Básico e ainda ressaltam que os padrões podem ser um ótimo veículo para uma abordagem poderosa da Álgebra, sobretudo nos primeiros anos, como suporte no pensamento pré-algébrico.

Pensando nisso é que as atividades desenvolvidas ao longo desse trabalho permitem aos alunos o contato com experiências algébricas que envolvam a análise de padrões e relações numéricas e a sua representação e generalização por meio de diferentes processos.

3.2 PENSAMENTO ALGÉBRICO

Para que possamos entender melhor o que é o pensamento algébrico e o que ele propõe, analisamos algumas pesquisas sobre o tema, de forma que tenhamos uma compreensão mais ampla sobre o mesmo.

Boralhos & Barbosa (2009) falam que o pensamento algébrico diz respeito à simbolização (representar e analisar situações matemáticas, usando símbolos algébricos), ao estudo de estruturas (compreender relações e funções) e à modelação.

Segundo Ponte (2006), a melhor forma de indicar os grandes objetivos da Álgebra, em nível escolar, é dizer então que se visa desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Esse pensamento inclui a capacidade de manipulação de símbolos, mas vai muito além disso.

E ainda Orton & Orton (2009) apud Borralhos & Barbosa (1999) destacam que os padrões são um dos caminhos possíveis quando pensamos em introduzir a Álgebra e, consequentemente, desenvolver o pensamento algébrico.

Segundo Borralhos & Barbosa (2009, p.2):

> A realização de tarefas que envolvam o estudo de padrões ajuda os alunos a perceber a "verdadeira" noção de variável que, para a maioria, é apenas vista como um número desconhecido. Procurar relações próximas (recursivas) e distantes (estas envolvendo a generalização, modelação), entre os termos exige a mobilização de um tipo de pensamento algébrico, mas também o promove e desenvolve.

Pensando nisso, utilizamos padrões para ajudar o aluno a entender a ideia de variável, através de sua própria percepção, que vai se desenvolvendo ao longo das atividades que permitam o desenvolvimento do pensamento algébrico, levando, dessa maneira, a uma maior compreensão.

Uma reflexão sobre o que é o pensamento algébrico, vai ao encontro do que entendemos por meio de Schliemann, Carraher, & Brizuela, apud Canavarro (2007, p.82), quando afirma que "A generalização está no coração do pensamento algébrico".

Partindo da ideia de que a generalização está fortemente presente no pensamento algébrico, almejamos trabalhar voltados para a generalização, com a finalidade de desenvolver o pensamento algébrico do aluno.

A manipulação, por parte dos alunos de vários tipos de objetos permite a compreensão de sequências, de forma a encontrar padrões através da Resolução e Exploração de Problemas. Isto é um passo importante na construção do pensamento algébrico.

A Álgebra, quando bem compreendida, permite que os alunos, ao terem o domínio de seus conceitos, sejam capazes de utilizá-la em outras situações nas quais mesmo sendo um conteúdo secundário é fundamental para resolver determinadas situações.

Por outro lado, as dificuldades do professor de proporcionar aplicação da álgebra no cotidiano do aluno geram o desinteresse no conteúdo e, consequentemente, desestimula o aluno a querer aprender matemática a partir do fato de não encontrar uma real importância na aprendizagem desse conteúdo, levando-o à falta de compreensão. Como consequência, pode acarretar a falta de pensamento algébrico das pessoas que, corriqueiramente, recorrem à aritmética ou à geometria, para resolver problemas. A Álgebra fica, em último caso, sendo entendida apenas como uma padronização, restringindo assim o pensamento algébrico.

Por sua vez, Panossian (2008), em sua pesquisa, trouxe alguns dos principais obstáculos e erros identificados sobre os conceitos algébricos durante o processo de aprendizagem dos alunos, como as dificuldades para diferenciar entre os distintos usos da variável (incógnita, número geral, relação funcional); dificuldades para interpretar a letra quando está acompanhada de um coeficiente ou expoente (por exemplo, 2m ou m^2); dificuldades para aceitar uma expressão aberta como resposta válida; tendência a ignorar a letra que representa um parâmetro ou atribuir-lhe um valor particular (exemplo, em 5xm + =0) e dificuldade de reconhecer a relação entre duas variáveis.

Já as concepções algébricas discutidas por Usiskin (1995, p.13) e Scarlassari (2007) ressaltam os vários tipos de abordagens da álgebra:

1- A álgebra como aritmética generalizada: onde reside a ideia de que a álgebra pode ser utilizada para generalizar padrões numéricos, esperando, assim, que o aluno encontre uma fórmula ou expressão algébrica para representar padrões;
2- A álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas: que se pretende fazer com que o aluno represente o problema numa linguagem simbólica, por meio de equações facilitadoras da resolução;
3- A álgebra como relação entre grandezas: relação entre quantidades que variam e gráficos para representá-las;
4- A álgebra como estudo das estruturas matemáticas: manipulação de símbolos arbitrários sem relação qualquer com um problema, ou função ou padrão a ser generalizado. Treino de operacionalidades presente na álgebra.

Dessa forma, considerando que o presente estudo tem como principal objetivo é estudar as dificuldades de ensino aprendizagem da álgebra, buscando maneiras de amenizar as dificuldades dos alunos na compreensão dos conceitos algébricos via resolução e exploração

de problemas, remetendo-os à valorização da álgebra através da sua aplicação em diferentes contextos, Condizem Com O Que Fiorentini, Miorim & Miguel (1993, P. 11) Defendem:

> Não existe uma única forma de se expressar o pensamento algébrico. Ele pode expressar-se através da linguagem natural, através da linguagem aritmética, através da linguagem geométrica ou através da criação de uma linguagem específica para esse fim, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica.

Kiera(2007a, p.5) apud Canavarro (2007, p.87) diz ainda que:

> Álgebra não é apenas um conjunto de procedimentos envolvendo os símbolos em forma de letra, mas consiste também na atividade de generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras (e.g. MASON, 2005). Assim, a Álgebra passou a ser encarada não apenas como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas.

Essa ideia de pensamento algébrico vai de desencontro com a concepção que prevalece de Álgebra escolar presente na grande maioria dos livros didáticos, distanciando-se do conteúdo de Álgebra de forma descontextualizada como se fosse uma parte extremamente separada da matemática, sem relação com nenhum outro conteúdo anteriormente visto, com poucas ou quase nenhuma aplicação, tornando-se assim desinteressante e desmotivador para os alunos. Ponte (2006, P.6) Resalta Ainda Que:

> A visão mais habitual da Álgebra é que se trata simplesmente de regras de transformação de expressões (monômios, polinômios, frações algébricas, expressões com radicais...) e processos de resoluções de equações. Isso é testemunhado pela terminologia usadas nos atuais programas dos 2º e 3º ciclos do ensino básico que, em vez de falarem em "Álgebra", falam apenas em "cálculo" ou, ou seja, em "cálculo algébrico". Trata-se claramente, de uma visão redutora da Álgebra, que desvaloriza muitos aspetos importantes dessa área da Matemática.

Desse contraste, Canavarro (2007) apresenta dois aspectos distintos: o primeiro, é que no pensamento algébrico aceita-se que a notação algébrica convencional (envolvendo letras, sobretudo as últimas do alfabeto) não é o único veículo para exprimir ideias algébricas; a linguagem natural e outros elementos como o diagrama, tabelas, expressões numéricas, gráficos podem ser usadas para expressar generalização.

O segundo aspecto que distingue o pensamento algébrico da visão tradicional da Álgebra tem a ver com a ênfase nos significados e compreensão. A Álgebra escolar tem estado associada à manipulação de símbolos e à reprodução de regras operatórias, tantas vezes aplicadas mecanicamente e sem compreensão, parecendo que os símbolos adquirem um

estatuto de primazia *per si*. No entanto, no cerne do pensamento algébrico estão os significados, está o uso dos símbolos como recurso para representar ideias gerais resultantes do raciocínio com compreensão. Como sugere Kaput, Blanton & Moreno (2008) apud Canavarro (2007, p.88) trata-se de olhar através dos símbolos e não de olhar os símbolos.

A utilização de atividades sem muita sofisticação que tenham um cunho algébrico permite o desenvolvimento de ideias iniciais da algebra, que posteriormente, fortaleçam-se ajudando na compreensão da Álgebra como um todo. De fato, de acordo com Borralhos & Barbosa (2009, p.2):

> Para que os alunos possam compreender os aspectos essenciais da Álgebra é importante que, durante todo o seu percurso escolar tenha contato com experiências algébricas informais que envolvam a análise de padrões e relações numéricas e a sua representação e generalização por meio de diferentes processos.

Dessa forma, podemos perceber que trabalhar com os alunos as atividades de diferentes contextos é uma excelente maneira de aguçar o raciocínio, levando-os a uma melhor assimilação da Álgebra como um conteúdo do currículo de Matemática.

4. INTINERÁRIOS DA PESQUISA

A presente pesquisa tem como base a abordagem da Resolução de Problemas sugerida por Onuchic (1999), na qual o problema não está no fim do processo de aprendizagem do aluno. Dessa maneira, como a mesma diz, fazendo uma revolução, não apenas uma reforma na forma de utilização dos problemas em sala de aula.

Essa autora refere-se:

> [...] Ao movimento Resolução de Problemas (RP), como abordagem metodológica, com início na primeira metade do século XX. A RP, para além da prática de resolver problemas nas aulas de Matemática com professores e alunos envolvidos em comunidade de aprendizagem, desempenhando diferentes papéis e responsabilidades, visando a promover uma aprendizagem mais significativa.((ONUCHIC, 2014, p. 17)

A partir desse momento a Resolução de Problemas passa a ser vista não só como uma forma de obter resultados, mas como uma abordagem metodológica que visa não só resultados, mas também o processo para chegar ao resultado.

Onuchic (2014, p 44) ainda diz que:

> Nessa Metodologia, o problema é o ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos. Ela se assemelha à abordagem japonesa, relatada por Shimzu (2013), em que a resolução de problemas é um veículo para o ensino de Matemática.

Então, o problema é trazido para o ponto de partida, ou seja, começa-se por um problema e por meio de estratégias de exploração de problemas que buscam através da utilização do conhecimento prévio dos alunos propiciar o desenvolvimento de suas potencialidades, para construir um determinado tópico matemático.

De modo a esclarecer o papel do professor no desenvolvimento dessa metodologia, Onuchic (2014, p.44) ressalta que "o professor não pode prescrever aos estudantes os métodos e/ou regras específicas para que os alunos obtenham a solução".

Dessa maneira, na construção do conteúdo matemático, o professor tem papel de extrema importância, pois ele vai mediar o desenvolvimento do conhecimento, conduzindo os alunos no processo de elaboração, a partir do conhecimento já adquirido, para o novo conhecimento, através de um processo de questionamentos do problema, caracterizado como momentos de exploração do problema.

Nesse processo, é preciso ter um olhar cuidadoso para os erros cometido pelos alunos, vendo-se não só como uma forma negativa, mas como uma forma de repensar aquilo que foi feito, como uma oportunidade de aprender, a partir do momento que o aluno identificar que errou deve-se analisar onde foi o erro, o por que daquele erro, fazendo, assim, pensar sobre este. Esse pode ser um passo significativo na sua aprendizagem.

Com o objetivo de trazer uma sugestão mais atual ao trabalho de sala de aula, Onuchic (2014) recomenda que as atividades sejam organizadas em dez etapas, as quais são: (1) proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) proposição e resolução de novos problemas.

Paralelamente a esse processo buscou-se complementar a base teórica com o modelo utilizado por Andrade (1998). Este na sua dissertação de mestrado trabalhou no processo de ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas a partir da relação Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese (P-T-R-S). Ele ressalta que a avaliação que se faz do trabalho dos alunos, em Resolução de Problemas, deve ser feito, a partir do que eles fizeram e fazem, de forma a estar certo ou não. O interessante nesse momento é a produção de significado que os alunos promoveram para que, através do pensamento, dar o ponto de partida no caminho pelo qual o professor deve percorrer com eles, fomentando a melhoria do trabalho dos alunos e a perspectiva de Resolução de Problemas deve ser assumida como uma atividade multicontextual.

De acordo com Andrade (1998), a experiência que compreende a relação Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese-Solução é denominada de uma experiência de Resolução de Problemas. A uma experiência que caminha a partir da relação Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese denominamos de experiência de Exploração de Problemas. A relação Problemas-Trabalho-Reflexões e Síntese baseia-se em um processo de Codificação e Descodificação, em que *codificar* um problema ou uma dada situação é representá-la em outra forma, outro código, outra linguagem, numa forma mais curta, mais simplificada e mais conveniente. O próprio problema dado já se constitui um código, enquanto d*escodificar* um problema ou uma dada situação é procurar o seu significado, é procurar entendê-lo, é decifrar a mensagem que ele expressa e, sobretudo, é também fazer uma análise crítica dessa mensagem.

> Quando o aluno busca compreender o problema que lhe é dado e procura representá-lo em um código possível de operacionalização, está fazendo, quase que simultaneamente, um trabalho de descodificação e de codificação. Este trabalho

> ajuda o aluno a explorar e a resolver esse problema. A codificação e a descodificação podem considerar vários objetos. A codificação e a descodificação de problemas são ferramentas utilizadas no processo de Resolução e Exploração de Problemas e devem, sistematicamente, estar presentes em todo o trabalho que se faz em torno dele. O trabalho de codificação e descodificação é sempre continuado. A codificação e descodificação podem ser usadas como ferramentas na compreensão de um problema. Em certas ocasiões, o professor pode codificar o problema dado em uma forma que o torne mais compreensivo para os alunos. O professor pode fazer um desenho representativo do problema dado, pode discutir uma determinada parte do problema, etc. As diferentes codificações e descodificações, feitas por alunos e professores, podem ajudar a chegar a uma compreensão mais ampla do problema e podem sugerir diversos caminhos de resolução e indicar novas explorações, sendo que o trabalho feito por um aluno pode ajudar na compreensão do problema por parte de outro aluno e, quando um aluno codifica ou descodifica um problema dado, ele também passa a ter uma melhor compreensão do mesmo (ANDRADE, 1998, p. 25-26).

Ainda segundo Andrade (1998), uma experiência de Resolução, Exploração, Codificação e Descodificação de Problemas (RECDP) é uma experiência que compreende em sua totalidade uma experiência de Resolução e Exploração de Problemas, tendo como ferramentas de trabalho a codificação e descodificação.

Utilizando dos modelos supracitados como base para a metodologia do trabalho com Resolução e Exploração de Problemas, compreendemos a Resolução de Problemas como uma metodologia de sala de aula que deve ser endossada pela Exploração do Problema, visto que esta permite uma maior compreensão e análise dos problemas.

Pensando nesse tipo de abordagem como uma metodologia do processo de ensino-aprendizagem, que trabalhamos as ideias de Álgebra na sala de aula do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, em que ocorre efetivamente o primeiro contato com a Álgebra propriamente dita, apesar de entendermos que em anos anteriores já se é trabalhado intuitivamente algumas ideias algébricas, como quando um aluno que está aprendendo a multiplicar e lhes é proposta uma atividade do tipo:

Complete o quadrado abaixo com o valor correspondente:

4 x □ = 12

Ao responder a uma atividade desse tipo, o aluno está trabalhando com uma incógnita, mesmo que não seja dito a ele que esta seja uma, pois o quadrado tem essa função de incógnita nesse momento.

A metodologia de pesquisa é de caráter qualitativo em conformidade com o que Segundo (2012) destaca como características a identificação de pesquisa como sendo de caráter qualitativo:

1- Colocou-se no foco da pesquisa o sujeito: o professor e o aluno. Os problemas trabalhados ocorreram no ambiente de sala de aula.

2- Convergiu-se para uma abordagem da prática do professor em sala de aula voltada a um ensino-aprendizagem com compreensão.

3- Enfatizaram-se os processos utilizados pelos alunos na resolução de situações-problemas.

4- Observando-se os conceitos e as estratégias utilizados por eles ao trabalharem com a Álgebra.

5- A fonte dos dados da pesquisa foi o diário de anotações do professor-pesquisador e o material produzido pelos alunos. O diário de anotações foi escrito no decorrer das aulas.

6- Os dados coletados são descritivos e sua coleta é proveniente do contato direto do pesquisador com o sujeito pesquisado.

7- A análise foi direcionada à observação das discussões dos alunos durante a resolução dos problemas e observações escritas diante dos registros promovidos pelos alunos no decorrer das intervenções em sala de aula, procurando obter informações importantes que constituam subsídios para identificar o conhecimento prévio dos sujeitos pesquisados, compreender suas estratégias na resolução dos problemas e seu desenvolvimento durante o processo de ensino-aprendizagem.

8- Evitou-se a quantificação em medidas das conclusões feitas.

Como a nossa pesquisa atendeu aos requisitos supracitados, entendemos que ela atende às características de uma pesquisa qualitativa.

A modalidade de pesquisa utilizada foi a pesquisa pedagógica em que um de seus conceitos fundamentais, em sua essência, de acordo com Lankshear (2008. p.14): "pode contribuir para um ensino e uma aprendizagem de melhor qualidade nas salas de aula."

Nesse sentido, entendemos que seria importante que a pesquisa acontecesse em uma sala de aula, com todos os alunos envolvidos, para que a vivência fosse o mais próxima possível da realidade das salas de aula, pois no momento em que se trabalha apenas com uma parte dos alunos de uma sala de aula fica-se limitada a uma amostra que, nem sempre, representa o todo, e também por nos propiciar uma situação diferente.

Partindo do objetivo de melhorar o ensino de Álgebra por meio da Resolução e Exploração de Problemas, entendemos que o mais interessante para uma análise melhor e proveitosa dos resultados é optar pela pesquisa pedagógica em que o pesquisador observa a sua própria prática, com a finalidade de melhorar seus métodos, sendo que o lugar mais indicado para que isso ocorra é na própria sala de aula.

A princípio, a base da nossa pesquisa utiliza a Resolução e Exploração de Problemas como metodologia de ensino aprendizagem em Álgebra, vivenciada no cotidiano escolar.

Deste modo, visamos trabalhar o ensino de Álgebra como algo novo e, tudo que é novo pode trazer certa rejeição dos alunos, como já estão habituados a relacionar a matemática como uma disciplina difícil que, por sua vez produz certo medo, prenunciam que qualquer conteúdo que lhes venha a ser ensinado é sempre mais difícil que o anterior, gerando assim uma expectativa negativa do mesmo.

Com o objetivo de apresentá-los a uma forma diferente de fazer matemática, fugindo um pouco dos padrões tradicionais da matemática ensinada em sala de aula, em que são apresentadas fórmulas para ser decoradas e, posteriormente, dezenas de exercícios que os estimulam a pensar matematicamente. Voltando-se para a perspectiva de atrair os alunos, propomos a promoção de aulas que tragam significados, para os alunos, estimulando-os a pensar e refletir sobre as ideias promovidas no decorrer das atividades.

A partir da metodologia de Resolução de Problemas propomos atividades que desenvolvam as habilidades de raciocínio lógico dos alunos, a princípio, de forma superficial e quase imperceptível por eles. No decorrer desses problemas procuramos realizar pequenas explorações através de perguntas-chave que levem os alunos a pensar sobre o que estão fazendo e sobre o que ainda podem fazer. Também procuramos lançar *provocações* aos alunos, de forma que façam com que eles perguntem e indaguem sobre o que pensam, o que descobriram e o que querem descobrir.

Sem fórmulas prontas ou pré-definidas, partimos do princípio da Exploração do Problema e, vendo então como se dá o comportamento dos alunos, uma vez que não é de cunho habitual, realizamos um trabalho com essa metodologia.

A intervenção foi aplicada na sala de aula do 7º ano do Ensino Fundamental, do município de Itatuba-PB, na sala de aula do próprio professor pesquisador, caracterizando-se a necessidade de a pesquisa trazer resultados para sua prática pedagógica.

A escola, por sua vez, está localizada na parte central da cidade Itatuba, sendo dividida em dois seguimentos: o infantil, em um prédio; e a partir do 4º ano até 9º ano do Ensino Fundamental no prédio principal, composto por dezenove dependências incluindo sanitários (para alunos e para professores separados), biblioteca, sala de informática, despensa, cozinha, sala dos professores, direção/ secretaria e as demais salas de aulas, contando ainda com dois palcos. Embora seja grande a estrutura do prédio, é bastante carente, necessitando de reparos.

Com relação à escola não tivemos dificuldades para a realização da pesquisa por parte da direção escolar, que sempre esteve aberta a novas ideias e metodologias que viessem a contribuir para a aprendizagem, mas, por outro, tivemos grandes dificuldades no decorrer do percurso por questões que fugiam do nosso alcance, como constantes paralisações, quebra na

sequência didática, a falta de professor consequente do concurso que havia sido suspenso e, ainda, atividades extra classe, como os jogos internos e gincanas, obstáculos a que nós, professores, não estamos alheios.

Os problemas apresentados, de certa forma, influenciaram na pesquisa de forma direta ou indiretamente, pois causavam um turbilhão de emoções e inquietações nos alunos. Mas como são fatos a que estamos sujeitos enquanto professores, precisamos estar preparados, ou pelo menos, tentar nos preparar para os possíveis obstáculos que temos de enfrentar ao longo do processo de ensino e aprendizagem.

A sala de aula pesquisada foi a de uma turma do 7º ano pela manhã, composta por 25 alunos, em uma faixa etária de 11 a 16 anos de idade, constituída de alunos repetentes e novatos no ano em questão, composta por alunos da zona urbana e da zona rural da cidade de Itatuba-PB.

5. UM MERGULHO NA SALA DE AULA

Optamos iniciar os estudos de Álgebra na sala de aula de forma não convencional, haja vista que a apresentação de construções com incógnitas para os alunos teve como método criar o hábito, ao invés de serem apresentadas ao aluno, os conteúdos, preferimos que o mesmo buscasse descobrir de forma natural, baseado nas atividades de sequência que pudessem servir como suporte na identificação de regularidade de sequências ao fazerem generalizações.

Segundo a pesquisa realizada por Keppler (2007), as estratégias metodológicas que produzem melhores significados no ensino de álgebra para 7º ano do Ensino Fundamental são aquelas que permitem mostrar a aplicação da álgebra no cotidiano, bem como as que propiciam as generalizações de fórmulas para a Resolução de Problemas.

PRIMEIRA SESSÃO

Nessa primeira sessão optamos por iniciar os estudos de Álgebra com atividades de observações de regularidades a partir de sequências e padrões, por parecer uma escolha especialmente interessante, permitindo que as letras apareçam espontaneamente, como variáveis propriamente ditas. As incógnitas vêm logo em seguida das expressões algébricas ao serem construídas e manipuladas por meio da exploração de problemas de adivinhação.

A proposta inicial foi fazer uma inversão com relação à ordem tradicionalmente feita pelos professores, em que as incógnitas aparecem em primeiro lugar, possibilitando ao aluno a descoberta da incógnita naturalmente.

Para essa primeira sessão foram destinados quatro encontros, num total de seis atividades, em que o foco principal seria a observação e generalização de padrões.

Das descrições, para facilitar o entendimento dos diálogos ocorridos ao longo dos encontros, optamos por utilizar abreviações, em que Q: seria tudo o que foi escrito no quadro, P: quando se tratasse da palavra do professor pesquisador e A1, A2 ,A3... seriam as vozes dos alunos .

1º Encontro – 02 aulas – 10/09/2015

Objetivo: desenvolver habilidades no trabalho de resolução de problemas, identificar as leis de formação da sequência apresentada.

Conteúdo: Formalização e generalização de padrões numéricos.

O primeiro encontro foi realizado no dia 10 de setembro de 2015, num período de duas aulas, no caso as duas últimas aulas.

Nessa primeira atividade tínhamos como objetivo desenvolver habilidades no trabalho de Resolução de Problemas, identificar as leis de formação da sequência, apresentadas habilidades de resolução de problemas, através da discussão e argumentação dos alunos entre eles mesmos e dos alunos com o professor, uma vez que Álgebra fortalece a ideia de que a Matemática é uma ciência dos padrões.

Inicialmente, explicamos aos alunos que:

 As atividades seriam recolhidas ao término de todas as aulas;

 Todas as anotações sobre a resolução do problema seriam feitas na folha da atividade;

 Tudo que fosse anotado por eles, mesmo que fosse identificado como erro, não deveria ser apagado;

 A maior parte das atividades seria feita em grupos, dupla ou individualmente;

 Mesmo que as atividades sejam resolvidas em grupo ou duplas, todos os componentes receberiam as atividades e deveriam entregá-las no final da aula;

 As atividades que eles iriam receber só conteria o enunciado. Os itens com perguntas iriam ser apresentados no quadro, um por um, ou seja, apresentaríamos o item (a) e só após sua resolução pela maior parte dos grupos é que apresentaríamos o item seguinte, com o intuito de fazer com que todos caminhassem juntos.

 Eles leriam o problema e, se surgissem dúvidas, solicitariam a ajuda do professor.

Depois de feitos os seguintes acordos com os alunos, definimos que a avaliação das atividades seria feita de modo contínuo e gradativo, de acordo com a participação e o empenho de cada aluno.

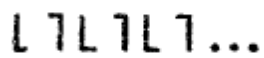
Para a realização da primeira atividade foi pedido que os alunos formassem duplas. Estas foram formadas de acordo com a ordem da caderneta, para evitar a formação por vínculos afetivos, a princípio não houve rejeição, mas logo se agruparam. Nesse encontro tivemos a presença de 25 alunos, que se distribuiu num total de 11 duplas e, para que ninguém ficasse sozinho formamos um trio, totalizando os 25 alunos presentes.

Entregamos a Atividade 1 contendo apenas a parte inicial, as perguntas seguintes seriam feitas posteriormente, num olhar da Exploração de Problemas. Pedimos que lessem o enunciado e fizessem o que o enunciado pedia. Logo, começaram as dúvidas, solicitando a nossa presença, e a pergunta mais comum era o que era sequência.

Atividade 1[6]

Descubra a regra da sequência abaixo e continue desenhando:

Figura 1- Atividade 1



Fonte - Adaptada de Souza e Diniz (2003)

a) Escreva a regra dessa sequência.
b) Qual o 8º elemento dessa sequência?
c) Qual o 15º elemento dessa sequência?
d) Sem desenhar, qual o elemento que ocupa a 20ª posição?
e) Qual o elemento ocupa a posição 50?
f) Qual o elemento ocupa a posição 125?

Análise:

Nesse primeiro momento entendemos que a dificuldade maior dos alunos era a compreensão do enunciado da questão, pois, muitas vezes, não entendiam o que era solicitado. Um forte indício disso era a dificuldade de compreender o que era uma sequência.

Quando todos já haviam analisado a atividade colocada, escrevemos no quadro a primeira pergunta.

Q: a) Escreva a regra dessa sequência.

[6] Atividade retirada e adaptada de SOUZA & DINIZ (2003, p .15).

A1: O que é sequência?

A2: Ela é infinita.

P: Por que é uma sequência infinita?

A2: Por que tem três pontinhos?

A3: A regra da sequência é três pontinhos?

A4: A regra é esquerda, direita, esquerda, direita.

Análise:

Inicialmente não quisemos interferir, deixamos que tentassem, eles continuaram a fazer, sempre como muita insistência pra que respondessem, alguns terminavam antes e ficavam ociosos por responder, mas era pedido que aguardassem a conclusão do restante da turma.

Quando a turma terminou o primeiro questionamento, fizemos uma breve discussão sobre as respostas obtidas, tomando como todas certas. Nesse momento, priorizamos a colocação das ideias.

P: Qual a regra dessa sequência?

A1: É a sequência de baixo para cima?

P: O que é de baixo para cima?

A2: Uma sequência de baixo para cima.

A3: Tipo sendo diferente um do outro.

A4: Professora é como se fossem dois, um de cabeça para baixo e outro de cabeça para cima.

P: Alguém identificou uma sequência diferente?

A2: É tipo um quadrado?

P: Tem quadrados nessa sequência?

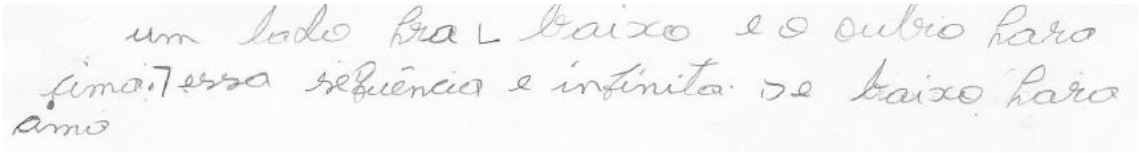
A2: Não professora, é tipo um quadrado, quando as duas figuras ficam juntas.

A3: Professora, eu e minha dupla, a gente desenhou, mas não escreveu.

P: Escreva também.

Entendemos que as duplas fizeram diferentes tipos de interpretação da sequência, sete dos alunos representaram de um modo geral da seguinte forma escrita:

Figura 2 - Resposta do aluno A1 referente ao item “a” da atividade 1



Fonte- A1

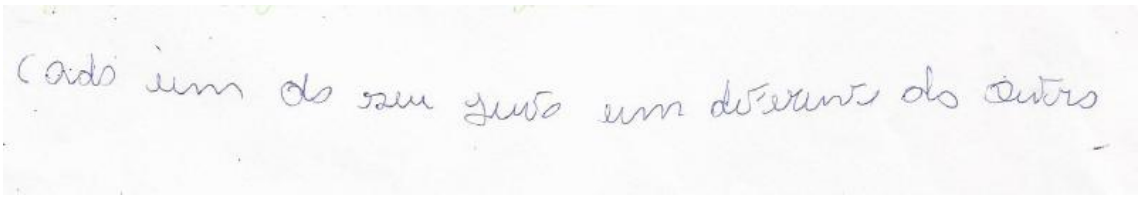
Ou apenas a partir do desenho:

Figura 3 - Resposta do aluno A5 referente ao item “a” da atividade 1

Fonte – A5

As outas formas:

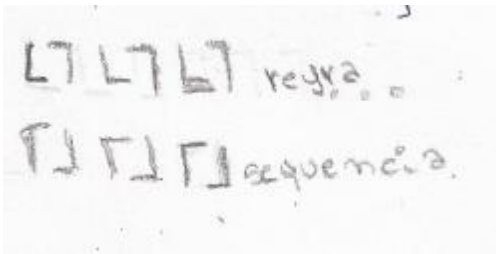
Figura 4 - Resposta do aluno A15 referente ao item “a” da atividade 1



Fonte – A15

Nessa resposta, percebemos que o estudante não tinham clareza com relação ao que é sequência.

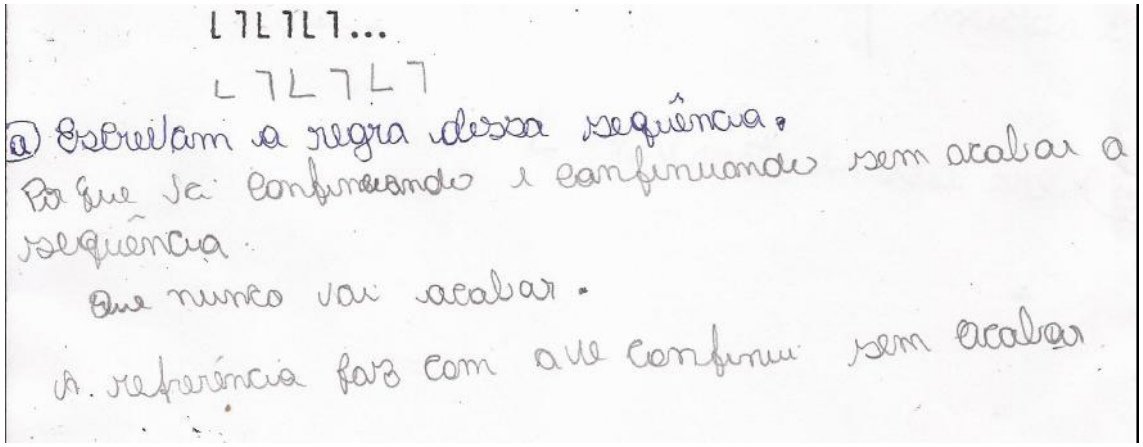
Figura 5 - Resposta do aluno A18 referente ao item “a” da atividade 1



Fonte – A18

Entre outras, a dificuldade de escrita dos alunos é um obstáculo, pois sua inegibilidade e escrita, muita vezes erronea, acaba por dificultar ainda mais a compreensão.

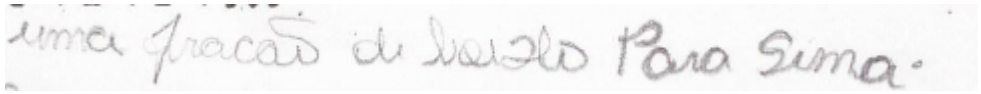
Figura 6 - Resposta do aluno A3 referente ao item “a” da atividade 1



Fonte - A3

E ainda teve aluno que identificou os elementos da sequência como sendo uma fração:

Figura 7 -Resposta do aluno A22 referente ao item “a” da atividade 1



Fonte – A22

A próxima pergunta colocada:

Q: b) Qual o 8º elemento dessa sequência?

P: Qual o 8º elemento dessa sequência?

A1: Como assim?

P: É uma sequencia e ela tem fim?

A1: Não.

P: Todos já identificaram o 8º elemento?

A3: Professora, quando tem reticências, isso quer dizer que não vai acabar?

A4: Pode continuar.

A3: E como vai existir o oitavo elemento?

P: Se vai continuar, com certeza vai existir.

A1: É a reticência?

Análise:

Nas primeiras questões colocadas era perceptível a dificuldade dos alunos em entender a posição dos elementos, mas, no decorrer das atividades, percebemos que essas dificuldades foram sendo superadas.

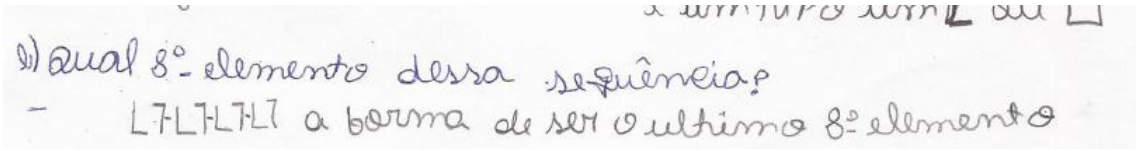
P: A reticência não pertence à sequência, ela só quer dizer que ela continua.

A5: Ah, entendi.

Algumas das respostas obtidas com relação a essa questão foram:

Caso1:

Figura 8 - Resposta do aluno A7 referente ao item "b" da atividade 1



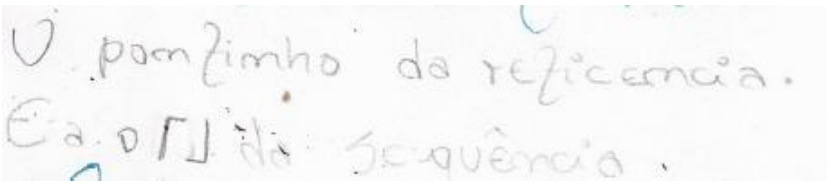
Fonte - A7

Figura 9 - Resposta do aluno A1 referente ao item "b" da atividade 1

Fonte – A9

Caso 2:

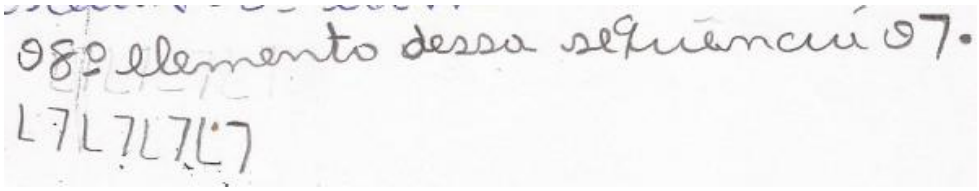
Figura 10 – Resposta do aluno A4 referente ao item "b" da atividade 1



Fonte – A4

Caso3:

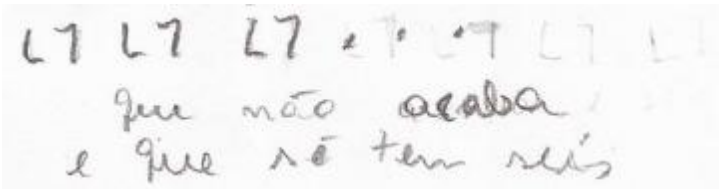
Figura 11 – Resposta do aluno A8 referente ao item “b” da atividade 1



Fonte – A8

Um aluno limitou-se ao desenho que havia sido colocado na questão, afirmando, assim, ter apenas três elementos.

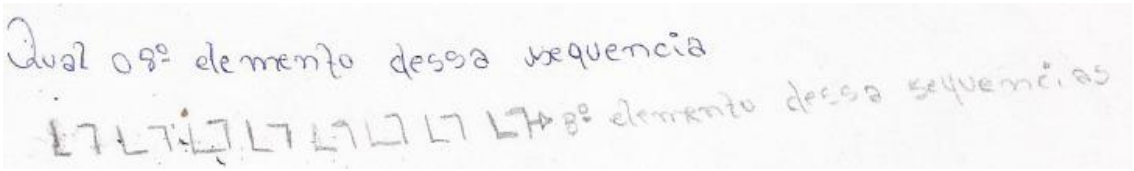
Figura 12 – Resposta do aluno A25 referente ao item “b” da atividade 1



Fonte – A25

Houve um aluno ainda que não conseguiu identificar os elementos das sequências em separado, compreendendo que um elemento era o par da seguinte forma:

Figura 13 – Resposta do aluno A6 referente ao item “b” da atividade 1

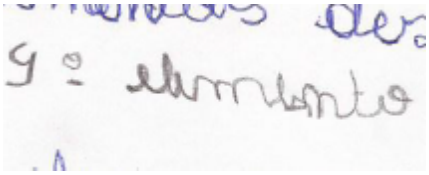


Fonte – A6

Além dos mais diversos tipos de respostas, nos casos isolados não identificamos as formas que foram utilizadas para chegar a tal compreensão:

Caso 1:

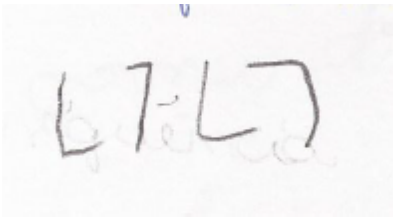
Figura 14 – Resposta do aluno A 12 referente ao item “b” da atividade 1



Fonte – A 12

Caso 2:

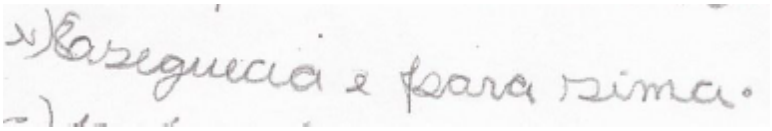
Figura 15-Resposta do aluno A 3 referente ao item “b” da atividade 1



Fonte – A 3

Caso 3:

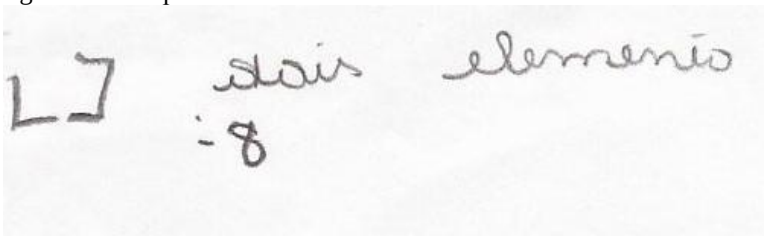
Figura 16 - Resposta do aluno A 11 referente ao item “b”da atividade 1



Fonte - 11

Caso 4:

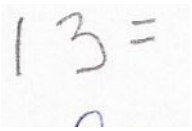
Figura 17 - Resposta do aluno A 18 referente ao item “b” da atividade 1



Fonte – A 18

Caso 5:

Figura 18 - Resposta do aluno A 1 referente ao item “b” da atividade 1



Fonte –A1

Após todos terminarem de responder, colocamos a seguinte questão:

Q: c) Qual o 15º elemento dessa sequência?

(Nesse momento, foi aberto um parênteses para esclarecimento do sentido da reticência em uma sequência)

Q: 1, 2, 3, 4, 5...

P: Quando eu coloco 1, 2, 3, 4,5, eu coloco reticência, por que o próximo elemento é um ponto, é?

A2: Não.

P: Por quê?

A1: Vai ser 6, 7, 8.

Então esse ponto é o próximo elemento (se referindo aos pontos da sequência colocada)? Ele está indicando o que aí?

A1: Que ainda tem mais.

P: Isso que ainda tem mais elementos, que a sequência continua.

Depois desse esclarecimento voltamos à atividade 1.

P: Então, qual o próximo elemento da sequência?

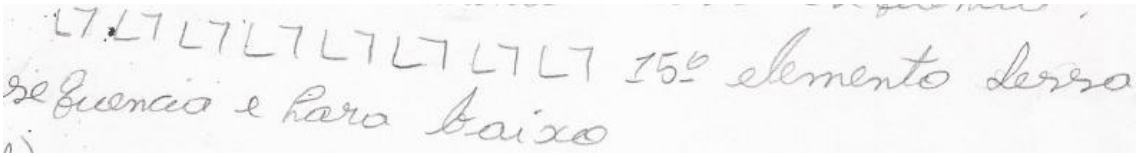
A1: Pode desenhar, pode?

P: Pode, desenhe, mas também escreva.

Análise:

A maioria dos alunos fez a partir do desenho, dando continuidade à sequencia até chegar ao elemento pedido na questão, sem grandes dificuldades.

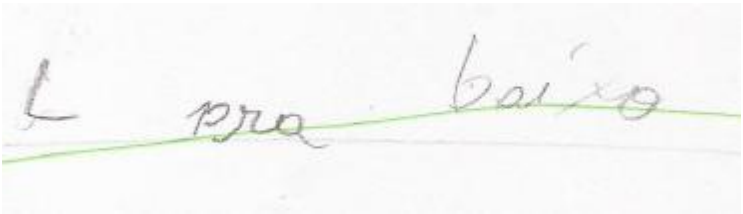
Figura 19- Resposta do aluno A 4 referente ao item "c" da atividade 1



Fonte- 19

Outros foram direto à resposta,

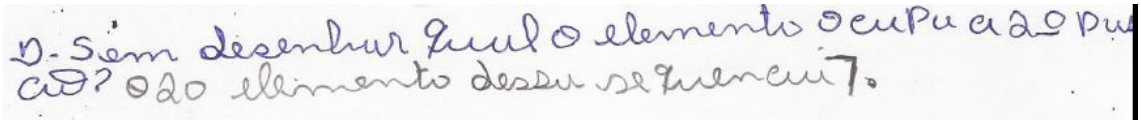
Figura 20 - Resposta do aluno A 10 referente ao item "c" da atividade 1



Fonte A10

Q: d) Sem desenhar, qual o elemento ocupa a 20º posição?

Figura 21 - Resposta do aluno A 15 referente ao item “d” da atividade 1



Fonte – A15

Análise:

Percebemos em alguns alunos uma linguagem pictórica muito forte, talvez por eles encontrarem nela uma forma mais fácil de justificar suas respostas.

Através dos questionamentos que eram feitos pelos alunos, percebemos que eles não faziam ideia do que era sequência, mas, inicialmente, não quisemos interferir. Depois de todo o processo de exploração da questão, sentimos a necessidade de ir além dessa problemática, na tentativa de sanar algumas dificuldades conceituais que foram identificadas ao logo da atividade.

Análise:

Para que isso acontecesse foi pedido que, quando todos terminassem de respondem o item “d”, virassem o verso da folha ainda em branco, no intuito de não rasurarem as resposta já colocadas. Assim que todos tivessem feito, sentimos a necessidade de criar uma discussão com os alunos, partindo do princípio de sequência, para que eles pudessem entender as atividades que percebemos que não tinham ficado muito claras para os alunos, pois a maioria deles não tinha noção do que eram sequência; dessa forma, começamos a formalizar a ideia de sequência, entendendo que sequência era uma repetição de elementos que poderia seguir um padrão. Utilizamos como exemplo, para que eles entendessem a colocação das reticências, uma sequência de números naturais:

Q: 1, 2, 3, 4, 5, ...

P: O próximo número depois de cinco é um pontinho?

A1: Não.

P: Por que não é um pontinho?

A1: Não, professora, não um pontinho, é o número 6.

P: E depois?

A1: 7.

P: Por que têm esses pontinhos?

A2: Está dizendo que a sequência continua.

Assim entendemos que ficou mais compreensível, para os alunos, o que significava os pontinhos após os elementos da sequência.

Nesse momento, algumas alunas da zona rural já estavam inquietas, por conta do horário, encontravam-se dispersas querendo ir embora, pois alegavam que o ônibus, o qual as transportava, tinha chegado. Como estávamos em horário de aula, pedimos que aguardassem um pouco mais.

Com relação ao que era uma sequência na fala dos alunos, percebemos que não sabiam do que se tratava uma sequência, querendo nos certificar que, ao longo da atividade, se eles teriam desenvolvido a ideia de sequência. Depois, fizemos a seguinte pergunta:

P: O que é uma sequência?

A1: Uma coisa que segue.

P: A nossa sequência tem fim?

A2: Não.

P: Por que não tem fim?

A2: Porque tem reticências, vai até o infinito.

P: Essa sequência se repete?

A1: Se repete.

P: Quais os elementos que se repetem?

A2: O ele para cima e o ele para baixo

P: E a partir de que elemento a sequência começa a se repetir?

A1: Do primeiro.

P: Então, o segundo elemento, é o mesmo que o primeiro?

A2: Não.

P: Vocês não disseram que eram a partir do primeiro que se repetia.

Todos: É a partir do segundo elemento.

P: Então, qual seria o 8° elemento dessa sequência?

A3: É o mesmo elemento do segundo.

P: Qual a sequência da atividade 1?

A3: Um pra cima e um pra baixo.

P: Como um pra cima e um pra baixo?

A2: Um ele pra cima e um ele pra baixo.

P: Como é um ele pra cima e como é um ele pra baixo?

A1: Um ele normal e um ele ao contrário.

P: Com um ele ao contrário.

A1: Tipo um só com um pedaçinho

E assim a sequência foi reproduzida semelhante à que tinha sido entregue e os questionamentos continuaram.

P: Qual o primeiro elemento dessa sequência?

A1: Um ele normal.

P: E o segundo elemento dessa sequência?

A1: Um ele ao contrário.

P: E o terceiro elemento dessa sequência?

A1: Um ele normal.

P: Essa sequência tem quantos elementos?

A4: Nove.

A2: Três.

A5: Seis.

P: Por que nove?

A4: Seis eles e três pontinhos.

P: Os pontinhos são elementos da sequência?

A1: Não.

P: O que são pontinhos?

A1: O infinito.

Foi reproduzida uma sequência infinita de números inteiros até 6 e colocadas as reticências e questionado qual o próximo elemento (pontinho?) e os alunos responderam: não o sete.

Com isso, os alunos, puderam perceber que os pontinhos representam que a sequência continuava no caso da sequência da atividade 1, que ele se repete infinitamente. Seguindo com o diálogo:

P: Por que três elementos?

A1: Porque são três quadradinhos?

A2: Não são três quadradinhos, os eles são separados (logo outro aluno interviu).

P: Concordam.

Todos: Sim, é verdade.

P: Então, essa sequência tem quantos elementos?

A1: Infinitos, pois têm reticências.

P: Essa sequência se repete?

A2: Sim.

P: A partir de qual elemento ela começa a se repetir?

A3: Do primeiro ele normal.

P: Então, o segundo elemento é um ele normal também?

A1: Não!

P: Então, ela começa a se repetir a partir de qual elemento?

A3: A partir do segundo elemento.

P: Todos concordam?

Turma: Sim.

P: Qual seria o oitavo elemento pedido?

Todos: O ele de cabeça pra baixo.

P: E o 15º elemento pedido?

A3: Em ele normal, porque é ímpar.

P: Como assim, um ele normal porque é ímpar?

A3: Professora, quando a posição é um numero ímpar vai ser um ele normal, pois o primeiro é um ele normal e o número um é ímpar, e segundo termo o ele de cabeça pra baixo está na posição do número par, porque dois é par, então, qualquer posição par vai ser um ele de cabeça pra baixo.

P: Todos concordam?

Turma: Sim.

P: Qual seria o elemento que ocupa a posição 50º?

Análise:

Percebemos que os alunos, nesse momento, começavam a contar nos dedos, ímpar, par, ímpar, par, e demoravam demasiadamente a responder. Notamos a dificuldade em saber quando um número é impar ou par. Entendemos que existem dificuldades conceituais, desde

> a matemática mais básica aprendida por eles, ou seja, os obstáculos enfrentados não são exclusivamente do momento em que estão estudando, mas vêm de um longo caminho de defasagem na aprendizagem de conceitos básicos anteriores.

Segundo Van de Walle (2008, p.58), "As lições eficazes começam onde os alunos estão, e não onde os professores estão". Partindo desse princípio, construímos a ideia de ímpar e par, a partir do conhecimento já adquirido pelos alunos, como mostramos no diálogo a seguir:

P: O que é um número ímpar?

A5: Um número que não se divide.

P: Tem certeza?

A5: Um número que se divide por um.

A7: Um número que só se divide por ele mesmo.

P: Um número primo é o que só se divide por um e por ele mesmo. Melhorando a pergunta, o que é um número par?

A5: 2, 4, 6, 8.

P: E o que fazem com que eles sejam números pares?

A5: É porque é um par e um ímpar, um par e um ímpar...

P: Isso é prático pra um número de pequeno valor. E se for um número de grande valor vai demorar muito, imaginem saber se 360 é par contando um a um. Existe uma característica que faz com que os números sejam pares, e qual é essa característica?

A7: Eles dividem por 2?

P: Isso mesmo, então, para ser par eles divide por dois e a divisão é exata, e quando não dividem por dois são o quê?

A1: Ímpar.

P: 50 é par ou impar?

A3: Par, então é um ele para baixo.

P: Qual elemento ocupa a posição 125º?

A3: Como 125 é ímpar, então é um ele normal.

Depois dessas explorações com relação à atividade, esperamos que todos terminassem de responder; em seguida, foi pedido que anotassem no verso da folha as próximas considerações.

Análise:

Nesse momento foi bastante importante a colocação das ideias. Algumas duplas se manifestaram colocando o que pensavam ser uma sequência e qual seria a razão dessa sequência, mas, pelos questionamentos percebemos que não faziam ideia do era sequência, não compreendia a notação da reticência. As sequências eram compostas por dois elementos, os quais alguns alunos confundiam como sendo um único elemento que se repetia várias vezes, e, depois que colocamos essas ideias, vislumbramos as dificuldades e questionamentos. Segundo Borralhos & Barbosa (2009, p. 2) ”A utilização de tarefas que envolvam o estudo de padrões é um excelente meio para trabalhar a generalização, dando forma e significado aos símbolos algébricos ensinando os alunos a resolver equações, a compreender funções, a modelar.”

É com esse olhar que iniciamos as atividades, através do estudo dos padrões para chegar às generalizações, de forma que os alunos pudessem compreender as generalizações a partir de sua própria manipulação dos padrões.

Depois que os alunos fizeram considerações com a Exploração do Problema, solicitamos que eles escrevessem no verso da folha, que lhes foi acrescentado nessas, explorações, se perceberam algo diferente? O que entenderam? Ocorreu uma mudança de opinião? O que pensaram da atividade? Aprenderam ou não? Depois disso, foram recolhidas as atividades deles e dessa forma concluímos o nosso primeiro encontro.

A princípio foi complicado trabalhar com os alunos a resolução e a exploração de problemas, pois alegavam que tudo que está relacionado à matemática é difícil. Os alunos não apresentavam entusiasmo, mas no decorrer da atividade foram se estimulando, e todos, sem exceção, participaram de forma integral ou parcialmente.

Análise do primeiro encontro:

Tínhamos como objetivo trabalhar em torno das atividades selecionadas para o encontro que, inicialmente, eram duas, mas, à medida que fomos interagindo, percebemos que nesse momento só haveria espaço para uma atividade. Todos os alunos acompanharam o processo de exploração dos problemas, logo, ao longo desse desenvolvimento entendemos que havia dificuldades por parte de alguns alunos quanto ao entendimento do problema e a noções básicas de matemática, como reconhecer um número par ou ímpar. Alguns alunos se mantinham distantes, quase não se pronunciavam, o que nos preocupou. Diante dessas questões entendemos que não bastava só fazer a exploração do problema, mas também refletir sobre ele ao final do processo. A princípio, não estava em nossos planos, mas sentimos a necessidade de explorar mais a fundo a problemática, refletindo em conjunto com a sala de aula, sobre os desafios do problema, a visão dos alunos sobre tal, os diferentes tipos de respostas obtidos pelos alunos e, dessa forma, motivando todos a participar do processo, o que foi bastante positivo, resultando em vários questionamentos e interações entre a própria dupla e outras, sempre com a mediação do professor.

Em síntese, a dinâmica de sala de aula foi sendo adaptada de acordo com as necessidades emergidas pelos alunos. No momento da sala de aula, além da reflexão sobre o problema, que decorreu nas atividades realizadas pelos alunos, reservamos um momento para refletir sobre a ação, ou seja, sobre o que foi feito no decorrer das atividades, mostrando-se um momento válido e de importância no processo de ensino-aprendizagem.

2º Encontro - 03 aulas – 11/09/2015

Objetivo: desenvolver habilidades no trabalho de resolução de problemas, identificar as leis de formação da sequência.

Conteúdo: formalização e generalização de padrões.

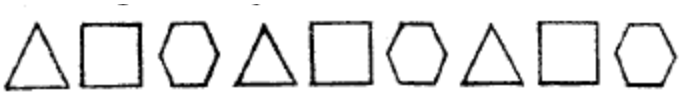
Esse encontro foi realizado no dia 11/09/15, em um período de três aulas seguidas em que foram realizadas duas atividades; estavam presentes 24 alunos que se distribuíram em 11 duplas. Nessa atividade tínhamos como objetivo que os alunos, através da exploração dos problemas, conseguissem estabelecer regularidades e encontrar padrões.

A atividade lhes foi entregue com uma questão para que escrevessem a regra da sequência logo os alunos colocaram diversos empecilhos, alegando ser difícil, mesmo assim começaram a tentar, a partir do questionamento feito referente a figura 22.

Atividade 2

a) Escreva a regra da sequencia abaixo

Figura 22 – Item “a” da atividade 2



Fonte:

A1: A regra da sequência é retângulo, quadrado, que figura é essa professora?

(A figura a qual se referiam era Hexágono, que alegavam não conhecer)

P: Essa é uma figura de quantos lados?

A1: Seis

P: A figura de três lados é chamada de quê?

A1: Triângulo.

P: A figura de quatro lados é chamada de quê?

A1: Quadrado.

P: A figura de seis lados é chamada de quê?

A1: Não sei professora.

P: A figura de seis lados é chamada de hexágono

A1: Há hexágono, não sabia como se escreve professora.

P: Vou escrever no quadro.

Q: Hexágono

Depois de esclarecer, junto com os alunos, o nome das figuras referidas na atividade, ficou, mas fácil para que eles escrevessem a regra da sequência, pois uma das dificuldades encontradas era saber descrever aquela figura até então desconhecida: o hexágono. Quando todos já haviam escrito a regra da sequência, seguimos.

O segundo questionamento feito aos alunos foi que eles escrevessem qual elemento ocupa a 8º posição nessa sequencia

A grande maioria não teve dificuldade em identificar alguns alunos ainda sentiram um pouco de receio ao responder, mas não tiveram grandes problemas.

Quando questionados qual elemento ocuapa15º posição, os estudantes responderam.

Ficou fácil perceber que os alunos utilizavam a metodologia da contagem até chegar a posição pedida, recomeçando a sequência repetidas vezes, até chegar à posição pedida.

A fim de que buscassem novas formas, novos métodos, fomos motivados a questioná-los para que tentassem outras maneiras.

Daí surgiu o terceiro questionamento, para que eles, sem fazem o desenho, descobrissem qual o elemento ocupava a 25º posições.

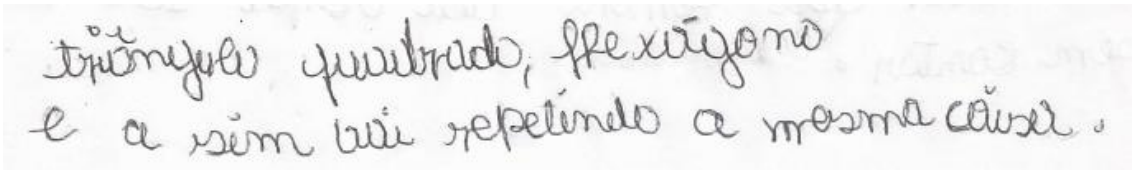
Por ser um número relativamente alto, já não rendia tantas certezas sobre qual elemento seria, mas mesmo assim insistiam em contar os elementos da sequência, até se fez necessário um dialogo entre o grupo.

Quando todos terminaram de responder, fizemos em conjuntos, algumas análises das questões colocadas. Dessa vez com algumas intervenções do professor,e sugerimos que os alunos não apagassem o que já haviam feito. Pedimos que as considerações feitas a partir desse momento, fossem escritas no verso da folha usada que até o momento estaria branco.

P: Qual a regra dessa sequencia?

A1:Triangulo , quadrado e hexágono .

Figura 23- Resposta do aluno 5 referente ao item "a" da atividade 2



Fonte- Aluno 5

P: Todos concordam

Todos: Sim

P: Essa sequência é uma sequência que se repete ?

A5: É , de três em três

P: Quais são os elementos que estão se repetindo?

A5: triângulo , quadrado e hexágono.

P: A partir de qual elemento essa sequência começa a se repetir?

A2: A partir do hexágono

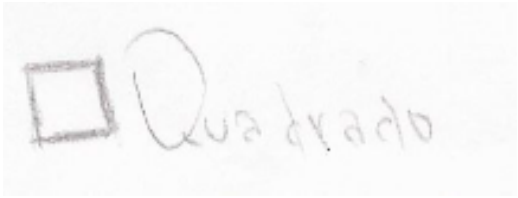
Análise:

Entendemos então que a regra dessa sequência ficou bem definida para os alunos, de modo que todos sabiam de que tipo de sequência se tratava , os seus elemento e como acontecia a repetição de seus elementos.

P: Na letra "b" perguntamos qual o elemento que ocupa a oitava posição?

Todos: Quadrado.

Figura 24 – Resposta do A7 referente ao item "b" da atividade 2



Fonte - A7

P: Na letra "c" qual elemento dessa sequência ocupa a 13º posição ?

Todos: triângulos

Figura 25 – Resposta do A 7 referente ao item "c" da atividade 2

Fonte- A 7

P: Como vocês chegaram a essa conclusão?

Todos: Agente contou.

P: Vocês voltaram contando?

Todos: Foi.

Análise:

Nesse momento os alunos ainda não tinham feitos generalizações, não tinham encontrados padrões, sabiam fazer, mas só pelo processo de repetição e contagem.

P: Na letra “d”, pedimos que sem fazer o desenho, qual elemento ocupa a 25º posição?

Todos: Triângulo

P: Vocês descobriram que era um triângulo como?

Todos: Contando Também.

P: E se não pudesse contar? Como vocês iram fazer sem contar , se eu pedisse um número bem grande você iam sair contando ?

A1: Era.

P: Será que não teria outra forma ?

A5: 25 é um número impar, ai seria um triângulo

P: Como assim? Explique melhor.

A5: Assim professora , 25 não é impar, aí sairia contando ímpar ,par , ímpar , par ... aí seria um triângulo .

P: E o 27º ele é ímpar também? Ele seria um triângulo?

A2: Não professora. Seria um quadrado

P: Mais ele não é ímpar também?

A5: Assim professora: o triângulo não é ímpar, então o quadrado que é o elemento que vem depois , ele é par , logo o hexágono , também é impar .

Análise:

Nesse momento percebemos que os alunos estão tentando relacionar a regra que foi aprendida na atividade anterior, com a que foi proposta agora, associando a posição com um número par ou

> número ímpar. Não conseguindo assimilar inicialmente que diferente da primeira sequência proposta, esta sequência tem mais de dois elementos, no caso três elemento, ficando inviável a relação com números pares e números ímpares nesse momento.

P: O primeiro triângulo da sequencia é impar ou par?

Todos: Ímpar

P: O segundo triângulo da sequência a aparecer é impar ou par?

Todos: Tá na quarta posição, então é par.

P: Então, nós vimos que nem sempre o triângulo vai estar em uma posição ímpar. Nesse caso não irá funcionar.

P: E agora o que nos fazemos para encontrar o elemento de determinada posição, sem precisar contar? Tentem encontrar uma maneira que dê certo sempre.

> **Análise:**
>
> Os alunos começam a refletir entre eles sobre o que lhes foi questionado, com relação à posição. Às vezes uma posição par era quadrado e outra não, e vão concluído que o procedimento de identificar o elemento como estando na posição ímpar ou par não vai servi para essa generalização. Entendemos a assim a importância do diálogo entre os alunos, e a partir da tentativa e erro, os próprios alunos vão construindo ou desconstruindo os procedimentos, a fim de explorar o problema.

P: Na atividade realizada anteriormente, tínhamos quantos elementos?

A1: Dois

P: E nessa sequência temos quantos elementos?

A1: Três.

P: Será que poderíamos encontrar qual elemento estaria na posição cinquenta sem que fosse preciso escrever a sequencia até o termo cinquenta? Qual seria o elemento?

A2? Quadrado professora.

P: Como você fez para identificar que é um quadrado?

A2: Não sei

P: Nessa sequência a partir de qual elemento ela muda?

A3: De três.

P: Então temos três elementos diferentes. Como fazemos pra encontra o elemento que está na posição dois mil

A3: Dividindo por três.

P: Como assim?

A2: Dois mil dividindo por três.

A partir dessa colocação, fizemos a divisão, que teve resto dois, logo um aluno disse quadrado. Quando questionado o porquê de ser o quadrado , ele respondeu, ora porque o quadrado é segundo elemento, se o resto fosse três seria o terceiro elemento, a partir desse momento surgiu a indagação:

P: Mas será que essa técnica vale pra qualquer valor?

A2? Eu acho que vale professora.

P: Então vamos fazer alguns testes?

Fizemos então alguns testes, até que quando fizemos trinta dividido por três, concluíram que o resto seria zero.

P: E agora quando é zero quem é o elemento?

A4: É o triângulo

P: Quando deu resto um foi o quê?

Todos: Triângulo.

P: Quando deu resto dois.

Todos: Quadrado

P: E quando deu resto foi zero?

Todos: Vai ser o hexágono.

P: E porque da o hexágono? O certo seria ele ser resto quanto?

Todos: Três!

P: Mas se eu estou dividindo por três, tem como dar resto três?

Todos: Não!

P: Então quando da resto zero quer dizer que a divisão foi o quê?

Todos: Exata!

P: Então sempre que eu divido por um múltiplo de três a divisão vai dar resto quando?

Todos: Zero!

P: Quando for múltiplo tem com ter resto três?

Todos: Não!

P: Sempre que eu divido por um múltiplo de três, vai dar resto três, logo sempre que for um múltiplo de três vai ser que elemento?

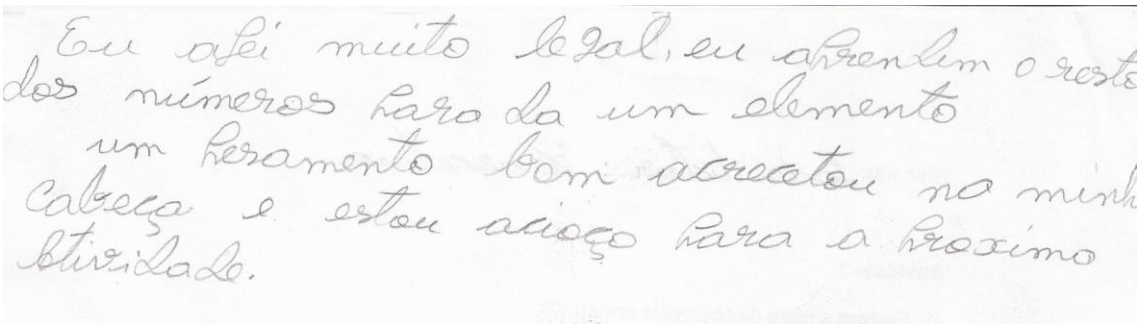
Todos: Hexágono.

E depois de toda a discussão fizemos como na primeira atividade: pedimos que eles escrevessem o que entenderam e que não entenderam da atividade, o que acharam , se foi proveitosa e o que aprenderam.

Algumas das considerações colocadas pelos alunos foram:

Aluno1:

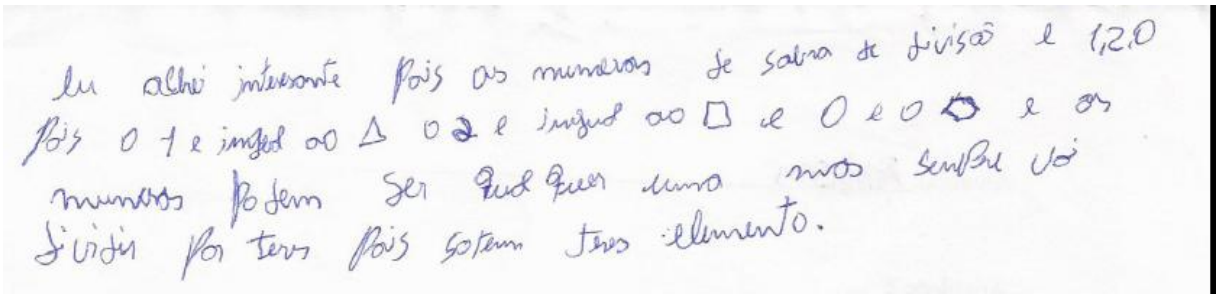
Figura 26-Considerações do A1 sobre o primeiro encontro



Fonte- A1

Aluno 2:

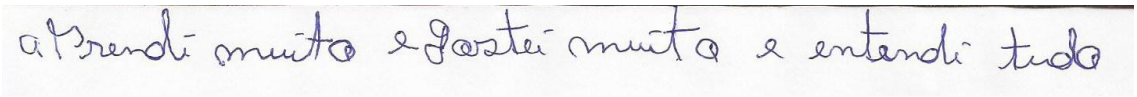
Figura 27-Considerações do A2 sobre o primeiro encontro



Fonte A2

Aluno 3:

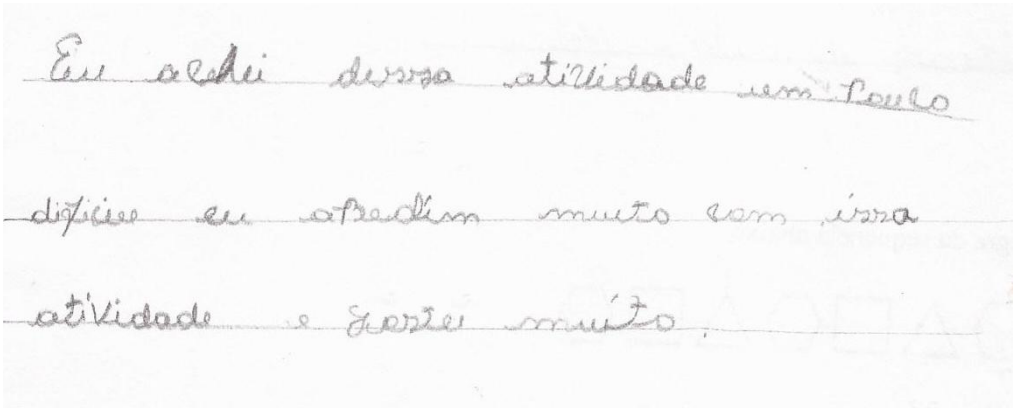
Figura 28-Considerações do A3 sobre o primeiro encontro



Fonte-A3

Aluno 4:

Figura 29-Considerações do A 4 sobre o primeiro encontro



Fonte A 4

Análise geral:

Todas as resalvas dos alunos referentes a essa atividade foram positivas, apesar de citarem dificuldades, todos os alunos apresentaram resultados proveitosos, a medida que foram instigaram, mobilizando a atividade de resolução e exploração de problemas.

De maneira geral vislumbramos as dificuldades dos alunos ao explorarem o problema, estando focados apenas e resolvê-los encontrando uma resposta, mais precisamente um valor. Como nosso trabalho trata o problema como um ponto de partida para um conjunto de descobertas. Despertar esse olhar nos alunos não foi uma tarefa fácil, se fazendo necessária por muitas vezes mediações através de questionamentos e indagações, que incentivassem o espírito investigador dos alunos, fazendo com que fossem além do problema, que questionassem, emitissem opiniões e expusessem seu ponto de vista. No decorrer das atividades, os alunos foram se sentindo mais a vontade, ficando mais ávidos por explorar o problema e entendendo que não bastava uma resposta, mas que precisavam refletir sobre ela, indo além dela. Muitos ao final do encontro nos diziam, "essa aula nós faz pensar demais", está frase nós fez entender que estávamos no caminho certo, pois esse era um dos principais objetivos.

Para dinâmica de sala de aula, a utilização da exploração de problemas foi algo crucial, pois permitiu que todos os alunos se envolvessem, tornando a aula mais produtiva. Sendo sempre motivados a ir além do problema, nos nossos diálogos, sobressaiu a vontade dos alunos de querem participar, trazendo suas duvidas, suas opiniões, suas indagações de maneira que pudéssemos esclarecer utilizando sempre que possível o seu próprio

conhecimento, ou seja fazendo mediações de forma a centralizar a produção de conhecimento no aluno.

O despertar do aluno para a construção da compreensão matemática é uma das grandes vantagens da atividade de exploração matemática, adivindo da resolução de problemas que trouxessem essa possibilidade. A realização desse processo se deu através do envolvimento dos alunos.

3º Encontro - 03 aulas – 24/09/2015

Objetivo: desenvolver habilidades no trabalho de resolução de problemas, identificar as leis de formação da sequência, fazer com que no desenvolver da atividade aconteça o surgimento da letra.

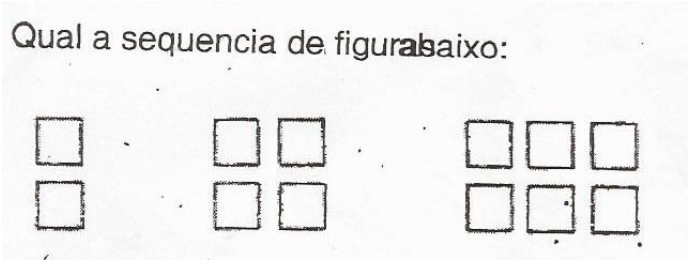
Conteúdo: formalização e generalização de padrões.

Esse encontro foi realizado no dia 24 de setembro de 2015, em um período de duas aulas em que foram realizadas duas atividades. Estavam presentes 23 alunos que se distribuíram em dez duplas e um trio. Nas atividades desse encontro, propomos, através da resolução e exploração de problemas, analisar e construir sequências geométricas, com o objetivo de encontrar regularidades e padrões.

Nessa atividade foi entregue uma folha com uma sequência para que os alunos estabelecessem qual a sequência das figuras a seguir. Logo os alunos colocaram diversos empecilhos, alegando ser difícil, mesmo assim começaram a tentar .

Atividade3 [7]

Figura 30- Atividade 3



Fonte- Souza e Diniz(2003, p.24)

[7] Atividade retirada e adaptada de Souza & Diniz (2003, p. 24).

Imediatamente, os alunos discutiram entre si e entre suas respectivas duplas e questionaram se era para escrever a quantidade de elementos, como estava disposta cada figura ou ainda o que representava cada figura.

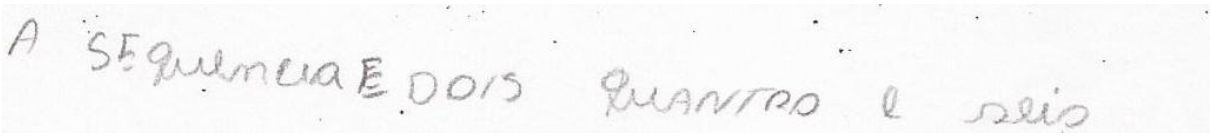
Análise:

Os questionamentos dos alunos apareciam de forma mais natural, pois o grupo já estava se adaptando a esse tipo de atividade, que já não se conformava com uma única resposta, buscando, sempre que acontecesse, a exploração do problema, embora cada atividade fosse uma novidade, o ato de perguntar, de querer entender, de se familiarizar com a atividade e procurar entender de forma mais efetiva se tornava cada vez mais frequente.

Dando continuidade, escrevemos os seguintes questionamentos no quadro, à medida que os alunos iam respondendo:

Q: a) Qual é a próxima figura da sequência? Desenhe.

Figura 31- Resposta do A20 referente ao item "a'" da atividade 3



Fonte A 20

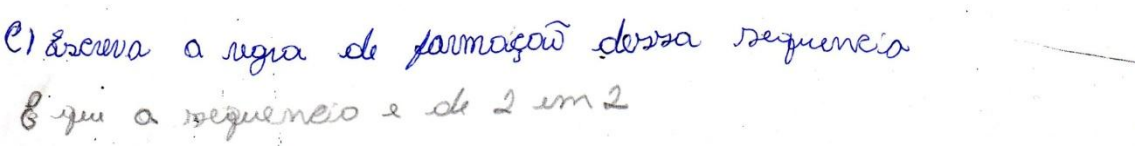
Q: b) E a seguinte? Desenhe.

Nessa questão surgiram dúvidas, pois os alunos não entenderam de imediato o que o enunciado da questão queria dizer quando se referia "e a seguinte", que a atividade se referia à seguinte da que haviam desenhado na resposta da questão anterior, no caso a letra *a*.

Esclarecidas as dúvidas sobre o enunciado da questão, os alunos não tiveram maiores dificuldades com relação às atividades e seguiram respondendo às questões.

Q: c) Escreva a regra de formação dessa sequência.

Figura 32- Resposta do A16 referente ao item "c'" da atividade 3



Fonte- 16

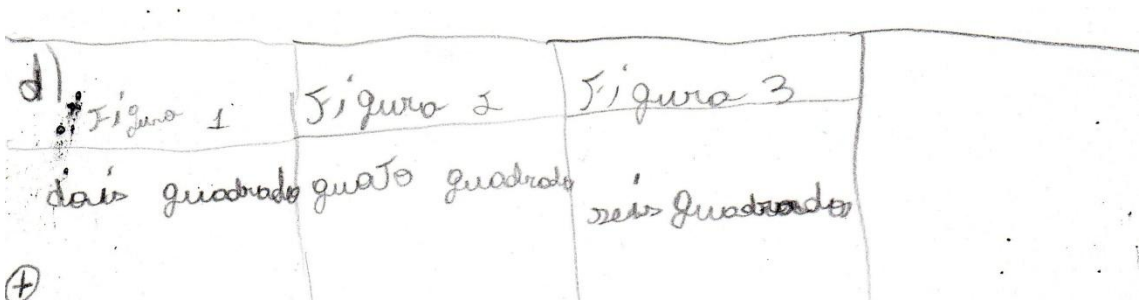
Q: d) Observando a sequência, quantos quadradinhos tem cada figura?

Nessa questão, os alunos utilizaram mais de uma maneira para responder, apenas com o número, escrevendo o que estavam fazendo ou até como mostramos a seguir através da construção de uma tabela.

Figura 33-Resposta do A 7 referente ao item "d'" da atividade 3

Fonte-A 7

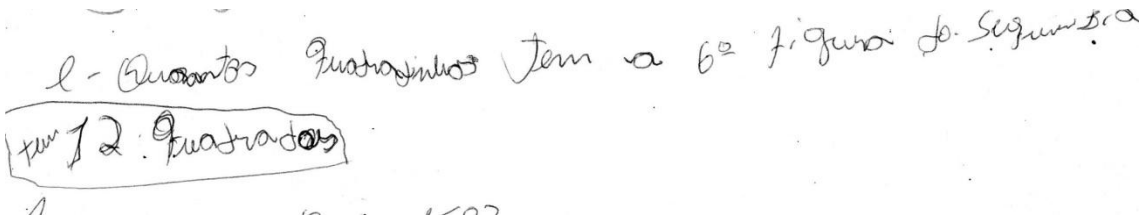
Figura 34-Resposta do A 1 referente ao item "d'" da atividade 3



Fonte- A 1

Q: e) Quantos quadradinhos tem a 6ª figura da sequência?

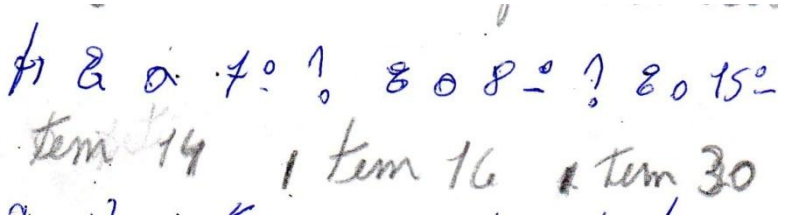
Figura 35-Resposta do A 18 referente ao item "e'" da atividade 3



Fonte- A 18

Q: f) E a 7ª? E a 8ª? E a 15ª?

Figura 36-Resposta do A 5 referente ao item "f" da atividade 3

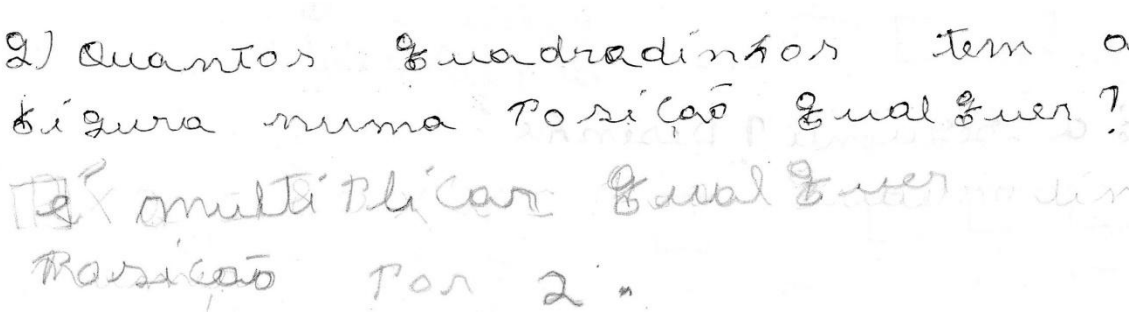


Fonte- A 5

Como já foi dito, os alunos não mostraram dificuldades nessa atividade, fazendo de forma bem simples, sem muitos questionamentos. Eles ficaram livres para se expressarem da forma que pensavam ser conveniente.

Q: g) Quantos quadradinhos tem a figura numa posição qualquer?

Figura 37-Resposta do A 4 referente ao item "g" da atividade 3



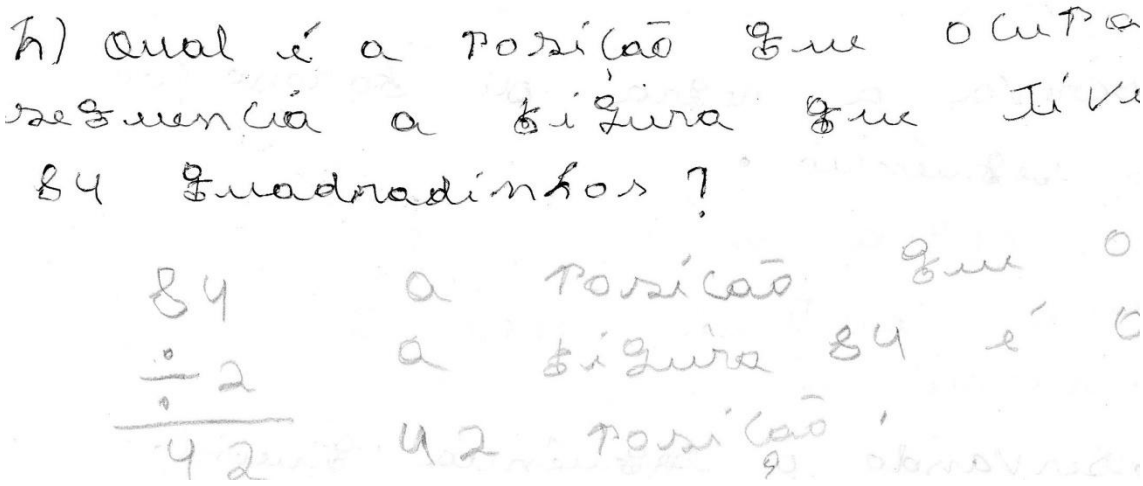
Fonte- A4

Análise:

Como essa atividade era simples e necessitava apenas fazer a generalização, logo ficou perceptível para os alunos a generalização que utilizaram com forma de expressar seu entendimento através da linguagem materna, ou seja, fazendo uso da álgebra retórica. Destacamos, então, a importância de deixar os alunos à vontade no momento de se expressarem, pois talvez eles não tivessem tanto domínio de uma representação, porém compreenderam bem de outra forma de representação. Daí, a importância de não se restringir a uma única resposta.

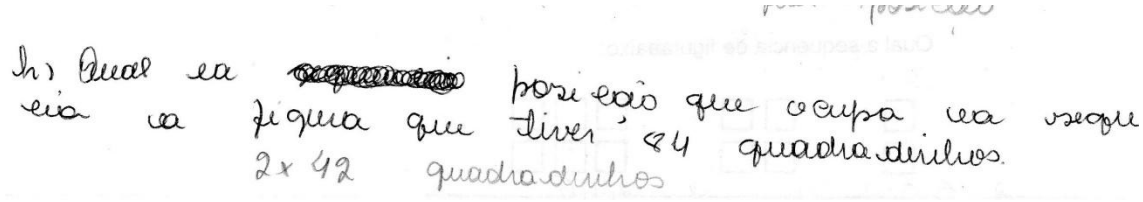
Q: h) Qual a posição que ocupa na sequência a figura que tiver 84 quadradinhos?

Figura 38-Resposta do A 5 referente ao item "h'" da atividade 3



Fonte 5

Figura 39-Resposta do A 8 referente ao item "h'" da atividade 3



Fonte-A8

Nessa última atividade pudemos observar que os alunos conseguiam encontrar as respostas sem a necessidade do desenho ou de ficar contatando um a um.

As explorações dessa atividade foram feitas à medida que os alunos se desenvolveram, os questionamentos aconteceram de acordo com a necessidade da situação.

4º Encontro - 03 aulas – 25/09/2015

Objetivos: desenvolver habilidades no trabalho de resolução de problemas; identificar as leis de formação da sequência, fazer com que no desenvolver da atividade aconteça o surgimento da letra.

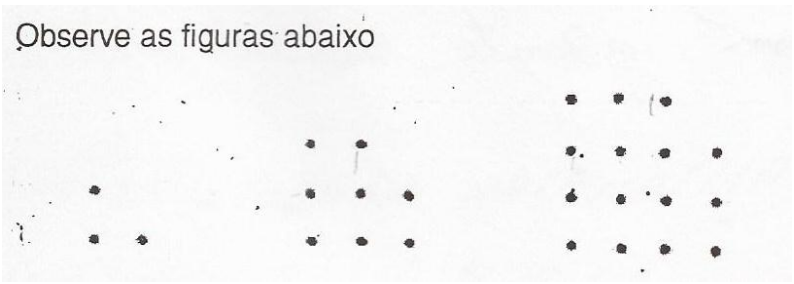
Conteúdo: formalização e generalização de padrões.

Esse encontro foi realizado no dia 25 de setembro 2015, em um período de duas aulas em que foram realizadas duas atividades. Estavam presentes 17 alunos que se distribuíram em sete duplas e um trio. Nas atividades desse encontro, propomos, através da resolução e exploração dos problemas, analisar e construir sequências de figuras, com o objetivo de encontrar regularidades e padrões.

Nessa atividade foi entregue uma sequência para que estabelecessem qual a sequência das figuras abaixo, logo os alunos colocaram diversos empecilhos, alegando ser difícil, mesmo assim começaram a tentar.

Atividade 4 [8]

Figura 40- Atividade 4



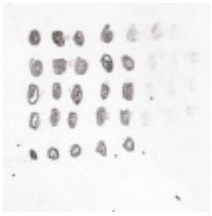
Fonte- Souza e Diniz (2003, p. 27)

Q: a) Continuando a sequência acima, qual a próxima figura? Desenhe.

Análise:

Dos alunos presentes, apenas cinco deram continuidade à atividade de forma correta, o que nos chama a atenção para a falta de concentração e cautela no desenvolver da atividade, sendo pouco reflexivos, talvez pelo fato da atividade ser um pouco mais complexa que as outras.

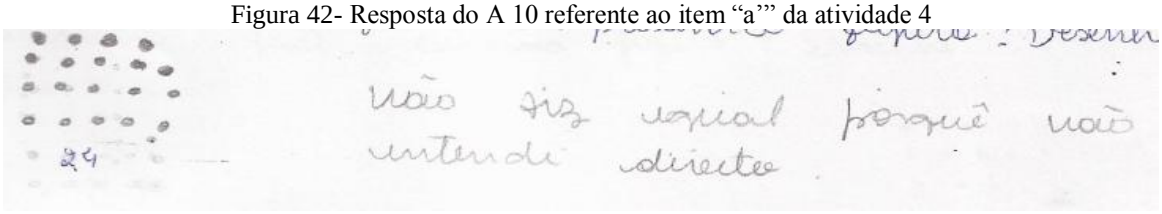
Figura 41- Resposta do A 2 referente ao item "a'" da atividade 4



Fonte- A2

[8] Atividade retirada e adaptada de Souza & Diniz (2003, p. 27).

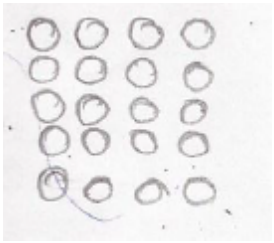
Figura 42- Resposta do A 10 referente ao item “a’” da atividade 4



Fonte A10

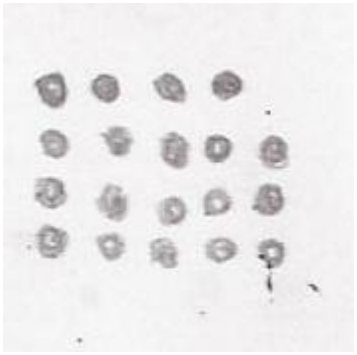
Os erros mais comuns que ocorreram pelos alunos foram os observados nas figuras seguintes:

Figura 43 - Resposta do A 4 referente ao item “a’” da atividade 4



Fonte- A4

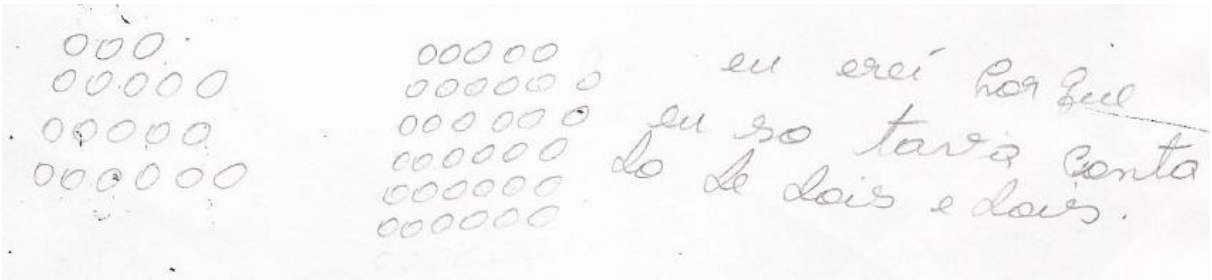
Figura 44 - Resposta do A 12 referente ao item “a’” da atividade 4



Fonte-A12

Q: b) E a seguinte? Desenhe.

Figura 45- Resposta do A 5 referente ao item “b’” da atividade 4



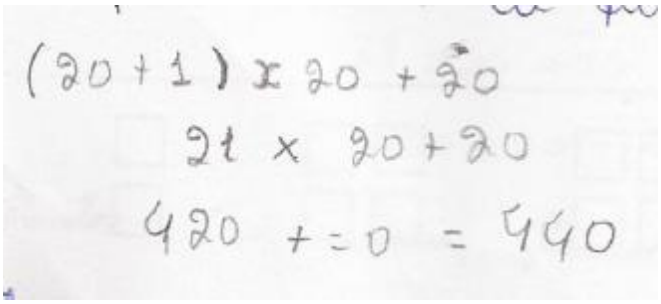
Fonte-A5

Q: b) Quantos pontos tem a 5ª figura?

Q: c) E a 6ª figura?

Q: d) Quantos pontos tem a figura que ocupa a posição 20º?

Figura 46- Resposta do A 5 referente ao item "d'" da atividade 4



Fonte-A5

Q: e) Quantos pontos têm uma figura numa posição qualquer?

Análise:

Ao observar os erros apresentados pelos alunos percebemos que eles ocorriam não por falta de compreensão, mas principalmente por falta de atenção. Os alunos mostraram dificuldades em reproduzir as figuras, mesmo pelo desenho apresentado poucos alunos conseguiram. Percebendo essa dificuldade, chamamos os alunos para o quadro, para que eles pudessem se expressar melhor aos colegas, defendendo o que haviam entendido o porquê pela qual tinham adotado aquela forma de resposta e qual o raciocínio usado.

Esse momento ocorreu da seguinte maneira: chamamos um aluno para responder a letra "*a*", e depois que ele respondesse o professor em conjunto com a turma faria a análise da resposta, enquanto o aluno justificava seu pensamento. Em seguida, questionamos se outro aluno teria feito de forma diferente, mesmo que justificasse que era muito parecido com o outro aluno que já havia ido ao quadro, fazíamos questão que viessem ao quadro para escrever e explicar a forma que tinha feito, pois os detalhes é quem fazem toda a diferença nesse tipo de atividade.

Análise:

Podemos destacar, nesse momento, a importância da representação verbal que se fez presente, fortemente nas explicações dos alunos para a constituição da linguagem algébrica. Os alunos, à medida que conseguiam expor o seu pensamento, a constituição da linguagem algébrica ficou facilitada.

Assim, buscamos expor no quadro negro todas as respostas que foram feitas, de forma diferenciada, e discutimos em sala de aula as diversas maneiras pelas quais foram feitas, os possíveis erros e acertos, fazendo com que os alunos tirassem suas próprias conclusões sobre qual seria a resposta adequada.

O professor, com o papel de fazer a ponte entre o aluno e o conhecimento, tem uma grande importância no processo de exploração, pois deve estar sempre na busca de fazer perguntas que levem o aluno a compreender, estabelecendo, assim, o aprimoramento das ideias e os pensamentos dos alunos.

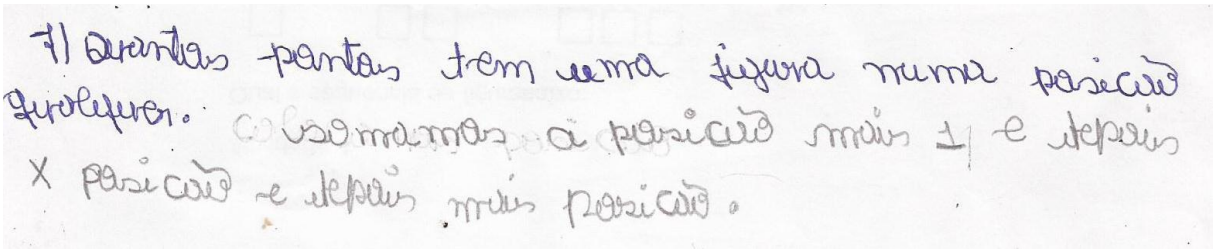
À medida que o aluno que explicava a razão de sua resposta, percebia onde tinha errado e os demais alunos também conseguiam compreender o motivo do erro.

Os alunos, ao responderem as atividades, questionavam sempre se podiam responder através do desenho, por acharem mais fácil; deixamos a forma de resposta a critério do aluno, para que ficasse à vontade para usar a representação que achasse melhor.

Procuramos mediar às respostas dos alunos de maneira a estabelecer uma relação sobre o que aumentava de uma figura quando comparada com a outra, de forma a relacionada com a posição. Num momento crucial dessa atividade, em que os alunos começaram a perceber uma possível generalização na relação figura e posição, para que os alunos conseguissem saber a quantidade de pontinhos da figura numa posição qualquer e, assim, a partir da construção das figuras ponto a ponto, até junto com o professor, conseguissem estabelecer a relação, logo, saber quantos pontinhos tinha uma figura em uma posição qualquer, chegando à seguinte conclusão:

A posição mais um multiplicado pela posição e depois somado à posição me daria a quantidade de pontinhos dessa posição. Como na descrição do A15 abaixo:

Figura 47- Resposta do A 15 referente ao item "f"" da atividade 4



Fonte-A15

Para que isso ficasse de fato compreendido pelos alunos, começamos a testar várias posições diferentes. Vimos que sempre dava certo dessa forma, os alunos tinham a certeza de que poderia ser feito para uma posição qualquer.

Aos poucos, para evitar estar sempre escrevendo na linguagem materna, começamos a fazer adaptações, onde a palavra posição passou a ser representada por uma letra, no caso a letra *p*, a palavra multiplicação pelo símbolo *x* ou a palavra soma pelo símbolo +. Dessa forma, começamos a formalizar a ideia de equação algébrica.

Segundo Borralhos & Barbosa (2009), os alunos ao realizarem tarefas que envolvam o estudo de padrões conseguem perceber a *verdadeira* noção de variável que, de modo geral, é apenas vista como um número desconhecido.

Nesse momento, os alunos entenderam que podíamos encontrar quantos pontos teriam uma figura em uma posição qualquer sem que fosse necessário fazer o desenho.

Nunes (2014, p.7) destaca dois tipos de generalização que são:

> A generalização próxima que se refere à descoberta do termo seguinte (ou pedido) que pode ser descoberto através de contagem, desenho ou por recurso a uma tabela, e que geralmente envolve uma abordagem recursiva. A generalização distante envolve a descoberta do padrão e exige uma compreensão da lei de formação/regra ou expressão geral que envolve a procura de relações funcionais de uma expressão matemática.

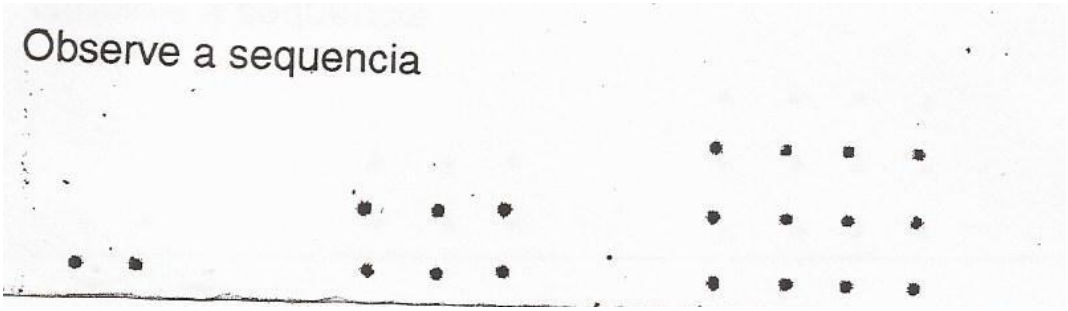
Buscamos, então, a partir da Exploração do Problema, fazer com que os alunos saíssem da generalização próxima para a generalização distante.

Uma das dificuldades encontradas, nesse dia em especial, foi que, ao se aproximar do fim da aula, os alunos já se mostravam ansiosos pelo término da aula para irem para o intervalo momento o qual é servido a merenda, por quê alegavam está com fome.

Percebendo as dificuldades dos alunos na atividade anterior, e ao retornarem do intervalo, propomos atividade semelhante à anterior, que agregava os mesmo objetivos, de forma a fortalecer a percepção dos alunos.

Atividade 6[9]

Figura 48- Atividade 6



Fonte Souza & Diniz(2003, p.29)

[9] Atividade retirada e adaptada de Souza & Diniz (2003, p. 29).

A partir dessa sequência foram feitos os seguintes questionamentos:

Q: a) Qual a próxima figura dessa sequência? Desenhe.

Q: b) E a seguinte? Desenhe.

Q: c) Como cada figura se transforma na seguinte?

Q: d) Quantos pontos tem a 6 ª figura?

Q: e) Quantos pontos tem a 10ª figura?

Q: f) Quantos pontos tem uma figura numa posição qualquer?

Análise:

Por se tratar de uma atividade parecida com a anterior, os alunos logo se preocuparam em encontrar uma fórmula algébrica que servisse para resolver todos os questionamentos ao longo da atividade.

Tentamos manter os passos para que facilitassem a descoberta dos alunos motivando-os a descobrir uma fórmula que pudesse generalizar aquilo que eles estavam fazendo através de um processo de construção gradativo, até que ambos percebessem uma maneira de generalizar. Embora, inicialmente, estivessem querendo usar da generalização anterior para essa atividade.

Mas, no decorrer da atividade, começaram a compreender as diferenças entre a atividade anterior e a atual, entendendo, assim, que a mesma generalização já não serviria.

Houve uma interrupção durante a aula pela supervisora, para dar alguns avisos. Posteriormente, à saída da sala, os alunos ficaram bastante agitados e inquietos, perdendo a concentração com relação ao que estavam fazendo referente à atividade.

Momentos depois, mais calmos, começamos a chamar para que fossem ao quadro expor suas ideias das mais diferentes maneiras que surgiram na sala, de forma semelhante ao que aconteceu na atividade anterior.

Discutimos questão por questão da atividade, em conjunto com os alunos, para que chegássemos a uma conclusão que convencesse a todos sobre sua validade.

Nessa atividade tivemos uma maior participação dos alunos, tanto nas discussões quanto nas exposições de suas respostas quando iam ao quadro para mostrar suas respostas.

5º Encontro - 03 aulas – 15/10/2015

Antes de começarmos a descrever e analisar esse encontro vale salientar que ficamos sem atividades durante duas semanas, sem que pudéssemos dar continuidade à pesquisa, pois do dia 01 a 09 de outubro foram realizados na escola os jogos internos.

Objetivo: Introduzir soluções com equações usando conhecimentos intuitivos.

Aplicação: O cálculo IMC (Índice de Massa Corporal)

O encontro foi realizado no dia 01 outubro 2015, estavam presentes 20 alunos, tivemos um período e três aulas. Essa atividade ocorreu de forma individual.

Para esse encontro foi pedido, antecipadamente, que todos tivessem se pesado e trouxesse o seu peso anotado.

Foram levadas fitas métricas, e ensinado para aos alunos como realizariam a medição de suas alturas. Para isso, foi pedido que formassem duplas, onde um aluno fez a medição de seu par, para que pudesse utilizar as medidas do peso e da altura na atividade.

Iniciamos esse encontro com uma conversa sobre saúde, alimentação e qualidade de vida, tomando como base o caderno Gestar AAA1, versão do aluno (2008).

P: O que faria parte de uma alimentação saudável?

A2: Frutas.

A1: Comer.

P: Mas nem sempre o fato da pessoa comer esses alimentos quer disse que seja saudável.

A1: Boa dieta, esportes.

A3: Praticar esportes.

Então explicamos que existe uma fórmula matemática que é possível calcular o Índice de Massa Corpórea (IMC) e, consequentemente, tem uma tabelinha para que seja identificado em qual situação o indivíduo está, muito abaixo do peso, abaixo do peso, normal, sobrepeso e obesidade.

A tabelinha foi colocada no quadro para que todos pudessem identificar a faixa etária de cada situação.

Tabelinha: explicamos cada situação: que existem três níveis de obesidade, a obesidade grau I , a obesidade grau II (severo) e a obesidade grau III (mórbida) é quando a pessoa corre sério risco de morrer.

Quando fomos questionados:

A4: Professora, quais as doenças da obesidade?

P: Algumas das doenças que podem ser decorrentes da obesidade é o diabetes, colesterol alto, hipertensão, depressão, dificuldade de circulação sanguínea, entre outras.

A5: Nossa professora! São muitas as doenças!

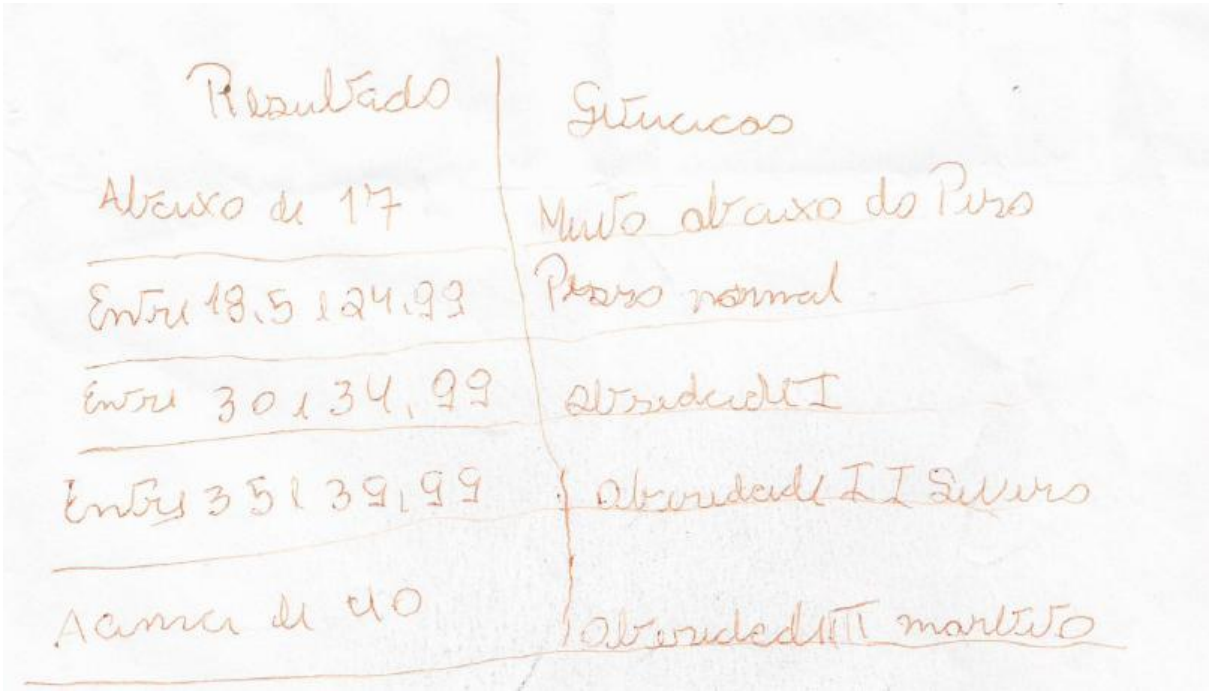
P: A data do momento em que você está em um nível de obesidade muito alto, por exemplo, na severa ou na mórbida, o que é que acontece? A pessoa já não tem mais uma vida saudável. A pessoa já não consegue se deslocar da mesma forma que uma pessoa saudável.

Nesse momento, começamos a falar sobre um caso de obesidade severa de dois gêmeos que haviam sido acompanhados por um programa de televisão, o qual a maioria dos alunos sabia do que se tratava. Usamo-lo como exemplo, pois nesse caso, era tão sério que nem podiam se operar por causa do peso muito alto, e antes de fazerem qualquer intervenção cirúrgica teriam que perder peso. É por isso que foram para um spar, para que pudessem perder parte do peso.

Falamos então da dificuldade de praticar exercícios por uma pessoa com nível alto de obesidade, sobre a pirâmide alimentar, sobre os alimentos energéticos, reguladores e construtores.

Bem, tivemos uma conversa longa e produtiva sobre alimentação saudável e a partir dessa conversa construímos a seguinte tabela, apresentada na Figura 50, relacionando os resultados dos IMC (Índice de Massa Corpórea) e a situação em que a pessoa se encontra.

Figura 49- Tabela feita pelo A8



Fonte- A8

Depois de explicado cada nível, propomos então que cada aluno calculasse o seu próprio IMC e verificasse em que situação se encontraria através da seguinte fórmula: IMC=$\frac{peso}{altura^2}$

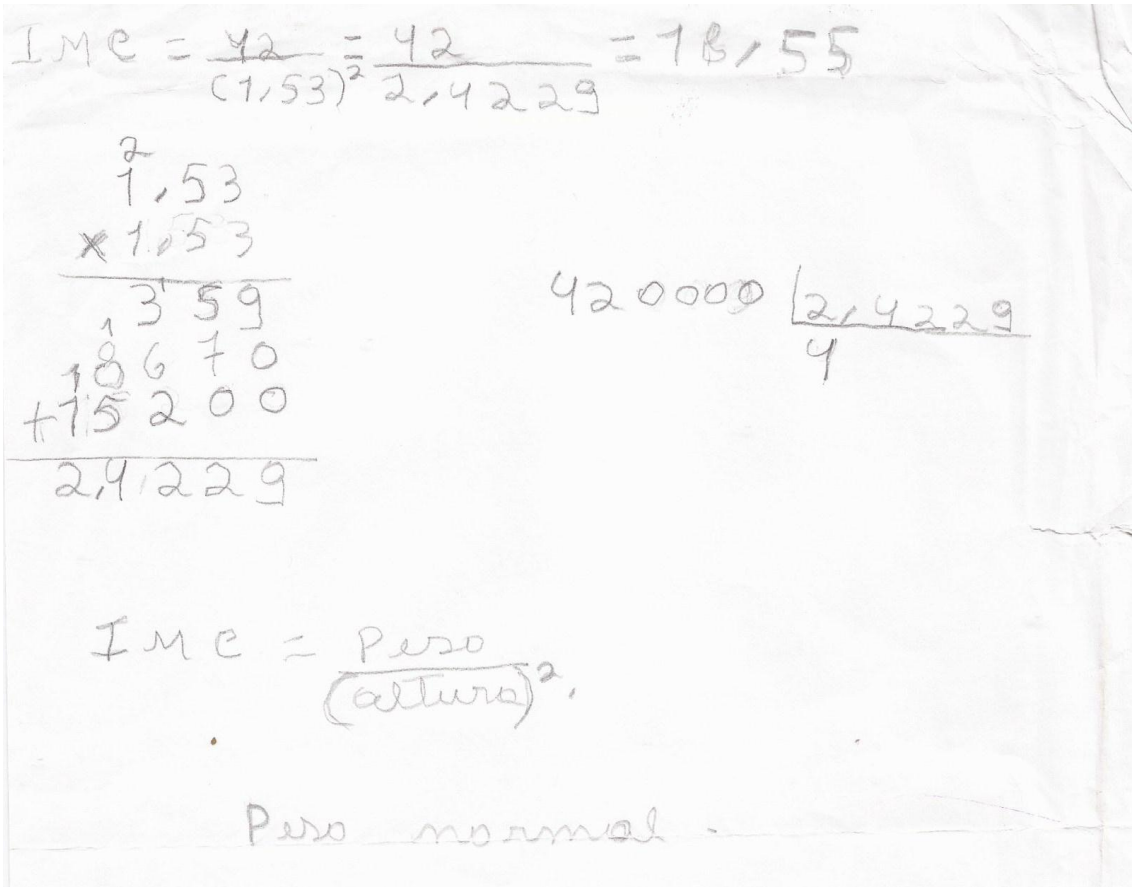
Análise:

Durante essa atividade os alunos demonstraram uma grande dificuldade na realização de operações como, por exemplo, a altura como sempre dava um número decimal, os alunos tinham dificuldade em realizar as multiplicações Outro momento em que tiveram bastante dificuldade foi para realizar divisão do peso pela altura ao quadrado, todos os alunos tinham dificuldades em dividir e, em especial, divisão de números decimais.

De fato, são bem preocupantes essas dificuldades apresentadas, mas como no momento nosso foco era outro, para que não fosse comprometida a atividade, sugerimos então o uso da calculadora para que pudessem fazer as operações às quais tinham dificuldades.

Dessa maneira, os alunos calcularam os seus respectivos IMC e puderam constatar em que situação se encontravam, como no exemplo abaixo:

Figura 50- Cálculo do IMC do A5



Fonte- A5

Essa atividade foi bastante interessante, pois permitiu que os alunos discutissem entre si sobre o IMC adequado, se precisavam perder uns quilinhos ou ganhar alguns quilos.

Para resolver essa atividade, os alunos utilizaram alguns conceitos relacionados à álgebra que, inicialmente, era resolvida sem o uso de letras e números, só usando a escrita, no período a álgebra retórica.

6º Encontro - 03 aulas – 22/10/2015

Objetivo: formular e Resolver Problemas Matemáticos

Conteúdo: introdução a Equações Algébricas

Nesse encontro, em especial, demos a oportunidade aos alunos de realizarem a formulação de pequenos problemas entre eles. A atividade ocorreu da seguinte maneira: tínhamos 19 alunos presentes, pedimos que formasse oito duplas e um trio, para que desenvolvessem a atividade.

Inicialmente, explicamos que na matemática trabalhamos muito com valores desconhecidos e a essa parte da matemática que trabalha com incógnitas chamamos de Álgebra. Nesse momento, estávamos abertos ao diálogo construtivo, que faz parte da nossa proposta de ensino-aprendizagem. Segue o diálogo:

A1: E o que significa a palavra Álgebra?

P: A palavra álgebra vem do grego.

A1: Do grego?

P: Sim do grego, e quer dizer letras e números. Porque ela é a parte da matemática que trabalha com termos desconhecidos. Podemos fazer operações com valores que não sabemos qual é, como na atividade anterior que utilizamos a sigla IMC pra representar o valor que eu não sabia. Ou seja, podemos utilizar letras para substituir o valor que não conhecemos. Outro exemplo que utilizamos na álgebra foi na atividade que pedia para que encontrássemos o elemento para uma posição qualquer vocês lembram?

A2: Lembramos.

P: E para simbolizar uma posição qualquer nós utilizávamos o quê?

A3: Uma letra.

Após fazer uma breve introdução, explicamos que na atividade seguinte iríamos trabalhar com termos desconhecidos: nessa atividade vocês vão ter que descobrir qual o valor desconhecido.

Cada uma das duplas deverá fazer uma adivinhação sobre sua idade, utilizando operações matemática, para que seu colega da dupla possa adivinhar quantos anos você tem.

Os alunos ficaram receosos em elaborar o problema, inseguros na elaboração e insistiram para que fizéssemos primeiro, então fizemos a seguinte adivinhação:

Minha idade dividida por dois é igual a 11. Qual é minha idade?

A partir dessa adivinhação, os alunos começaram a elaborar as suas próprias, sob nossa supervisão, mas sem influenciar nas adivinhações propostas dos alunos, sendo sempre questionados se estavam certos ou errados.

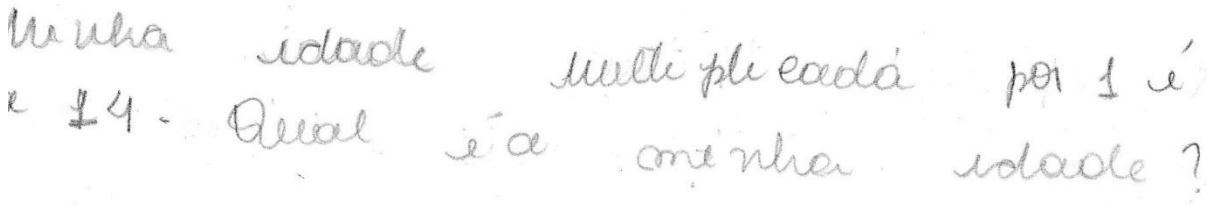
Prezamos para que os alunos constituíssem essencialmente uma sentença completa que tivesse algum sentindo, tentando interferir o mínimo possível.

Análise:

> Nesse momento, os alunos demonstraram uma forte dependência do professor, sentindo-se inseguros em realizar o que se pedia, perguntando sempre se era da maneira que o professor pedira. Sobre essa dependência, Chevallard, Bosch e Gascón (2001) tratam: "[...] os alunos tendem a delegar ao professor a responsabilidade de suas respostas, como se não importasse a eles o fato de serem verdadeiras ou falsas; como se o único objetivo de sua atuação fosse responder às perguntas do professor [...]".

Analisando as atividades elaboradas pelos alunos, observamos que sete alunos usaram princípios multiplicativos, como mostra as figuras 53, 54 e55.

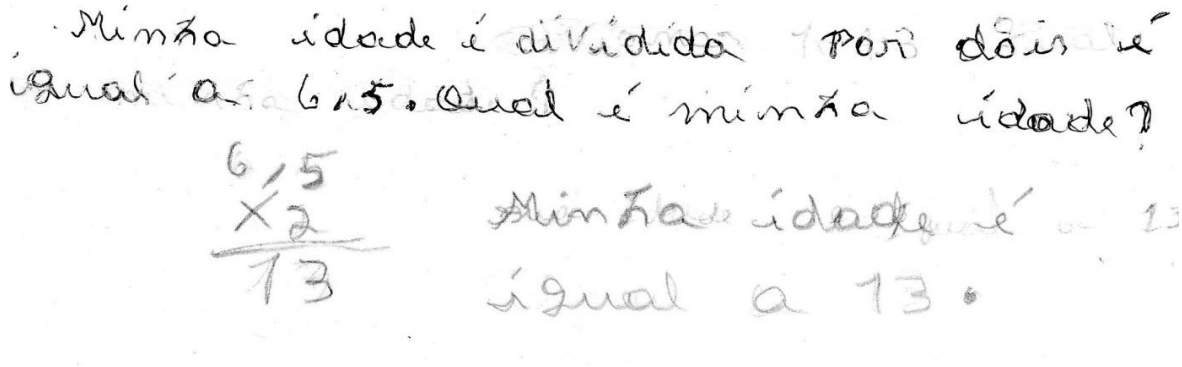
Figura 51-Problema da idade do A7



Fonte-A7

Outros três alunos utilizaram a divisão nos problemas elaborados, talvez sob influência do exemplo colocado no início ou (não):

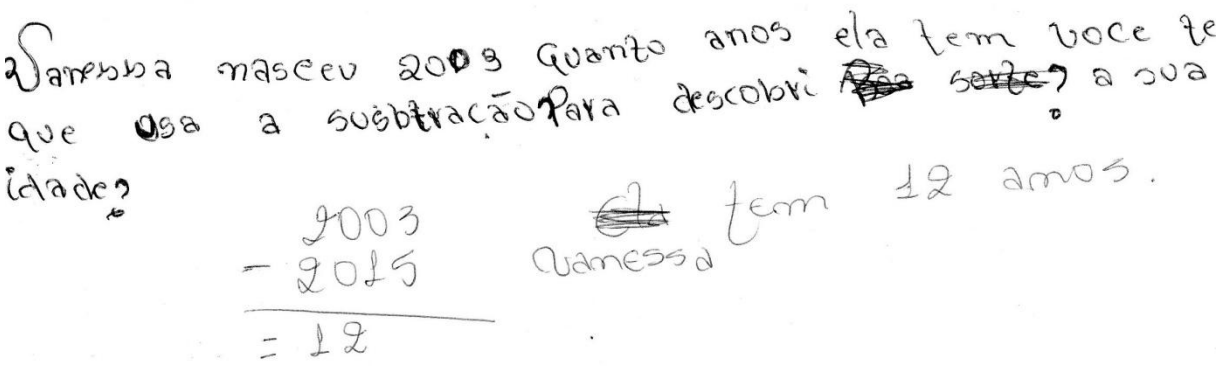
Figura 52- Problema da idade do A9



Fonte-A9

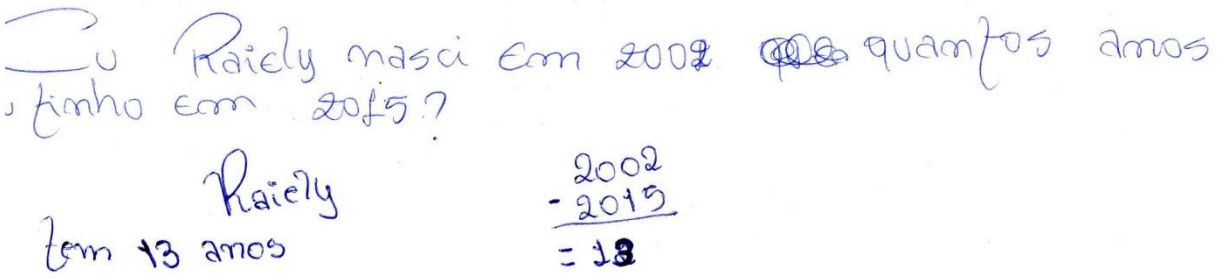
Utilizaram a subtração na construção de suas adivinhações três alunos de maneira semelhante, como na figura 55, a seguir:

Figura 53- Problema da idade do A13



Fonte 13

Figura 54- Problema da idade do A14



Fonte-A14

Percebemos grande dificuldade de escrita e de utilização das operações matemática nos demais alunos, na construção de seus problemas.

Em síntese, tivemos formulações de várias naturezas, utilizando as operações básicas da aritmética, mostrando, assim, a criatividade dos alunos. Apesar das dificuldades dos alunos, o saldo foi positivo, pois a maior parte dos alunos conseguiu fazer os problemas com coerência.

Análise:

Essa primeira experiência com a formulação de problemas foi feita de forma cautelosa, para que os alunos não fossem influenciados durante a sua elaboração. Só resaltando que não é aconselhável que se dê exemplos, por correr o risco dos alunos só elaborarem problemas baseados no que foi apresentado pelo professor, principalmente, quando os alunos não estão habituados com essa metodologia de formulação de problemas, pois acabam seguindo a velha concepção

> que apenas o jeito que o professor faz é o certo, restringindo-se a reproduções semelhantes a que o professor mostrou. Nesse caso, foi aberta uma exceção, colocando o exemplo que foi citado anteriormente, porque os alunos insistiram bastante por um exemplo, como nunca tinha feito atividades semelhantes afirmaram não saberem fazer sem que tivessem visto antes um exemplo.

De maneira geral, a experiência foi de grande valia no sentido de que os alunos construíssem sentenças matemáticas, de modo a utilizarem das adivinhações pra encontrar o termo desconhecido, apesar da inexperiência com esse tipo de atividade, em que se colocavam como os formuladores dos problemas, embora todos os alunos participaram de forma efetiva apesar das dificuldades.

7º Encontro - 03 aulas – 29/10/2015

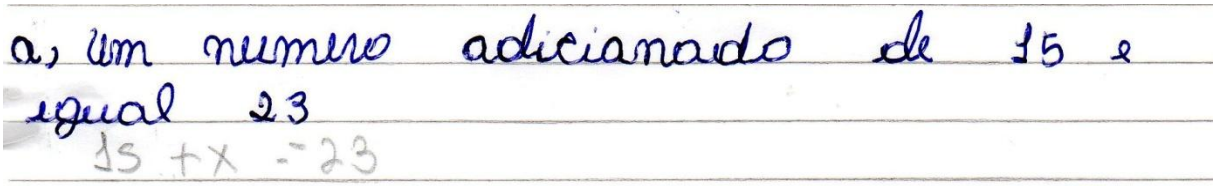
Objetivo: transformação da linguagem materna para linguagem matemática.

Conteúdo: formulação de sentenças matemáticas.

Esse encontro foi realizado em um período de três aulas; no dia 29 de outubro de 2015 estavam presentes vinte alunos, formando dez duplas, ocorrendo em um período de três aulas.

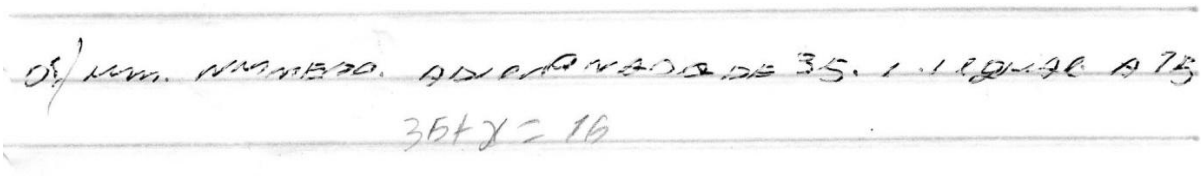
Nesse encontro trabalhamos a transformação da linguagem materna para a linguagem matemática, fazendo uso dos símbolos e operações matemáticas. Como nas seguintes sentenças

Figura 55- Resposta do A10 referente a sentença "a"



Fonte-A10

Figura 56- Resposta do A6 referente a sentença “a”



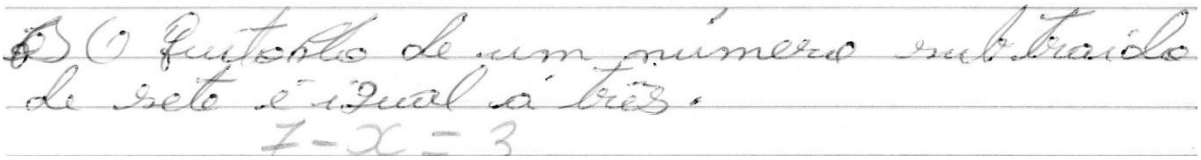
Fonte-A6

As figuras 55 e 56 acima nos mostram que as atividades que apresentavam apenas a operação de adição foram as mais bem sucedidas. Os alunos se sentiram mais familiarizados com ela, logo compreenderam melhor, expressando-se na linguagem matemática sem muitas dificuldades.

Já quando partimos para outras operações, como subtração, multiplicação e divisão, o resultado não foi tão positivo. Entendemos que as ideias de subtração, multiplicação e divisão não são bem estabelecidas pelos alunos, causando alguns obstáculos no processo, como a dificuldade de compreender qual operação deviam utilizar.

No recorte a seguir da figura 57, observamos a total falta de compreensão dos alunos sobre o que diz a sentença. Logo a resposta foi obtida de forma equivocada.

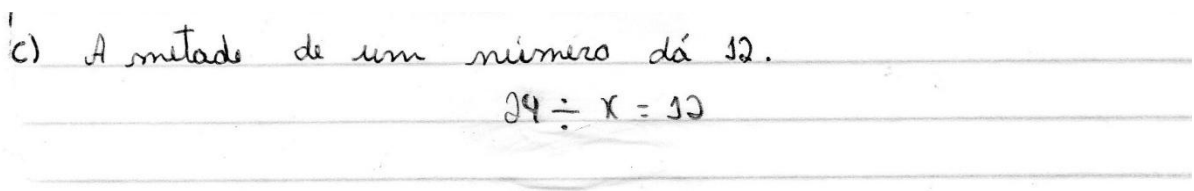
Figura 57 - Resposta do A5 referente a sentença “b”



Fonte-A5

Já no exemplo da figura 60 fica bem ilustrado o que falamos sobre a dificuldade de compreensão com relação à ideia de divisão e fração, pois quando foi utilizada a palavra metade de um número, os alunos demonstravam não saber do que tratava tal expressão.

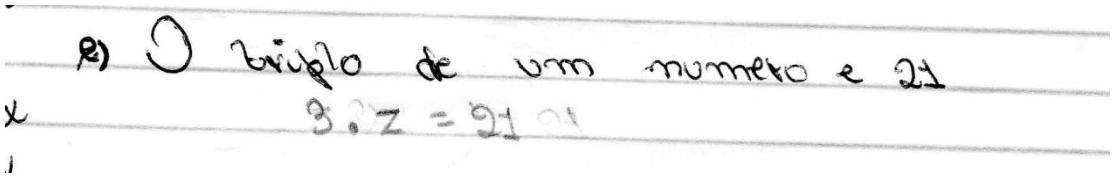
Figura 58- Resposta do A3 referente a sentença “c”



Fonte-A3

Por outro lado, alguns alunos mostraram certa maturidade em entender o que é uma incógnita, ao fazerem substituições de letras além do *x*, como na figura 61 em que a aluna usa a letra *z* para representar o termo desconhecido e montar a equação de forma coreta:

Figura 59- Resposta do A11 referente a sentença "e"



Fonte-A11

Essa atividade foi de grande importância para que pudéssemos entender as dificuldades conceituais das operações e as dificuldades de compreensão não só algebricamente, mas também aritmeticamente.

8º Encontro - 02 aulas – 05/11/2015

Aconteceu novamente ruptura nas atividades em razão de que na sexta feira, dia 30 de outubro, que seria dia da intervenção não houve aula, visto que foi transferido o feriado do dia do servidor publico que seria na quarta feira dia 28 do mês.

Nesse dia estavam presentes 24 alunos, que formaram 12 duplas.

Objetivo: Percebessem a ideia de equação sem formalizar, ou seja, usamos os mesmos princípios e conceitos de equação sem formalizá-lo.

Conteúdo: Equação de primeiro grau.

Com relação ao conceito de equação Branco (2008, p.30) diz que:

> O conceito de equação exige a compreensão de vários aspectos tais como o significado do sinal de igual e do número desconhecido. Este conceito pode começar a ser desenvolvido antes da aprendizagem formal da Álgebra.

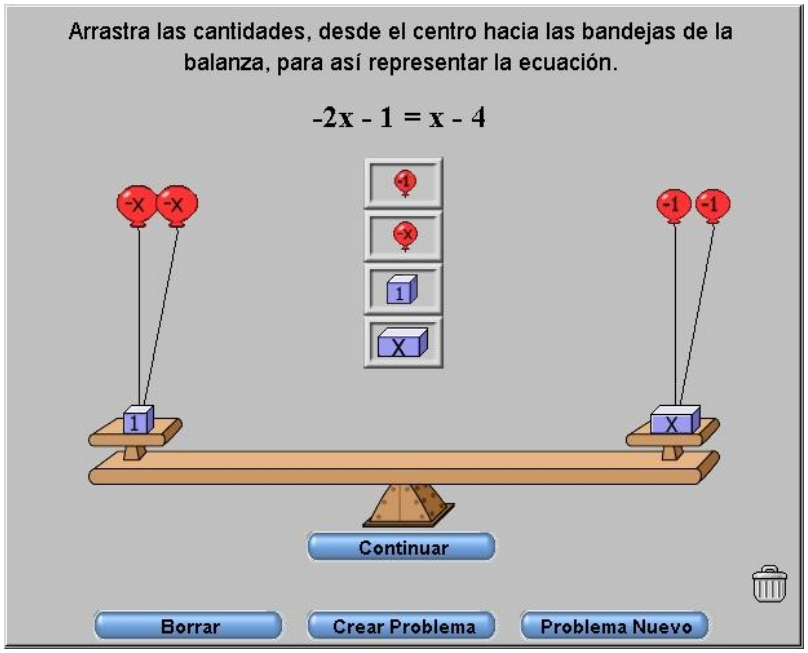
Pensando nisso, resolvemos trabalhar a concepção de equação, a priori de forma apenas intuitiva, sem muita formalidade.

Utilizando o princípio das balanças de dois pratos em situação de equilíbrio e contendo pesos desconhecidos, observamos o fato de que nesses tipos de balanças não são

usados valores negativos, restritos apenas a números positivos. Essa questão mereceu ser bem trabalhada de modo que ficasse clara para os alunos, pois ao mesmo tempo em que é um ótimo material para empregar o conceito de equação, pode ser responsável por criar um obstáculo etimológico no aluno.

As tecnologias dão certa atenção à questão da balança de dois pratos; sendo bastante usada para fazer representações praticas da utilização de equações. Entretanto na pratica na balança só são usados números reais não negativos. Pesquisando sobre o tema, encontramos um aplicativo **Equilíbrio das Balanças Algébricas** que usa a balança de dois pratos acoplada com balõezinhos para representar os números negativos como mostramos na figura 60.

Figura 60- Equilíbrio das Balanças Algébricas



Fonte: Bemfica A.(2016)

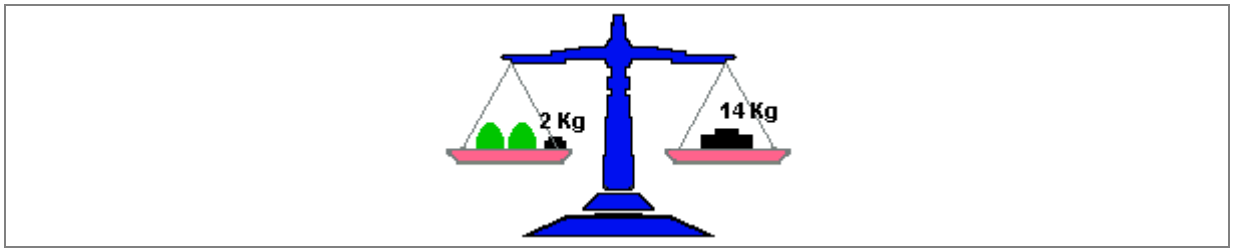
Como para a nossa pesquisa seria inviável o uso do aplicativo **Equilíbrio das Balanças Algébricas**, por não termos disponível um laboratório de informática que nos dessem condições de seu uso. Apesar de fazer parte da estrutura da escola, o laboratório de informática se encontrava em péssimo estado, por falta de manutenção e muitas máquinas danificadas.

Concentramos-nos em usar a balança apenas inicialmente em atividades já prontas na folha, para uma breve introdução da ideia de igualdade a partir do equilíbrio dos pratos.

Os problemas sugeridos foram os seguintes:

1. Observe a balança,

Figura61- Balança1



Fonte-Atividade 1

A balança está equilibrada. No prato esquerdo há um *peso* de 2kg e duas melancias com *pesos* iguais. No prato direito há um *peso* de 14kg. Quanto pesa cada melancia?

2. Em uma balança de dois pratos estão equilibrados dois queijos de pesos iguais e seis quilos. No outro prato estão equilibrados 13 quilos. Qual é o peso dos dois queijos?

Figura 62-Balança 2

Fonte- Atividade 2

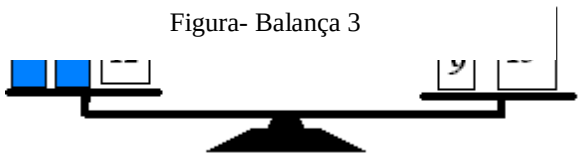
3. Equilibre na balança em um dos pratos três pesos iguais desconhecidos mais sete quilos. No outro prato equilibre 42kg e 34kg. Qual o peso de cada um dos pesos desconhecidos?

4. Num prato de uma balança, um menino colocou 2 canetas e 5 borrachas. Elas se equilibraram com 7 lápis colocados no outro prato. Cada lápis tem 5 gramas e cada borracha 3 gramas. Quantas gramas têm cada caneta?

4. Numa balança 15 maças, cada uma com 180 gramas, mais 8 laranjas, cada uma com x gramas, equilibram-se com uma melancia de 4300 gramas. Quantas gramas tem cada laranja?

5. A balança da figura 64 esta equilibrada? Escreva a equação que corresponde a figura e encontre o valor de x.

Figura- Balança 3



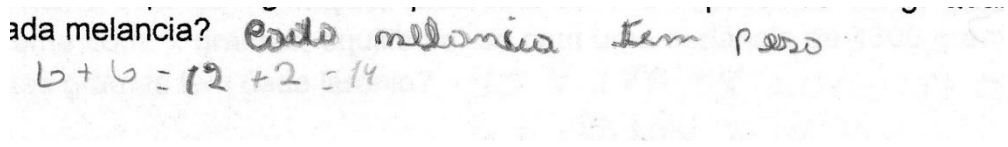
Fonte- Atividade5

Ao realizar essas atividades, reforçamos a questão da igualdade através da ideia de equilíbrio, de forma que compreendessem que, ao mexer em um lado da balança, iria alterar o outro lado.

Inicialmente, visualizando a imagem da balança para compreender a ideia de igualdade, mas em seguida realizamos atividades que utilizassem apenas o conceito de igualdade, sem a imagem da balança, ou seja, sem utilizar do visual para auxiliar nas respostas.

Na primeira atividade da figura 61, depois de explicarmos o problema, percebemos dois tipos de respostas, dos alunos que fizeram corretamente:

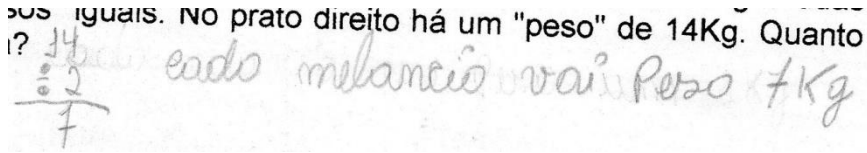
Figura64-Resposta do A2 referente a atividade 1



Fonte-A2

E os que responderam de forma equivocada, dividindo por dois o segundo prato.

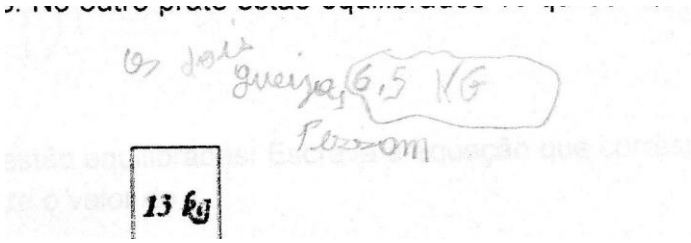
Figura 65- Resposta do A9 referente a atividade 1



Fonte-A9

Esse tipo de erro acabou se repetindo em outras atividades: os alunos, como na segunda atividade, fizeram da mesma forma errônea da primeira.

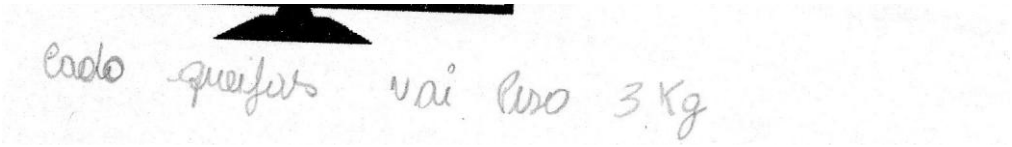
Figura 66- Resposta do A13 referente a atividade 2



Fonte-A13

Talvez por se tratar de duas peças de queijos nesse caso, insistiam em dividir o número inteiro que aparecia por dois.

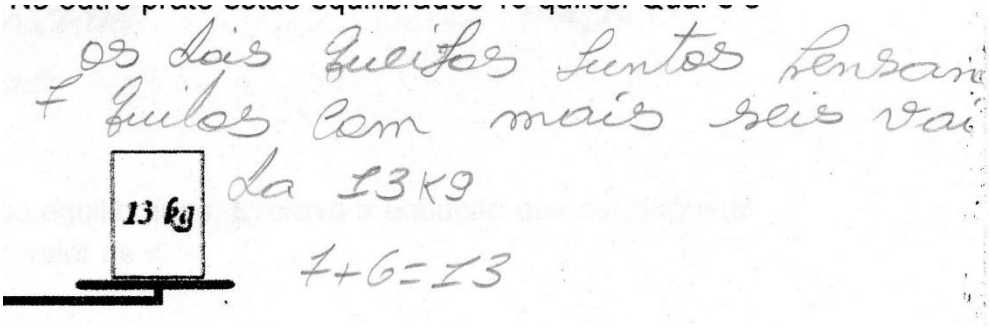
Figura 67- Resposta do A2 referente a atividade 2



Fonte-A2

Os alunos mais atentos conseguiram encontrar, sem grandes dificuldades, o peso de cada queijo:

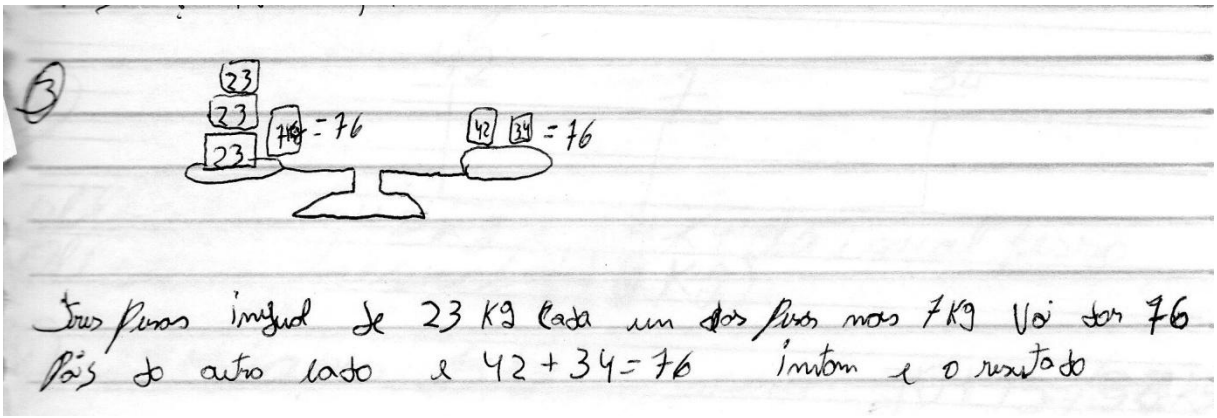
Figura 68- Resposta do A5 referente a atividade 2



Fonte-A5

Nas questões que não forneciam o desenho, mas seguia a mesma ideia de equilíbrio da balança, uma das alternativas que os alunos buscavam para responder foi fazer um desenho que reproduzisse a situação fornecida, como na figura 69, utilizado para resolver a terceira questão:

Figura 69 – Resposta do A12 referente a atividade 3



Fonte-A12

Análise:

Uma das dificuldades apresentadas pelos alunos era na compreensão do enunciado do problema, permanecendo a dificuldade

> de interpretação e, às vezes, até de leitura do problema, dificultando o entendimento, sem que conseguisse prosseguir na resolução do problema, fazendo, geralmente, uma leitura rápida do problema e logo recorrendo ao professor.

Chegamos a um momento da pesquisa que nós, como pesquisadores, batemos de frente com nossas próprias dificuldades, pois em determinados problemas estamos sujeitos a situações que não conseguimos prever e, quando isso ocorre, esquecemo-nos do fim e passamos a pensar nos meios. Quando nos deparamos com um problema que o aluno tem dificuldade de leitura, fica difícil querermos que o aluno resolva o mesmo se o aluno nem consegue ler o enunciado. É nesse momento que paramos para refletir a nossa prática, revendo os conceitos que almejamos abordar, tentando assim se concentrar nos meios que possibilitem a eficácia da metodologia de Resolução de Problemas.

A tentativa de apaziguar as dificuldades apresentadas torna-se um desafio para nós professores-pesquisadores. Além do desafio de superar as dificuldades dos alunos ao utilizarem a metodologia de Resolução Problemas, também temos as nossas inseguranças, a forma de trabalho, a forma de expressar, os contratempos com que nos deparamos em sala de aula. Quando realizamos um planejamento didático para uma aula, e quando vamos executá-lo, não acontece nada da forma que organizamos. Às vezes, somos surpreendidos com aulas que pensamos que não vão ter tanto resultado e acaba sendo bem aproveitadas, tendo resultados expressivos, superando até nosso planejamento.

9º Encontro - 03 aulas – 12/11/2015

Objetivo: Resolver equações do primeiro grau a partir de propriedades operatórias.

Conteúdo: Equação do primeiro grau.

Esse encontro foi realizado no dia 12 de novembro 2015, em um período de três aulas em que foram realizadas algumas atividades Brasil (2008), que seguem em anexo, estando presentes 18 alunos.

Nessa atividade, em especial, sugerimos que os alunos a fizessem individualmente, pelo menos no primeiro momento, de forma que pudéssemos observar como se comportavam ao longo dela.

Posteriormente, foi sugerido que os alunos que tiveram um melhor desempenho auxiliassem os colegas, de forma colaborativa, na tentativa de explicarem o que já tinham aprendido nas atividades.

Os alunos, a princípio, não entendiam muito bem o que a atividade pedia, recorrendo constantemente ao professor.

As atividades que eram muito parecidas quando conseguiam fazer uma não sentiam muitas dificuldades nas próximas. No entanto, quando havia alguma modificação de imediato apareciam dificuldades.

Em Brasil (2008c), ele salienta que, apesar de os professores optarem por procedimentos únicos para a resolução das equações, é importante saber e trabalhar com os alunos as múltiplas possibilidades de resolver equação.

No material sugerido pela coleção Gestar TP1 (Brasil, 2008c) do professor, dá sugestões de métodos diferentes para que se possa responder a uma equação, sugerindo, a princípio, resolver equações simples a partir de algumas conclusões obtidas com números e operações.

O material procede da seguinte forma:

-Inicialmente, ele coloca exemplos de resoluções de equações, utilizando propriedades já conhecidas, como a simétrica, reflexiva e transitiva.

-Para facilitar a visualização pelo aluno, fazemos uso da propriedade aritmeticamente, apenas com números.

-Em seguida, substitui um dos números por uma incógnita, de forma que fica fácil para o aluno perceber o que aconteceu.

-Posteriormente, foram sugeridas ao aluno algumas atividades que tenham a mesma ideia matemática.

Os alunos seguiram tentando resolver as questões tiveram algumas dificuldades nas primeiras questões, mas depois que conseguiam fazer uma não apresentavam maiores problemas.

Como as primeiras equações sugeridas só utilizavam as operações de adição e subtração, os alunos tinham um domínio maior e foi bem tranquilo.

Quando começaram a aparecer as operações de multiplicação e divisão, os alunos passaram a se atrapalhar um pouco alegando terem dificuldades de resolvê-las . Alguns alunos, os que tinham um maior domínio nessas operações, optavam por responder de forma

direta a atividade, ou seja, buscavam um número que mantivesse a igualdade verdadeira e achavam a respostas utilizando apenas do cálculo mental.

À medida que as equações iam ficando mais complexas, o cálculo mental já não estava mais dando conta. Fazendo então que esses alunos tivessem um maior cuidado com os procedimentos sugeridos que antecediam as atividades.

Nas atividades dos anexos II e III, foi pedido que os alunos que demonstraram uma compreensão melhor ajudassem os demais colegas que apresentavam maiores dificuldades. Sendo bastante interessante, observar como se dava a cooperação entre eles.

.

Análise:

Mais uma vez ficou clara a dependência dos alunos em suas produções e a dificuldades de realizar operações básicas da matemática, como adição, subtração e divisão. Quando partimos para fração é que as dificuldades se multiplicaram. O que nos faz perceber que, certamente, grande parte da culpa da má aprendizagem dos alunos se deve à falta de conhecimentos básicos. Não podemos fechar os olhos para essas dificuldades, sendo um ponto que devemos dar a devida atenção, sempre em todas as atividades ter esse cuidado, com a forma com que os alunos lidam com as operações, com o intuito de amenizar esses obstáculos.

Nesse dia, a turma já se mostrava muito ansiosa, pois já estávamos na reta final do ano letivo. Os alunos estavam com muita falta de professor, por causa de um concurso que foi suspenso, demonstrando grande preocupação sobre como iria ficar a situação de cada um.

10º Encontro - 02 aulas – 13/11/2015

Objetivo: Fornecer ao aluno, de forma lúdica, a análise de igualdades numéricas e identificar números que tornem as equivalências verdadeiras.

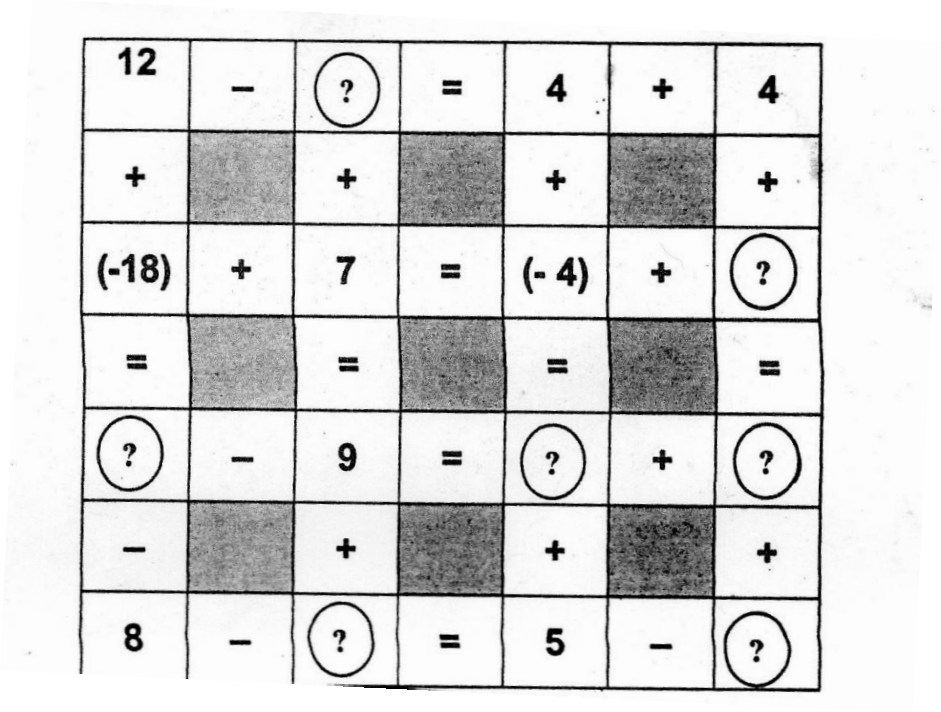
Conteúdo: equação do primeiro grau.

A atividade referida foi realizada no dia 13 de novembro de 2015, em um período de duas aulas. Nesse dia estavam presentes na sala 22 alunos, que se distribuíram em 11 duplas.

Na atividade tínhamos como objetivo que os alunos, ao completarem a cruzada e percebessem a ideia de equivalência.

Levamos a atividade *Números Cruzados*, que foi entregue a cada aluno individualmente, na qual os números desconhecidos representavam incógnitas, só que essas incógnitas seriam encontradas a partir de igualdades equivalentes, e essas igualdades eram combinadas pelo o resultado de duas equações na horizontal e na diagonal, para que os alunos descobrissem qual era o valor desconhecido para completar a cruzada, exibida na figura 70 a seguir;

Figura 70 – Números cruzados



Sem comprometer as igualdades, os alunos não conseguiram perceber de nenhuma forma essa ideia, não conseguiam completar da forma que estava disposta a cruzadinha, por mais que tentássemos eles não conseguiam, talvez por ser já a última aula, os alunos alegavam fome , pois não tinham merendado. Eles já estavam impacientes, não tinham mais nenhum desejo de buscar entender e solucionar o problema. Esses também são fatores que podem bloquear ou desestimular o aluno a querer raciocinar.

Para que os alunos conseguissem completar as casas indicadas pela "*?*", precisavam analisar as várias equivalências, onde todas são exemplos de igualdades.

Nas igualdades com mais de um espaço para completar, os alunos faziam o primeiro valor de forma aleatória, operando essa diferença entre os números sem perceberem que o fato de serem as igualdades cruzadas as soluções eram determinadas.

Outras dificuldades apresentadas foram que, ao completarem a primeira igualdade horizontalmente, por exemplo, não levaram em consideração se seria também solução da segunda igualdade da mesma linha, culminando no erro.

Um ponto que cabe destaque nessa atividade foi o fato de não considerarem a existência de números negativos entre as respostas dadas, demonstrando pouco domínio das operações, como no caso da primeira coluna em que o minuendo é menor do que o subtraendo de uma subtração.

Análise:

> Essa atividade é um exemplo de que, por mais que seja bem planejada a aula, imprevistos podem acontecer e os professores devem estar preparados para eventualidades, repensando as atividades, mantendo-se flexíveis a elas, adequando-se às atividades de acordo com o que os alunos estão correspondendo, fazendo sempre esse tipo de avaliação, se necessário, fazer um replanejamento.

Pensando nas dificuldades dessa atividade, planejamos para a próxima tarefa a sugestão de uma atividade que começasse pela, a identificação do erro, para que eles percebessem o que estava errado e refletindo sobre o erro.

11º Encontro - 02 aulas – 19/11/2015

Objetivo: A ideia de representação, verificação do erro e validação.

Conteúdo: Equação do primeiro grau.

Essa atividade foi realizada no dia 19 de novembro de 2015, estando presentes 20 alunos, formando 10 duplas, durante um período de duas aulas.

Alguns dos objetivos da atividade eram possibilitar ao aluno:

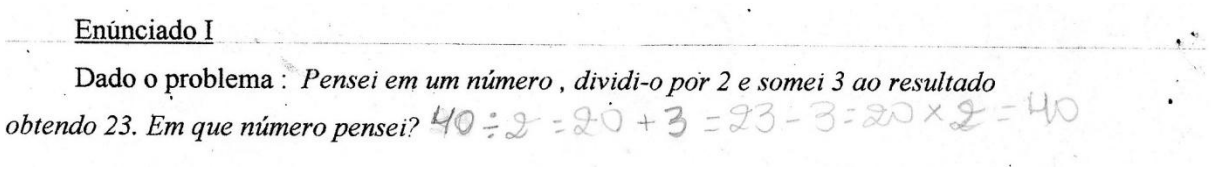
- Entender o erro como uma forma de aprendizagem;
- Aprender a analisar os resultados;
- Definir igualdade com uma equivalência, tendo as propriedades reflexivas (a=a), simétrica (se a=b, então b=a) e transitiva (se a=b e b=c, então a=c).

Os alunos, inicialmente tiveram dificuldades de entender o enunciado da questão. Para auxiliá-los, o professor leu vagarosamente explicando o enunciado, de forma que ficasse o

mais claro possível para os alunos, procurando sempre estimular os alunos a tentarem e fazer com que sempre explicassem o que estavam fazendo.

Nessa atividade, os alunos que conseguiram responder fizeram de forma intuitiva, buscando um número, solucionassem a equação.

Figura 71 – Resposta do A5 do Enunciado I


Enúnciado I

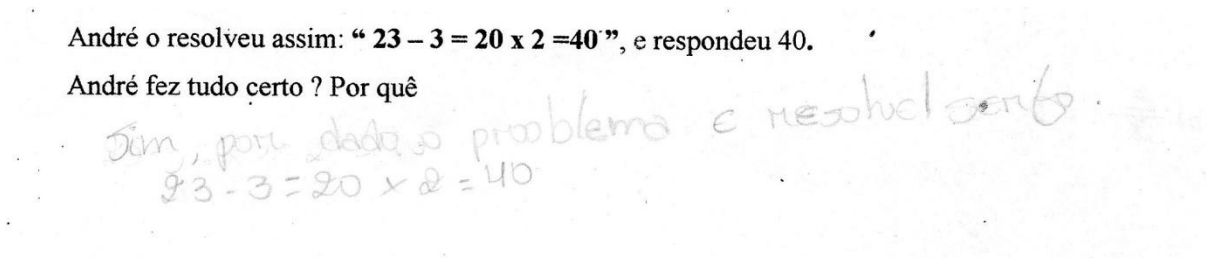
Dado o problema : *Pensei em um número , dividi-o por 2 e somei 3 ao resultado obtendo 23. Em que número pensei?* 40 ÷ 2 = 20 + 3 = 23 - 3 = 20 x 2 = 40

Fonte-A5

Dessa forma, quando era pedido para que justificasse a razão desse resultado, os alunos tinham dificuldade de explicar como encontraram tal resultado.

O professor, na qualidade de mediador, foi questionado de forma que os alunos conseguissem encontrar as justificações necessárias, fazendo a exploração do problema através das propriedades operatórias.

Figura 72-Resposta do A16 do Enunciado I


André o resolveu assim: **" 23 – 3 = 20 x 2 =40 "**, e respondeu 40.

André fez tudo certo ? Por quê

Sim, pois dado o problema e resolvi certo

23 - 3 = 20 x 2 = 40

Fonte-A16

Estimulando sempre a justificativa do aluno, pois não basta dizer que está certo ou errado, ele tem que entender o porquê que isso acontece.

Análise:

As atividades realizadas nesse momento propuseram ao aluno analisar, muitas vezes, a partir da verificação se estaria errado ou não, fugindo um pouco da dependência do professor para atestá-lo ou contradizê-lo. Os alunos é que teriam que tomar essa decisão e respaldarem em algum conhecimento a justificativa de sua resposta.

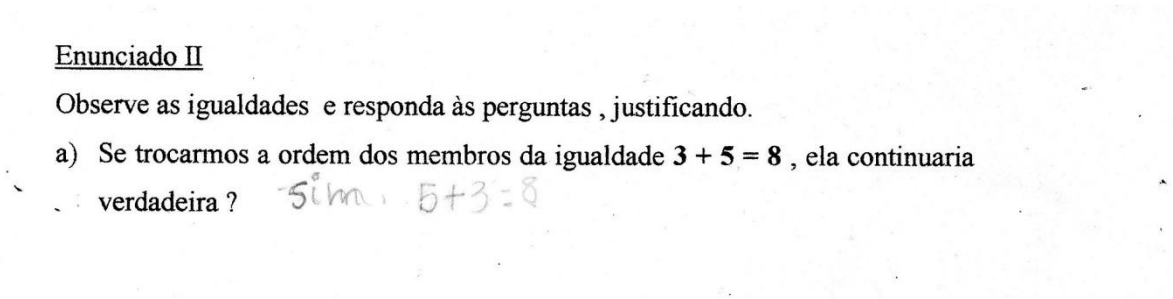
Foi interessante perceber que as atitudes dos alunos no desenrolar da questão vão de um extremo a outro de forma muito rápida, como, por exemplo: em um momento, dizem que não têm condições de saber

encontrar um tal valor, e, às vezes, apenas um questionamento do professor, acaba provocando um *insight* no aluno, de modo a conseguir justificar o que tem de fazer. Quando experimentam a empolgação ao resolverem o problema, sentem-se estimulados a fazer o próximo. Isso é percebido quando o aluno diz entusiasmado "*deu certinho"*.

No segundo enunciado, não houve dificuldades na compreensão, embora as justificativas utilizadas pelos alunos ainda tenham sido bem singelas.

.

Figura 73-Resposta do A3 do Enunciado II a


Enunciado II

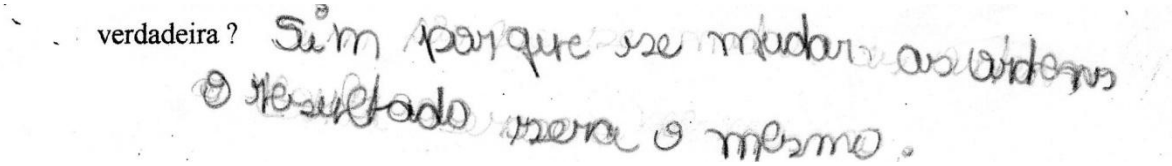
Observe as igualdades e responda às perguntas , justificando.

a) Se trocarmos a ordem dos membros da igualdade **3 + 5 = 8** , ela continuaria verdadeira ? Sim. 5+3=8

Fonte-A3

Identificamos também respostas na linguagem materna para justificar a questão pedida.

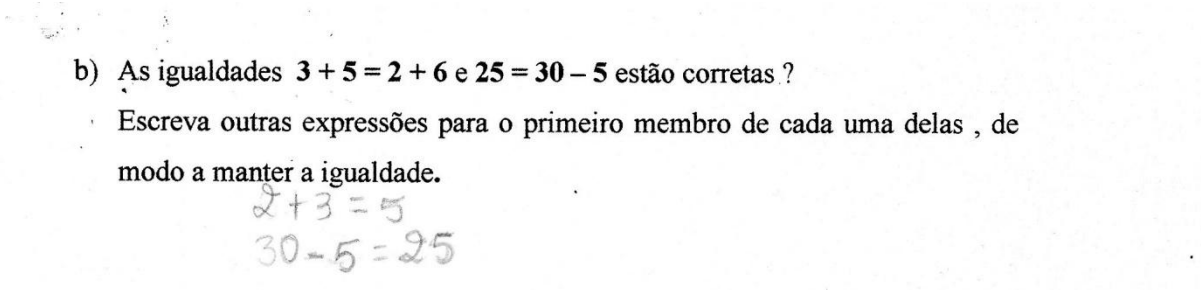
Figura 74-Resposta do A12 do Enunciado II a


verdadeira ? Sim porque se mudar as ordens o resultado sera o mesmo.

Fonte-A12

Dando continuidade, colocamos uma atividade de modo que os alunos percebessem a propriedade simétrica:

Figura 75-Resposta do A11 do Enunciado II b


b) As igualdades **3 + 5 = 2 + 6** e **25 = 30 – 5** estão corretas ?

Escreva outras expressões para o primeiro membro de cada uma delas , de modo a manter a igualdade.

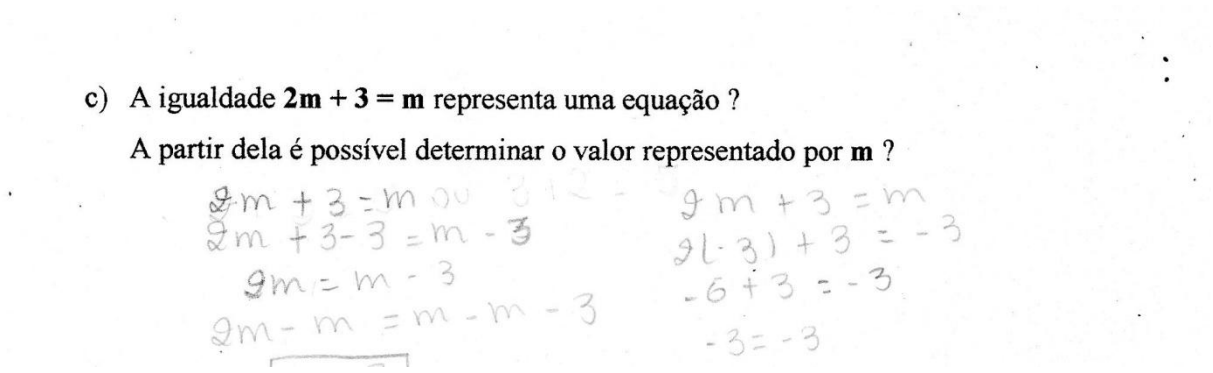
2+3=5

30-5=25

Fonte-A11

Finalizando, pedimos que verificassem se compreendiam a equação e se conseguiam caracterizá-la, principalmente, se conseguiam resolver uma.

Figura 76-Resposta do A 9 do Enunciado II c



Fonte-A9

Os alunos apresentaram dificuldades em resolver a equação, o que exigiu do professor auxiliá-los com o seguinte diálogo:

P: Vocês se lembram da atividade da balança?

Todos: Sim.

P: Lá a gente viu que, para manter a igualdade, quando fomos acrescentar um peso de um lado, precisamos acrescentar do outro lado o mesmo peso, e da mesma forma se tirarmos, ou seja, se eu acrescentar dois quilos de um lado da igualdade, o que é que eu tenho que fazer pra manter a igualdade?

Todos: Acrescentar dois quilos do outro lado também.

P: Isso. E na equação pedida o que é que eu tenho que fazer pra tirar esse três do primeiro membro?

A1: Diminuir 3.

P: Isso. E para manter a igualdade, o que eu tenho que fazer no outro membro?

A2: Aumentar 3.

P: Se eu aumentar 3 eu vou manter a igualdade?

A3: Não, tem que diminuir.

P: Isso mesmo. Agora temos que deixar o *m* como único membro.

A1: Então, vamos diminuir o *m* do segundo membro.

P: Só do segundo membro?

A1: Não, no primeiro membro também.

P: 2m menos m dá quanto?

Todos: M.

P: E M menos m dá quanto?

Todos: Zero.

P: Logo, o valor de *m* vai ser quanto?

Todos: -3

Esclarecidas as dúvidas apresentadas, estimulamos os alunos a fazerem a verificação, se os cálculos estariam certos, através da substituição do valor de *m* encontrado na equação, para verificar se a igualdade seria verdadeira.

Depois do encerramento da atividade, recebemos a sugestão por parte de um aluno de que fossem colocadas mais atividades semelhantes à última, para que pudessem treinar mais.

Atendendo ao pedido, apresentamos mais umas três equações no quadro para que eles pudessem exercitar o que tinham aprendido, valendo destacar que nas atividades colocadas as incógnitas não se limitavam a x e y, para isso, utilizamos das mais diferentes letras, para que os alunos não ficassem limitados a resolver só com determinada letra.

Os alunos mais empolgados não tiveram muitas dificuldades em fazer as demais atividades. Outros, no entanto, precisavam de um maior auxílio do professor para o desenvolvimento da atividade.

12º Encontro - 03 aulas – 20/11/2015

Objetivo: Identificar a propriedade distributiva através da representação da área de figuras.

Conteúdo: propriedade distributiva.

Esse encontro foi realizado no dia 20 de novembro de 2015 no qual tínhamos presentes 18 alunos, formando um total de nove duplas, durante um período de três aulas.

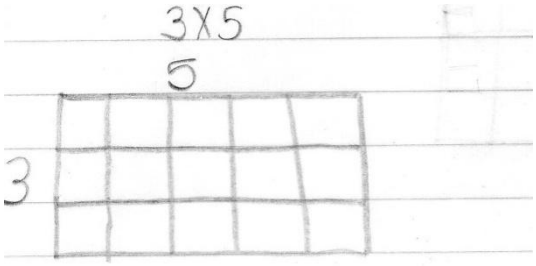
Tomando como base as atividades de Souza & Diniz (2003), no intuito de reforçar a propriedade distributiva, a implementamos com valores desconhecidos.

Para que entendessem a proposta da atividade, fizemos inicialmente com números (aritmeticamente), colocando a seguinte questão:

Q: Como representar em quadradinhos o produto 3 x 5?

Utilizando a representação multiplicativa, os alunos fizeram sem maiores dificuldades uma figura com essas dimensões, fazendo a representação geométrica de área.

Figura 77-Representação do A7



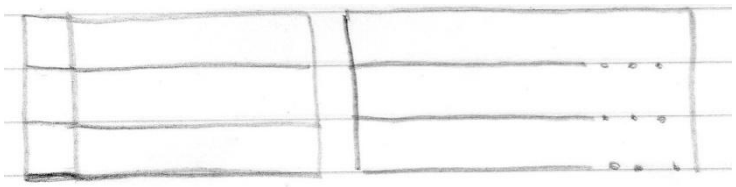
Fonte A7

Como os alunos não apresentaram obstáculo, sugerimos então uma questão que utilizaria uma letra para representar um número desconhecido.

Q: Como representar 3 x p se o valor de p é desconhecido?

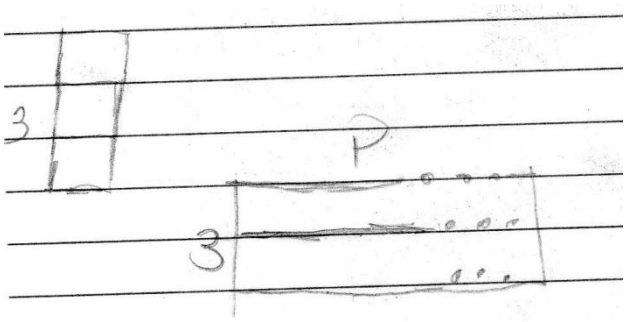
Com a mediação do professor, sempre questionando como estavam fazendo e como tinham chegado àquela resposta, os alunos conseguiram representar de algumas formas diferentes, dentre as quais foram apresentados nas figuras78, 79 e 80:

Figura 78-Representação do A5



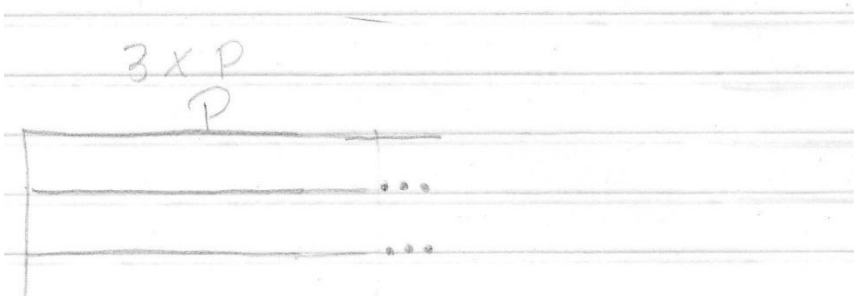
Fonte-A5

Figura 79-Representação do A12



Fonte- A12

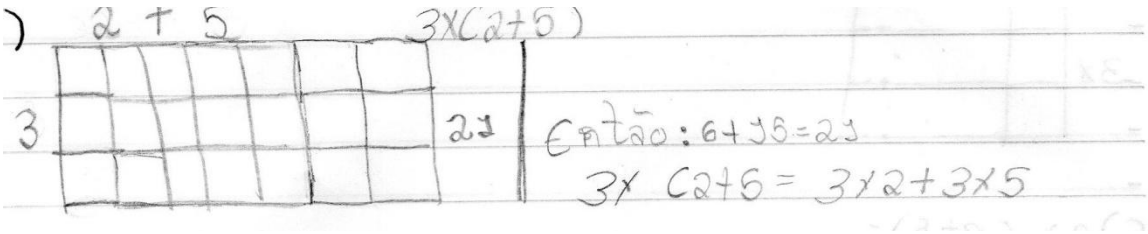
Figura 80-Representação do A6



Fonte A6

Q: Como representar com quadradinhos 3x (2 + 5)?

Figura 81-Representação do A16



Fonte-A16

Na questão da figura 82 começou a surgir a propriedade distributiva, a partir do momento em que os alunos começaram a perceber que 3x (2 + 5) é equivalente a 3x 2 + 3 x 5. Quando os alunos começaram a usar da equivalência das equações para resolver as atividades. Explicamos que o que eles estavam fazendo se tratava da propriedade distributiva.

Mesmo sem a necessidade de apresentar a propriedade distributiva, os alunos, pela necessidade da atividade, começaram a trabalhar com ela.

Q: Faça um desenho para representar cada uma das expressões a seguir:

a) n . (2 + 5):
b) 3. (n + 5):
c) 3. (3 + n):
d) 3.(n + p):
e) n . (p + 5):
f) n . (p+ q):

Essas atividades foram propostas para reforçar a ideia da propriedade distributiva. Assim como fazer operação entre números e letras, de modo que os alunos percebessem como ocorre tanto geometricamente, quanto algebricamente.

No decorrer das representações percebemos certa dificuldade dos alunos de representar no desenho, pois a maioria dos alunos, antes de fazer o desenho, aplicava a

propriedade distributiva para resolver atividade dada e, a partir disso, tentava fazer o desenho que representasse essa expressão.

13º Encontro - 02 aulas – 26/09/2015

Objetivo: identificar a propriedade distributiva através da representação da área de figuras.

Conteúdo: propriedade distributiva.

Nesse encontro tínhamos presentes vinte alunos, formando um total de dez duplas, durante um período de duas aulas, ocorrido no dia 26 de novembro de 2015.

Demos continuidade às atividade propostas por Souza & Diniz (2003), no intuito de reforçar a propriedade distributiva, de forma a complementar as atividade já realizadas .

Para que entendessem a proposta da atividade, fizemos, inicialmente, com números (aritmeticamente), colocando a seguinte questão:

Para reforçar o uso da propriedade distributiva, em vista de algumas dificuldades apresentadas, propomos mais algumas atividades, com o mesmo objetivo da anterior, embora acrescentássemos os números negativos. Também trabalhamos com parênteses vindo no começo da expressão .

As expressões que foram pedidas para ser resolvidas foram as seguintes:

a) (p+q). n
b) –(p+q)
c) (p+5). n
d) (p+2). n
e) -4 (2+9)
f) (3-p). (-2)

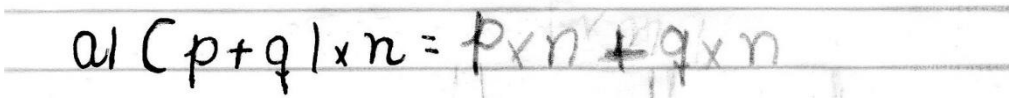
Nesse momento, os alunos foram deixados livres para responder da forma que achassem melhor, algebricamente, através do desenho, ou de ambas as formas.

Depois que todos terminaram, pedimos que fossem ao quadro, cada aluno, para que demonstrassem aos colegas como fizeram, assim cada um que tivesse feito de uma forma diferente ia ao quadro e explicava como havia feito.

No geral, percebemos três tipos de respostas, representadas nos recortes a seguir das figuras 82, 83 e 84, de diferentes alunos: na figura 82 em que os alunos respondiam de forma algébrica sem a necessidade do desenho; na figura 83, quando o aluno fazia uso somente do

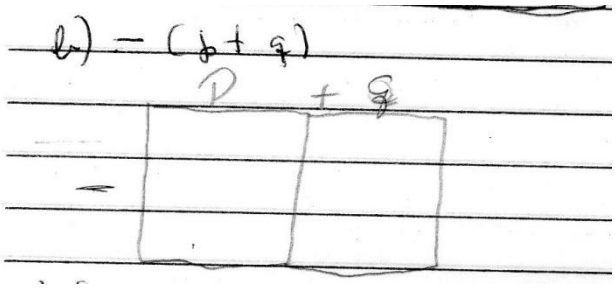
desenho para justificar sua resposta e, ainda, na figura 84, em que o aluno utiliza dos dois recursos ao mesmo tempo.

Figura 82-Representação do A3 sobre o item a



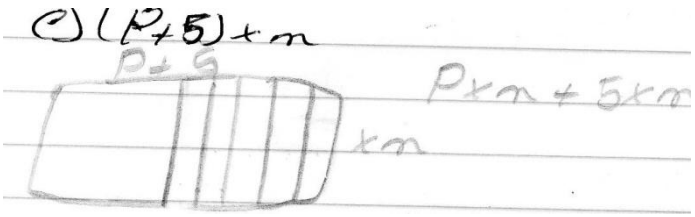
Fonte-A3

Figura 83-Representação do A7 sobre o item b



Fonte-A7

Figura 84-Representação do A5 sobre o item c



Fonte-A5

Análise:

Fizemos então uma observação sobre a importância de trabalhar na perspectiva da Resolução de Problemas, pois os alunos, ao invés de decorarem a fórmula e aprenderem o motivo de como utilizarem aquela forma, se sentiram livres para se expressarem.

Os alunos apresentaram dificuldades inicialmente, levantando questionamentos sobre se resolviam da mesma forma que a atividade anterior, porque nessas atividades o termo que multiplicaram estava dentro dos parênteses que vinha na frente.

O uso de números negativos também causou estranheza aos alunos, pois colocavam dificuldades para fazê-lo.

Porém diante da mediação do professor e das discussões com colegas, conseguimos superar parte das dificuldades, pois à medida que iam fazendo, percebiam facilitadores nas atividades.

Está foi então à última atividade que realizávamos com os alunos em sala de aula.

O ano letivo veio a encerrar mais cedo, por motivos que não convém falar. Diante desses empecilhos não conseguimos avançar mais com a turma participante da forma que estava prevista.

Foi de fato uma intervenção complicada, cheia de atropelos, visto que a escola não passava por bons momentos, muitos dias sem aulas, mas isso faz parte do cotidiano de uma sala de aula. As dificuldades encontradas não devem se tornar um empecilho no desenvolver de um bom trabalho, devemos procurar sempre ir além das dificuldades na medida do possível para que ocorra um bom trabalho, pois nem os alunos nem os professores podem ser lesionados diante das dificuldades enfrentadas.

Em síntese, sobre as atividades que pudemos desenvolver ao longo do percurso, entendemos que foi de grande proveito, em especial, as atividades que conseguimos uma maior participação dos alunos.

O percurso, por mais difícil que tenha sido, valeu a pena ser trilhado, porque foi no olhar do aluno que encontramos a motivação para seguir em frente e melhorar cada vez mais nossa pratica, buscando sempre proporcionar um ensino-aprendizagem mais efetivo.

No que diz respeito à álgebra procuramos, da melhor forma possível, atender as necessidades dos alunos na busca do conhecimento, tentando promover uma aprendizagem mais significativa.

Há pontos que pudemos melhorar de fato, pois não existe um modelo pronto e definido, cada sala de aula vai responder de uma forma diferente, principalmente, quando tratamos de uma metodologia como a Resolução de Problemas que abre espaço para isso e, sem dúvida, a Exploração do problema foi fundamental e muito eficaz, para que fugíssemos do modelo da atividade tradicional levando outras discussões, de forma a fomentar o Problema.

No geral, foi, sem dúvida, bastante gratificante todo o trabalho desenvolvido com os alunos em sala de aula durante o período da intervenção.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No momento inicial do trabalho cientifico fizemos um estudo de algumas pesquisas relacionadas à metodologia de Resolução de Problemas e sobre o estudo de Álgebra, buscando tendências dessa metodologia e sua importância na atividade de sala de aula.

Nossas inquietações, com relação às dificuldades dos alunos com a Álgebra, levaram-nos a desenvolver uma experiência metodológica baseada na Resolução e Exploração de Problemas, buscando melhores resultados na compreensão algébrica.

Ao fazer um levantamento bibliográfico, observamos investigações sobre a existência de dificuldades dos alunos na compreensão e construção de conceitos ligados à Álgebra.

Após esse mapeamento, demos um destaque maior à importância da metodologia de Resolução de Problemas, as dificuldades de sua utilização tanto pelo professor quanto pelo aluno, de forma que tivemos um cuidado especial no tratamento dessas atividades e não buscamos ferir a essência da beleza matemática, que opera com a descoberta de novos caminhos.

Nosso trabalho propôs analisar e refletir sobre as dificuldades e as potencialidades existentes na metodologia de ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução e Exploração de Problemas na introdução do conceito algébrico, especialmente na equação polinomiais do primeiro grau, em sala de aula.

Andrade(2011), define bem o nosso tipo de abordagem ao esclarecer sua proposta:

> In such a proposal Problem Solving, besides being adopted as teaching methodology, is treated in the light of a perspective of critical education, not just seen at the level of mathematical concepts and processes, but also at the level of socio-politico-cultural questions, education in general and mathematics education in particular and the classroom is observed in all its many aspects, that is, in all its multicontextuality.[10]

A princípio, nosso objetivo era trabalhar essencialmente com equações polinomiais do primeiro grau, mas os obstáculos que surgiram durante o nosso caminhar nos levaram por caminhos diferentes, porém gratificantes.

[10] Tradução nossa: Em tal proposta, a resolução de problemas, além de ser adotada como metodologia de ensino, é tratada à luz de uma perspectiva de educação crítica, não apenas vista ao nível de conceitos e processos matemáticos, mas também ao nível sócio-político-cultural. Questões de educação em geral e educação matemática em particular e sala de aula é observada em todos os seus muitos aspectos, ou seja, em toda sua multicontextualidade.

Na fase principal da referida atividade, iniciamos as intervenções fazendo reflexões iniciais da pesquisa realizada em sala de aula, através de observações sobre o que aconteceu no decorrer das atividades e de descrições de cada atividade realizada em sala de aula, sendo analisadas sob a perspectiva da Resolução e Exploração de Problemas, como aconteceu o desenvolvimento do aluno.

Conseguimos proporcionar uma sala de aula participativa, com alunos que se expressavam, discutiam e questionavam. Oportunizamos o trabalho com diferentes formas de utilização da incógnita, levando o aluno a perceber a importância e necessidade do uso de letras para representar ou substituir um número a depender da situação.

Nesse processo, ratificamos a relevância da Álgebra para a matemática escolar, não como um conteúdo alheio aos demais ou sem aplicação no cotidiano do aluno, mas como uma forma de facilitador e utilizador do pensamento matemático, permitindo um melhor desenvolvimento da percepção do aluno como sujeito da pesquisa.

Assim que as incógnitas foram aparecendo de maneira quase que natural, dado a necessidade estabelecida pelo problema, e nos momento de Exploração dos Problemas, centramos a atenção nos alunos enquanto sujeitos da aprendizagem, de modo que eles se tornassem convictos do que estavam fazendo.

A partir do momento em que os alunos têm segurança no que estão realizando, a aprendizagem acaba ocorrendo de maneira espontânea e eficaz.

Chegamos à construção da ideia, por parte dos alunos, referente ao que seria uma incógnita, porque ela aparecia em alguns problemas, em que momento ela seria importante. Tomamos sempre o cuidado de nunca impor sobre o que seria uma incógnita, fazendo apenas questionamentos que estimulassem a refletir sobre isso, até que os próprios alunos vissem a necessidade de utilizar algo que representasse um número desconhecido, entendendo a razão de estar sendo usada. Estimulamos, dessa foram, à construção do conhecimento por parte dos alunos, em que eles seriam os sujeitos principais nesse processo de ensino-aprendizagem. Nesse sentindo, o professor também tem sua importância, sendo o mediador no desenvolvimento, ajudando o aluno a estabelecer o conhecimento.

As demais atividades que seguiram na mesma essência, pretenderam chegar à produção de novos conhecimentos algébricos, como trazer significado para o uso de letras que, segundo Borralhos & Barbosa (2009), os alunos ao realizarem tarefas que envolvam o estudo de padrões conseguem perceber a *verdadeira* noção de variável, geralmente apenas vista como um número desconhecido.

Também buscamos usar propriedades algebricamente, formulação de problemas de maneira a facilitar a compreensão das equações polinomiais do primeiro grau, de modo que os alunos as entendam e façam sentido para eles e para suas práticas posteriores.

Pensando em um ensino de álgebra com compreensão estabelecemos essas reflexões, entendendo, assim, que, para os alunos, é mais legitimo aprender aquilo que eles, através de um problema (algo que eles não tinham solução imediata) buscaram solucioná-lo por meio de estratégias já conhecidas, inclinando para estratégias ainda desconhecidas.

Nesse sentido, Van de Walle (2008, p. 58) diz que:

> É importante compreender que a matemática deve ser ensinada por meio da Resolução de Problemas. Quer dizer, tarefas ou atividades baseadas em resolução de problemas é o veículo pelo qual se pode desenvolver o currículo desejado. A aprendizagem é um resultado do processo de Resolução de Problemas.

Segundo Cai (2010) um dos desafios apresentados pelos pesquisadores é o de esclarecer como funciona uma sala de aula via Resolução de Problemas, pois pesquisadores concordam em alguns pontos, tais como o que se deve começar por um problema. Mas existem ainda vários pontos de discordância, levando-os a caminhos diferentes.

Pensando nisso, buscamos discutir da melhor forma possível nosso olhar com relação ao desenvolver de uma sala de aula pensada na Resolução de Problemas, com o propósito de ajudar o professor que pretende trabalhar com a metodologia de Resolução de Problemas e Exploração de problemas.

Ao expor nossas dificuldades e possíveis obstáculos, procuramos ver como elas poderiam ocorrer nesse processo e, consequentemente, as formas que utilizamos para amenizar tais impedimentos.

De maneira geral, vislumbramos as dificuldades dos alunos ao explorarem um problema, focados apenas em resolvê-lo com uma resposta, mas, precisamente, um valor. Nosso trabalho tratou então de um problema como ponto de partida para um conjunto de descobertas. Despertar esse olhar nos alunos não foi uma tarefa fácil, fazendo-se necessária, muitas vezes, mediações através de questionamentos e indagações que incentivassem o espírito investigador dos alunos, e provocando-os a que fossem além do problema, que questionassem, emitissem opiniões e expusessem seus pontos de vista. No decorrer das atividades, os alunos foram se sentindo mais à vontade, ficando mais ávidos por explorar o problema, entendendo que não bastava uma resposta, mas que precisavam refletir sobre ela, ir além dela. Muitos, ao final dos encontros, diziam-nos "*Essa aula faz pensar demais*", essa

frase nos fez entender que estávamos no caminho certo, pois era um dos nossos principais objetivos.

Para a dinâmica de sala de aula, a utilização da exploração dos problemas foi algo crucial, pois permitiu que todos os alunos se envolvessem tornando a aula mais produtiva, motivando-os sempre a irem além dos problemas. Nos nossos diálogos sobressaiu-se a vontade dos alunos de participarem, trazendo suas dúvidas, suas opiniões, suas indagações, de maneira que pudéssemos esclarecê-las utilizando, sempre que possível, do seu próprio conhecimento, ou seja, fazendo mediações de forma a centralizar a produção de conhecimento no aluno.

O despertar do aluno para a construção da compreensão matemática é uma das grandes vantagens da atividade de exploração matemática advinda da Resolução de Problemas que traz essa possibilidade. A realização desse processo se deu através do envolvimento dos alunos.

Entendemos que colocar o aluno como atuante no seu próprio aprendizado fortalece ainda mais a importância do professor. Para que isso de fato ocorra é atribuído ao professor grande parcela de responsabilidade, haja vista que os alunos se desmotivam quando se deparam com o primeiro obstáculo e, muitas vezes, se conformam com uma única resposta, a considera certa, no sentido de que as demais formas de pensamentos estariam completamente erradas. Em momento como esse o professor é imprescindível ao estimular e motivar os alunos a serem mais reflexivos, que tenham maior segurança com suas respostas, sendo mais críticos.

Por isso, ressaltamos a necessidade do professor de fazer adaptações de acordo com sua sala de aula, permanecendo aberto ao inesperado, de modo a não limitar sua sala de aula, apenas o que foi planejado, principalmente quando o propósito for a exploração dos problemas que podem levar o professor a ver possibilidades que ainda não tinham sido pensadas por ele por.

A Resolução e Problemas, e especialmente a Exploração de Problemas constituem-se como algo inusitado, pois exige também do professor um conhecimento maior a partir do momento que este está sujeito a várias possibilidades de encaminhamento da atividade. Pois quando partimos para exploração, de acordo com Martins da Silva (2013, p.105):

> [...]Procuramos resoluções alternativas além da tradicional. Portanto, para formamos exploradores de problema e não somente solucionadores de problemas, devemos propor que o mesmo problema seja analisado sob diferentes aspectos tanto do ponto de vista matemático como fora dele.

Para que esta metodologia seja bem executada é preciso que o professor tenha um bom aprofundamento sobre o assunto para que tenha domínio sobre o que está fazendo, cabe salientar também a importância ter alguma experiência com relação a Resolução e Exploração de Problemas, pois a vivência é bastante significativa para o trabalho em sala de aula.

Paralelamente aos objetivos, buscamos representar de fato como acontece uma sala de aula voltada para a metodologia de Resolução de Problemas, de forma que possa ajudar o professor que pretenda inserir em sua prática esse tipo de metodologia, ao promover um olhar mais apurado e reflexivo com o objetivo de incrementar uma melhor aprendizagem dos alunos, priorizando o ensino-aprendizagem com compreensão.

Entendemos que a principal importância da pesquisa na sala de aula é trazer reflexões sobre esse ambiente como objeto de estudo, levando em consideração a sua complexidade e suas especificidades, visto que cada sala de aula exige um olhar diferente.

Finalizamos nosso discurso, refletindo sobre o que queremos trazer por meio deste trabalho, apresentando possibilidades para que se possa refletir sobre o ensino de álgebra na sala de aula, bem como para pesquisas. Apontamos sugestões que promovam discussões e debates com relação ao ensino de álgebra e para pesquisas futuras no desenvolvimento das compreensões essenciais da álgebra, tendo em vista o ensino através da Resolução e Exploração de Problemas com os alunos como uma importante ferramenta do ensino.

Indo além desta pretendemos dar continuidade trabalhando com a Proposição de Problemas, tendo em vista que segundo o Liljedahl (2016, p.32):

> kilpatrick refers to the "Source of problems" and points out how virtually all problems students solve have been posed by another person ; however, in real life " many problems, if not most, must be created or discovered by the solver, who gives the problem an initial formulation"(p.124).[11]

Pensando nisso damos espaço para outras pesquisas com o objetivo de dar continuidade ao trabalho como Problemas que segundo o Liljedahl (2016, p.32):

> An important number of researchers in mathematics education has focused on the importance of problem posing, and we currently have numerous, very important publications that deal with different aspects of problem posing related to the mathematics education of students in all educational levels and to teacher training.[12]

[11] Tradução nossa: “Kilpatrick refere-se à "fonte de problemas" e aponta como virtualmente todos os problemas que os alunos resolvem foram colocados por outra pessoa; No entanto, na vida física "muitos problemas, se não a maioria, devem ser criados ou descobertos pelo solucionador, que dá ao problema uma formulação inicial" (p.124)”

[12] Tradução nossa: “Um número importante de pesquisadores em educação matemática tem se concentrado na importância do problema e atualmente temos inúmeras e muito importantes publicações que tratam de

Desta forma podemos perceber a importância a nível internacional desse tipo de pesquisa para Educação Matemática e principalmente para a sala de aula. Por isso sabemos que esse é apenas um passo mediante as pesquisas que pretendemos dar continuidade com o trabalho Proposição e Exploração de Problemas.

diferentes aspectos da problemática relacionada à educação matemática dos estudantes em todos os níveis educacionais e à formação de professores."

7. REFERÊNCIAS

ANDRADE, S. de. **Ensino-Aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas.** Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual Paulista, UNESP - Rio Claro, 1998.

ANDRADE S. Mathematics teaching and learning via problem solving, exploration, coding and decoding. In Ubuz, B. (Ed.). Proceedings of the 35^{th} Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol.I, pp. 249. Ankara, Turkey: PME. 2011.

BEMFICA, A. **Blog do professor Andrios Bemfica**. Disponível em : <http://professorandrios.blogspot.com.br/2012/08/equacao-do-1-grau-o-equilibrio-na.html>. Acesso em: 20 jul. 2016.

BONDIMAN, A. **Álgebra no ensino fundamental:** produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas. Dissertação de Mestrado. UFGRS. Programa de Pós-graduação em ensino de matemática. 2007.

BORRALHOS, A. & BARBOSA, E. Pensamento Algébrico e exploração de Padrões (2009).. In: Prof Mat 2009. Viana do Castelo: APM. Disponível em: < http://www.apm.pt/files/_Cd_Borralho_Barbosa_4a5752d698ac2.pdf>.Acesso em 7 jun 2016.>

BRANDÃO, J. D. P. **Ensino aprendizagem de função através da resolução de problemas e representações múltiplas.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Educação Matemática). UEPB, Campina Grande-PB, 2014.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática. Brasília-DF. MEC/SEF. 1998.

BRASIL. Programa Gestão da Aprendizagem Escolar - Gestar II. Matemática: Caderno de Teoria e Prática 1 - TP1: matemática na alimentação e nos impostos. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008a.

BROLEZZI,A. C.. **Criatividade e resolução de problemas.** São Paulo: Livraria da Física, 2013.

BRANCO, N. C. V. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Dissertação de Mestrado – Universidade de Lisboa. 2008

CAI, J. Commentary on problem solving heuristics, affect, and discrete mathematics: a representational discussion. In: SRIRAMAN, B.; ENGLISH, L. (Eds.). **Theories of mathematics education**: seeking new frontiers. Berlin/Heidelberg: Springer, 2010. p. 251-258. (Advances in mathematics education).

CANAVARRO, A. P. **O pensamento algébrico na aprendizagem de Matemática nos primeiros anos.** Universidade de Évora e CIEFCUL. Quadrante, vol. XVI, n. 2, 2007.

CASTRO, M. Rabelo de. Educação Algébrica e Resolução de problemas, 2003. Disponível em: <http://cdnbi.tvescola.org.br/resources/VMSResources/contents/document/publicationsSeries/110456EducacaoAlgebricaResolucaoProblemas.pdf>. Acesso em: 07 nov 2015.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar matemáticas:** o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CUOCO, A. A; CURCIO, F. R. (Eds.). **The roles of representation in school mathematics**. p. 173-185. Reston: NCTM, 2001. (Yearbook, 2001).

FIORENTINI, D., MIORIM, M. A. & MIGUEL, A. Contribuições para um repensar... a Educação Algébrica Elementar, In: **Pro-Posições**, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação. Unicamp, vol. 4. nº1[10]. Campinas: Cortez Editora, 19993.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. São Paulo: Paz e Terra. 1977

GIL, K. H.. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra**. Dissertação de mestrado – Porto Alegre, 2008.

HUANCA, R. R. H. **A resolução de problemas no processo ensino aprendizagem avaliação de matemática na e além da sala de aula**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro-SP, 2006.

KEPPKE, C. L.. **Álgebra nos currículos do ensino fundamental**. 2007. 181 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – PUC, São Paulo, 2007.

KILPATRICK, J.; IZSAK, A. A history of algebra in the school curriculum. In: GREENES, C. E.; RUBENSTEIN, R. (Eds.). **Algebra and algebraic thinking in school mathematics**. p. 3-18. Reston: NCTM, 2008. (70th Yearbook).

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. **Pesquisa pedagógica**: do projeto à implementação. Tradução Magda França Lopes. Porto Alegre: Artmed, 2008.

LILJEDAHL, P. ET al. Problem solving in mathematics education. ICME-13 Topical Surveys. Springer Open, 2016.

NEVES, P. S. de O. **Um estudo sobre o significado, o ensino e a aprendizagem da Álgebra.** Dissertação de Mestrado. São Paulo: Faculdade de Educação, USP. 1995.

NUNES, C. I. G. **Desenvolvimento do pensamento algébrico através de tarefas de investigação matemática com padrões de crescimento**. Instituto Politécnico de Castelo Branco. 2014

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. In: **Boletim de Educação Matemática** (BOLEMA), v.25, N. 41, DEZ. 2011. Universidade estadual Paulista - Campus de Rio Claro. Ed. Comemorativa 25 anos.

ONUCHIC, L. de La R.; NORMA, S. G.; NOGUTI, Fabian Cristina Hopner; Justulin, Andresa Maria. **Resolução de problemas:** teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial: 2014.

ONUCHIC, Lourdes De La Rosa. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em educação matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

ONUCHIC, L De La R. Salto para o futuro (20/08/2014). Disponível em<http://tvescola.mec.gov.br/tve/salto/interview?idInterview=10032>. Acesso em: 03 nov 2015.

PANOSSIAN, M. L. **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes:** indicadores para a organização do ensino. 2008. 179 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – FEUSP, São Paulo, 2008.

Programa Gestão da Aprendizagem Escolar- Gestar II. Matemática: Atividades de Apoio à Aprendizagem 1- AAA1: matemática na alimentação e nos impostos (versão do professor). Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

Programa Gestão da Aprendizagem Escolar- Gestar II. Matemática: Atividades de Apoio à Aprendizagem 1- AAA1: matemática na alimentação e nos impostos (versão do aluno). Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

Programa Gestão da Aprendizagem Escolar- Gestar II. Matemática: Caderno de Teoria e Prática 1 – TP1 : matemática na alimentação e nos impostos. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** 1945. Título em ingles: How to solve it: a new aspects of mathematical method. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, J. P. Números e álgebra no currículo escolar. In: I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, & P. Canavarro. **Números e álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE. 2006.

PONTE, J. P.; BRANCO, N & MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico.** Ministério da Educação. 2009

ROCHA, E. A. R. **Dificuldades no ensino e aprendizagem de aritmética e Álgebra nas escolas públicas.** Disponível: <http://www.uesb.br/eventos/seemat/anais/documentos/DIFICULDADES-NO-ENSINO-EAPRENDIZAGEM.pdf>. Acesso em: 07 ago. 2014.

SCARLASSARI, N. T.. **Um estudo de dificuldades ao aprender álgebra em situações diferenciadas de ensino em alunos da 6ª série do ensino fundamental**. 2007. 149 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNICAMP, Campinas, 2007.

SEGUNDO, S. I. de A. **Do ensino-aprendizagem da Álgebra ao ensino de equações polinomiais do 1º grau:** representações múltiplas. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática), UEPB, Campina Grande-PB. 2012.

SILVA, A. P.; **Ensino-aprendizagem de Análise Combinatória através da resolução de problemas**: um olhar para a sala de aula. 2013. 91f. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Campina Grande, PB. 2013.

MARTINS DA SILVA, L. da. **Compreensão de ideias essenciais ao ensino-aprendizagem de funções via resolução, proposição e exploração de problemas.** Dissertaçao de Mestrado,

Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Campina Grande, PB. 2013.

SOUZA, E. R. de. & DINIZ, M. I. de S. V. **Álgebra:** das variáveis às equações e funções. 4. ed. São Paulo: IME-USP, 2003.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (orgs.). *As ideias da Álgebra.* São Paulo: Atual, 1995.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professor e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Anexos

Anexo 1

Aluno (a) = _____

Enúnciado I

Dado o problema : *Pensei em um número , dividi-o por 2 e somei 3 ao resultado obtendo 23. Em que número pensei?*

André o resolveu assim: **" 23 – 3 = 20 x 2 =40 "**, e respondeu 40.

André fez tudo certo ? Por quê

Enunciado II

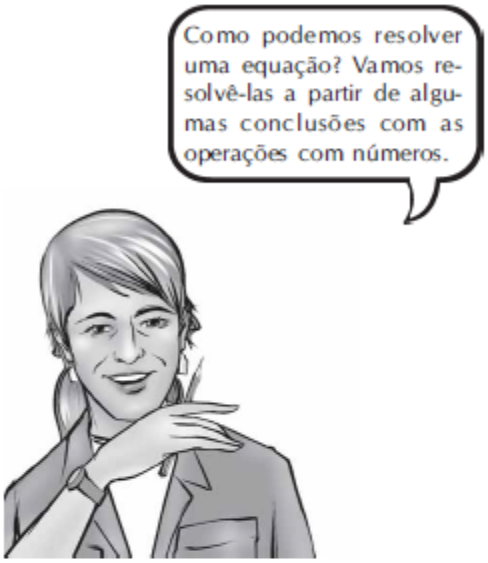
Observe as igualdades e responda às perguntas , justificando.

a) Se trocarmos a ordem dos membros da igualdade **3 + 5 = 8** , ela continuaria verdadeira ?

b) As igualdades **3 + 5 = 2 + 6** e **25 = 30 – 5** estão corretas ?
Escreva outras expressões para o primeiro membro de cada uma delas , de modo a manter a igualdade.

c) A igualdade **2m + 3 = m** representa uma equação ?
A partir dela é possível determinar o valor representado por **m** ?

Aula 4
Resolvendo equações



Atividade 1

Escreva as operações e depois transfira o raciocínio para as equações:

Exemplo:

3 + 2 = 5 , então: 2 = 5 - 3 ou 3 = 5 - 2

Assim:

3 + x = 5, então: x = 5 - 3 ou 5 – 3 = x

a) 7 - 2 = 5, então: 7 = 5 + 2 ou 2 = 7 - 5

x - 2 = 5, então: x = 5 + 2 ou 2 = x - 5

b) 5 + 3 = 8, então:

x + 3 = 8, então:

c) 10 - 2 = 8, então:

10 - x = 8, então:

d) 25 + 5 = 30, então:

25 + x = 30, então:

Atividade 2

Agora resolva as equações, usando as propriedades que você observou:

Exemplo:

$x + 7 = 20$

$20 - 7 = x$

$13 = x$

a) $90 + x = 125$

b) $10 = x - 35$

Atividade 3

Escreva as operações seguintes e depois transfira para as equações:

Exemplo:

2 X 5 = 10, então 10 ÷5 = 2 ou 5 = 10 ÷2

Assim:

$2x$ = 10, então x = 10 ÷2

a) 3 X 4 = 12, então:

Assim:

$4x$ = 12, então:

b) 7 X 3 = 21, então:

Assim:

$7x$ = 21, então:

ou

$3x$ = 21, então:

c) 10 X 5 = 50, então:

Assim:

$10x$ = 50, então:

ou

$5x$ = 50, então:

d) 3 X 6= 18, então:

18 = $6x$

Atividade 4

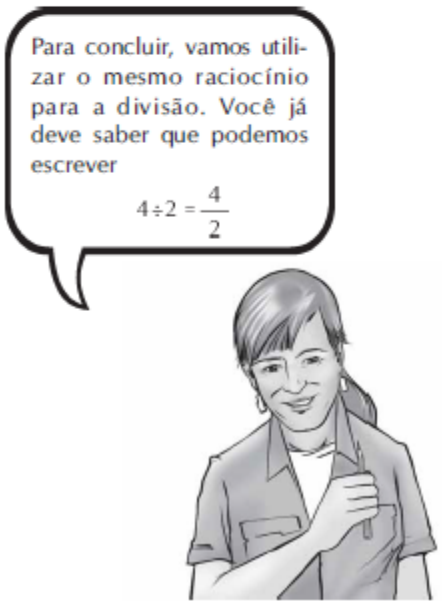
Usando o raciocínio das questões anteriores, resolva as equações:

a) $3x - 3 = 12$

b) $4 + 5x = 54$

c) $23 = 5 + 3x$

d) $2x + 1 = 3$



Atividade 5

Escreva as operações seguintes e depois transfira para as equações:

Exemplo:

$10 \div 5 = 2$, então: $2 \times 5 = 10$ ou $5 \times 2 = 10$

Assim:

$\frac{10}{x} = 2$, então: $x = 10 \div 2$

a) $30 \div 15 = 2$, então:

$\frac{x}{15} = 2$, então:

b) $210 \div 3 = 70$, então:

$70 = \frac{x}{3}$, então:

Atividade 6

Resolva as equações abaixo usando todos os conhecimentos que você adquiriu durante essa aula:

a) $-8 = \frac{x}{2}$

b) $10 = \frac{2}{3}x$

c) $0,5 = 2z$